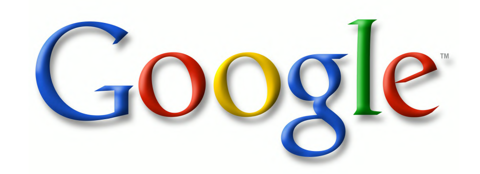
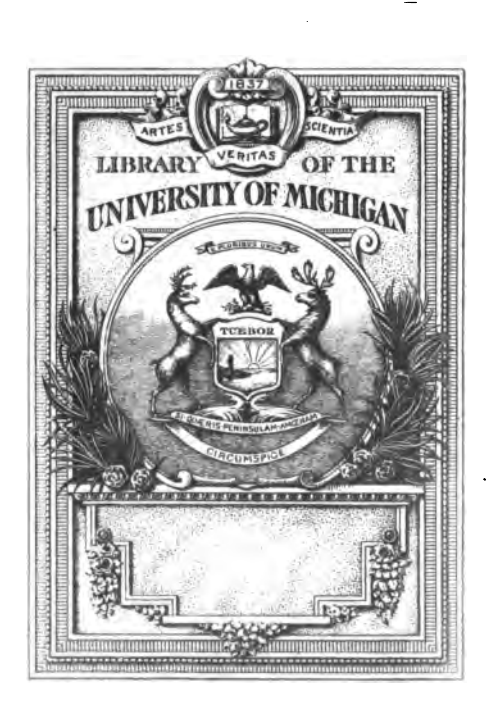



1837
ARTES
VERITAS
SCIENTIA
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE

# Anmerkungen

über die

# Markscheidekunst.

Nebst einer

## Abhandlung

von Höhenmessungen durch das Barometer.

Von

Abraham Gotthelf Kästner 1719-1800

Königl. Grosbr. Hofrath, und Professor der Mathematik und Physik.

Göttingen,

im Verlag der Wittwe Vandenhoeck

1775.



Dem

Hochwohlgebohrnen Herrn

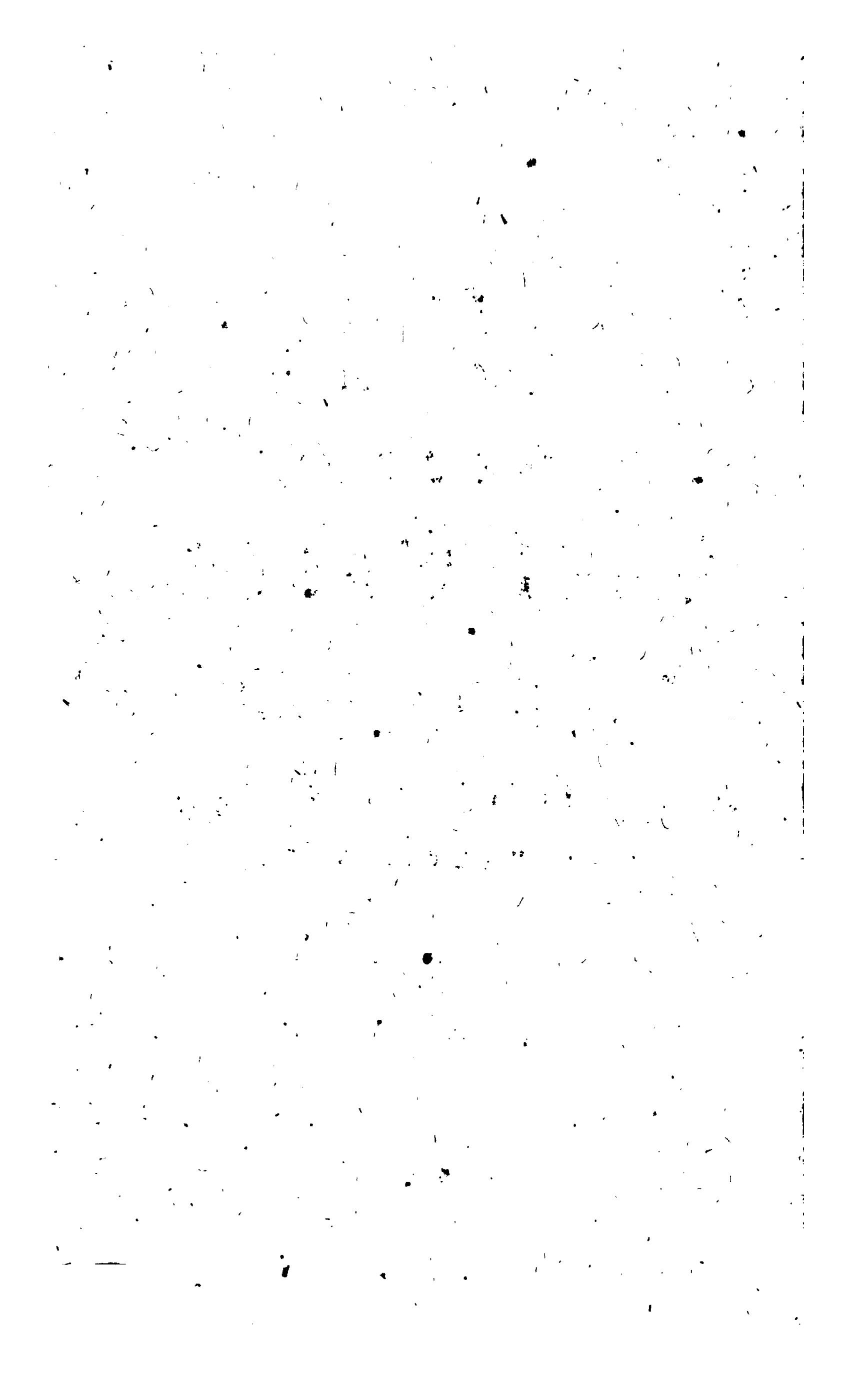
# Herrn

# Carl Eugen

# Pabst von Ohain

Churfürstlich-Sächsischen

Berghauptmanne



Ew. Hochwohlgebohrnen



haben mir schon auf der Leipziger Universität eine Freundschaft gegönnt, die sich auf gemeinschaftliche Neigung, zu gleich nützlichen, und erhabenen Wissenschaften gründete.

Ich genoß davon ausnehmende Vortheile bey meinem Aufenthalte in Freyberg 1747. den Ew. Hochwohlgeb. durch Unterricht und Anführung, mir so lehrreich als möglich zu machen, eifrigst bemüht waren.

Ich bin immer auf einen solchen Lehrer so stolz gewesen, daß ich mir Gelegenheit gewünscht habe, Ihn öffentlich zu bekennen.

Vornähmlich dieser Eitelkeit haben Ew. Hochwohlgeb. es zuzuschreiben, daß ich Sie ersuche, gegenwärtiges Buch, als ein Merkmahl der dankbaren Erinnerung eines alten Schülers, geneigt anzunehmen.

Ich verharre mit vollkommenster Hochachtung

Ew. Hochwohlgeb.

Göttingen
im August 1775.

gehorsamstergebenster Diener
Abraham Gotthelf Kästner.

# Druckfehler.

| S. | §. | Zeile | |
|---|---|---|---|
| 250 | 69 | 4 | nach 10891 setze man: I |



# Vorrede.

Auf der Universität eines Landes, das bey viel andern Vorzügen auch so berühmte Bergwerke besitzt, kann man wohl erwarten, auch Gelegenheit zu Erlernung der Markscheidekunst zu haben. Mir ist nicht bekannt, ob dergleichen Unterricht vordem hie ist ertheilt worden. Der seel. Rath Penther würde wenigstens dazu mit Kenntnissen und Werkzeugen seyn versehen gewesen.

An den letzten ging mir einiges ab, als ich den Entschluß faßte, diese Kunst vorzutragen. Ich war für mich nur mit einigen versorgt, die ich gelegentlich noch in Leipzig bekommen hatte, ich glaube aber, wenn man Ausübungen lehren will, muß man die Werkzeuge dazu, in einer Vollständigkeit, auch nicht ganz unentbehrliche, zeigen können.

* Kön.

Kön. Regierung verordnete auf die gütige Fürsprache des Hrn. Hofr. Brandes, daß die Markscheiderwerkzeuge dem zahlreichen Vorrathe von andern, der bey hiesiger Universität zum Gebrauche beym Unterrichte vorhanden ist, beygefügt wurden.

Ich habe zu den Vorlesungen Weidlers Institutiones geometriae subterraneae gebraucht, die auch durch des Hrn. P. Fuchsthaler deutsche Uebersetzung noch gemeiner geworden sind. Vollständigere Anleitungen, wie des Hr. v. Oppel und Beyers, sind nicht für akademische Vorlesungen. Unter denen, die zu dieser Absicht verfaßt sind, ist meines Wissens Weidlers seine die einzige, die man besonders haben kann, die übrigen sind grössern Büchern einverleibt, ich will die nennen die mir bekannt sind.

Bey Hrn. Prof. Andr. Böhms zu Giessen gründlicher Anleitung zur Meßkunst auf dem Felde (Frankf. u. Leipz. 1759.) ist der II. Anhang die Markscheidekunst.

In Hrn. Prof. Joh. Pet. Eberhards zu Halle Neuen Beyträgen zur Mathesi applicata (Halle 1773) macht die Markscheidekunst den ersten Theil der darinnen vorgetragenen Bergwerkswissenschaften aus.

Des

Des vormahligen Hochf. Badendurlachischen Kirchenraths Jac. Friedr. Malers Geometrie und Markscheidekunst ist zum zweytenmahle zu Carlsruhe 1767 herausgek. wo ich einiges verbessert und vermehrt habe, aber nicht in der Markscheidekunst.

Noch nenne ich hie ein paar Aufsätze, die ich zu sehen bekam, als die Anmerkungen, bey denen ich sie angeführt hätte, schon abgedruckt waren.

Ueber Grubenprofile, und derselben Verfertigung, hat Hr. Franz Dembscher, Kön. Markscheider zu Cremnitz in Ungarn, nützliche Betrachtungen mitgetheilt, in den: Abhandlungen einer Privatgesellschaft in Böhmen zur Aufnahme der Mathematik, vaterländ. Geschichte und Naturgeschichte; zum Druck befördert von Ignatz Edlen v. Born. (Prag 1775) 6. Abhandl.

In eben den Abhandlungen, enthält die 7. Hrn. Lorenz Siegel, Kais. Kön. Markscheider und Probierer zu Schladming in Steyermark, Vorschläge zur Verbesserung des Gradbogens. Der Faden mit dem Gewichte spielt wie er bemerkt zu lange, ehe er an seiner gehörigen Stelle zur Ruhe kömmt. Hr. S. empfiehlt statt dessen ein Meßing-

blech, das sich um des Halbkreises Mittelpunkt dreht, und die Donlegen vermittelst eines gespannten Fadens abschneidet.

Gegenwärtige Anmerkungen sind bey Gelegenheit der Vorlesungen entstanden, die ich vor einigen Jahren über Weidlers Buch gehalten habe, daher folgen sie einigermassen der Ordnung dieses Buches. Die Paragraphen sind nach dem Grundtexte angeführt. Der Uebersetzung 35; ist des Originals 34 und so fort in der Folge.

Man wird leicht sehen, daß es nicht blosse Erläuterungen sind, die gehören meist für den mündlichen Vortrag, sondern, Berichtigungen, Zusätze, und andere Untersuchungen, die auch ohne Absicht auf die Stellen vom Weidler, die mich dazu veranlaßten, brauchbar sind. Einen Commentarius über Weidlers Compendium, aus grössern Systemen zusammen zu schreiben, war auch nicht meine Absicht, da ich vielmehr die Lernenden allemahl anführe, wie sie ausführlichere Werke zu Erweiterung ihrer Kenntnisse zu brauchen haben, sondern eigentlich suchte ich Anwendungen der Arithmetik, Geometrie und Analysis auf die Markscheidekunst zu machen, die noch nicht

gemacht

gemacht waren. Daß sich hiebey Vorschläge gaben, Markscheiderarbeiten bequemer oder richtiger zu bewerkstelligen, davon wird man Proben selbst beym Lachtermaasse, beym Gradbogen, bey der Berechnung der Sohlen und Seigerteufen, bey der Bestimmung der Winkel ohne Compaß und Eisenscheiben u. s. w. finden.

Einige andere meiner Anmerkungen betreffen Aufgaben, die, besonders in v. Oppels und Beyers Büchern nicht deutlich genug, ohne Beweis, oder auch gar nicht, aufgelöset sind. Vollständige und gründliche Auflösungen davon beruhen auf den Lehren von Lagen der Ebenen und sphärischer Trigonometrie.

Die Abhandlung, von Messung der Höhen mit dem Barometer, sollte anfangs die letzte Anmerkung werden. So habe ich sie auch in der 9. Anm. 24; angeführt. Sie ward mir aber so weitläuftig, daß ich ihr eine andere Ueberschrift geben mußte. Ohne Zweifel kann es dienlich seyn, was in der Theorie dieser Messungen gethan ist, gesammlet, verglichen, und beurtheilt zu sehen. Man erkennt so, daß die bisher gegebene vielfältig scheinende Regeln, nur weni

ge ausgenommen, auf einem gemeinschaftlichen Grunde beruhen. Daß aber eine kurze, bequeme und allgemeine Regel, wegen der Wirkungen der Wärme, und anderer Ursachen, die wir vielleicht noch weniger kennen, nicht möglich ist, sobald man von ihr fodert, die Höhe mit einer ziemlichen Genauigkeit anzugeben. Begnügt man sich, wie ohnedem wohl vor Hrn. de Luc immer geschehen ist, mit einer nur ohngefähr richtigen Bestimmung, so hat der Göttingische Mayer dazu ein sehr kurzes und bequemes Verfahren gelehrt. Den Anlaß zu dessen Bekanntmachung habe ich unserm Herrn Prof. der Oekon. Beckmann zu danken.

Aus dem Gesetze, wie die Dichte der Luft in der Höhe abnimmt, Barometerstand und Höhe zu vergleichen, gehört Rechnung des Unendlichen, Gebrauch logarithmischer Integralen; dadurch erhält man bequem und richtig, was die, welche etwa einzelne Höhen vieler Luftschichten, addiren wollen, wie Mariotte, und zum Theil Hr. de Luc, mit unausstehlicher Arbeit, und geringerer Richtigkeit erhalten.

Wer sich einbildet ein Naturforscher zu seyn, ohne daß er von der Rechnung des Unendli-

Unendlichen was mehr weiß als dieses: Es sey ein Ding von dem er vor seinen Schülern als von was ganz Unnützen reden muß, versichert. Manche werden doch tumm genug seyn, es ihm zu glauben; Der ist ganz unfähig einen Begriff davon zu haben, wie Höhe aus Barometerstande bestimmt wird. Er nimmt also die erste beste Tafel, die ihm in die Hände gegeben wird, und schreibt daraus die Höhe ab, die seinem Barometerstande gehört. Oder, es noch besser zu machen, schreibt er die Höhen aus ein paar solchen Tafeln, neben einander, unbekümmert, ob einmahl beyde Tafeln ihre Höhen von einerley Horizonte rechnen. Dadurch giebt er sich bey Einfältigen das Ansehen eines Mannes, der auch Höhen mit dem Barometer zu messen wisse, bey Leuten aber, die eben so wenig Mathematik verstehen als er, doch übrigens ihren natürlichen Verstand besser brauchen, erregt er einen Verdacht gegen die Mathematikverständigen, die in ihren Rechnungen so weit von einander abgehen.

Die Rechtfertigung der Mathematikverständigen ist folgende: Sie stimmen in einer wahren Theorie überein; Aber bey Anwen-

 dung

bung derselben legt jeder Erfahrungen zum Grunde, der eine vielleicht nicht so richtige als der andere; oder jeder solche, die unter für ihn besondern Umständen richtig waren, aber unter andern Umständen nicht so würden erfolgt seyn.

Wie verzeihlich es ist, bey solchen Erfahrungen zu fehlen, erhellt daraus, daß man so geringe Grössen beobachten muß. Zu einer Linie Quecksilber gehören immer vielmehr als 60 Fuß Höhe. Also giebt ein Fehler in Bemerkung des Barometerstandes immer einen viel mehr als achttausend mahl grössern in der Höhe. In dieser Betrachtung, wenn auch alle Erfahrungen unter einerley Umständen angestellt wären, dürfte man wohl den Regeln noch grössere Uneinigkeit zu gute halten.

Ohne die Markscheidekunst hat man keine richtigen Vorstellungen von dem was bey Gebürgen auf Grössen, Raum und Lagen ankömmt, noch vielweniger versteht man etwas von dem Gange der unterirrdischen Arbeiten in ihnen. Hievon allgemeine Begriffe zu haben, ist doch wohl anständig, da das was aus Gebürgen hervorgebracht wird, in den Zustand der menschlichen Gesellschaft

so

so viel Einfluß hat. Von der natürlichen Beschaffenheit unserer Erdfläche machen solche Kenntnisse einen beträchtlichen Theil, man sieht auch den Mangel derselben eingebildeten Naturforschern gar bald an. Wer das Wasser aus dem Meere unter der Erde auf die Gipfel der Berge steigen läßt, um von da wieder herabzurinnen, muß nie gehört haben, daß man in Bergwerken nur von oben hereinfallende Wasser kennt, daß dem Bergmanne wohl Wasser auf den Schachthuth tröpfelt, aber nie von unten auf ins Gesicht sprützet, er müßte denn in eine Pfütze treten.

Lissabon und Lima hat jemand gemeynt, stünden noch, wenn in den Gegenden um diese Städte, wären tiefe Schächte gegraben worden, den unterirrdischen Dünsten unschädlichere Auswege zu verschaffen, als sie aus Mangel solcher Vorsichtigkeit genommen haben: Und so entstand bey ihm ein Vorschlag, um Städte herum Präservativschächte zu graben.

Der Erfinder dieses Vorschlages bedachte nicht, daß Schächte abzusinken, eine langweilige kostbare Arbeit ist, die sich nicht weit fortsetzen läßt, wenn man ihr nicht

durch Zimmerung, Wetterwechsel, Künste und Stollen zu Hülfe kömmt, und daß sein Recept also jeder Stadt ein Präservativbergwerk verordnet; unbesorgt ob das Mittel einmahl könnte angebracht werden, weil sich nicht an allen Stellen der Erde Bergwerke anlegen lassen. Und diese Arbeiten müßten blos auf ein gerathewohl unternommen werden, denn bisher kennt man doch noch keine Anzeigungen, wo Dünste unter der Erde eingesperrt sind. Ruthengänger möchten die anständigsten Personen seyn, bey einem solchen Unternehmen befragt zu werden, nur daß ihnen, soviel man weiß, die Ruthen wohl auf unterirrdische Wasser, aber noch nicht auf unterirrdische Dünste geschlagen haben. Die Bergleute kennen manche Arten unterirrdischer Dünste schon so, daß sie sich schwerlich würden bewegen lassen, gerade in der Absicht zu arbeiten, um auf unterirrdische Dünste durchschlägig zu werden. Man müßte also welche dazu nehmen, die das Leben verwirkt hätten.

Wenn solche Einfälle einmahl im Vorbeygehen wären gesagt worden, so könnte man sie belachen und vergessen. Wenn sie aber, als wichtige Rathschläge, einer Societät

cietät der Wissenschaften vorgetragen werden, wenn das Ungereimte darinnen deutlich, obgleich lachend gezeigt wird (*), und sie doch immer wieder denen vorgeschwatzt werden, denen versprochen wird, man wolle sie Physik lehren, so hat, wenigstens ein berufener und verordneter Lehrer der Physik, nicht nur Recht, sondern auch Verbindlichkeit, zu sagen, daß solch Geschwätz den Nahmen der Physik mishandelt.

Ich muß mich anklagen, daß ich diese Pflicht bisher viel zu nachläßig beobachtet habe, und kann zu meiner Entschuldigung nur das vorbringen, daß ich doch nichts hierüber würde gesagt haben, was nicht Leute von mäßigem natürlichem Verstande schon ohne meine Erinnerung gewußt hätten. Meine Unterlassungssünde also hat, Menschen die nur mit gemeiner Vernunft versehen sind, nichts geschadet, und Menschengesichter abzuhalten, daß sie sich nicht

Ungereimt-

(*) "Sendschreiben, an einen Professor der Weltweisheit, bey Gelegenheit der Erdbeben 1755. im Monat März 1756 von einem deutschen Officier entworfen." Man hält den seel. Prof. Mayer für den Verfasser.

Ungereimtheiten bereden lassen, dazu habe ich weder Pflicht noch Neigung.

Meine Gelassenheit hat aber nur den Dank erhalten, daß ein in seiner Maasse verdienter und berühmter Gelehrter, in einer Vorrede wo er von seiner Bemühung mit Petrefacten redet, mich unter die gerechnet hat; ich führe seine eignen Worte an: die pro ingenii sui luxuriantis procacitate inter res ludicras illa referre, ludicrisue hominum *circumforaneorum* et *agyrtarum* crepundiis impudentissime nonnunquam annumerare non verentur.

Daß er mich hiemit gemeynt hat, deßwegen überlasse ich mich sicher seinem eigenen Geständnisse. Er ist ein aufrichtiger, ehrlicher Mann, der, wo ihn Vorurtheile nicht verleiten, rechtschaffene, oft edle Gesinnungen hat, die ich allemahl an ihm ehre, was ich auch von seinen Einsichten und Meynungen urtheilen muß.

Petrefacten zu betrachten, zu sammlen, Folgerungen aus ihnen herzuleiten, habe ich nie für Taschenspielerey erklärt. Ich habe mich selbst damit beschäfftiget, und sogar eine Sammlung davon schon vor 1754 in Leipzig besessen. Weil ich auf sie keinen gros-

sen

sen Aufwand hatte machen können, und sie nur aus eignem Zusammentragen und Geschenken guter Freunde entstanden war, so glaubte ich nicht, daran was besonders zu besitzen, bis ich im genannten Jahre nach meinem damaligen Aufenthalte, Leipzig, die Schriften einer Königlichen Societät der Wissenschaften vom vorigen Jahre bekant, wo ich allerley Steine mit Schnecken und Muscheln in Kupfer gestochen fand, dergleichen ich in Menge, und viel noch bessere Stücken besaß. Auch in der Sandgrube und in der Thongrube bey Leipzig hatte ich gesehen, daß die Materien da schichtenweise übereinander lagen, allerley andere, nicht so sehr gemeine Bemerkungen, als die ist, daß Materien schichtenweise liegen, gemacht, und wenn ich hätte einem Leipziger Zeichner und Kupferstecher einem Verdienst dabey versprechen können, sollten sich diese Gruben so gut ausgenommen haben, als das Bild einer Steingrube.

Ich hatte auch schon vorlängst in Olearius Persianischer Reisebeschreibung von den Mauren zu Derbent gelesen: "Und waren alle Steine, welches uns verwunderlich vorkam, von lauter klein zerbrochenen Muschelschalen

schalen gleich als zusammengeschmolzen gewachsen." (*) An den Gebäuden der Stadt, wohin ich 1756 kam, hätte ich vielleicht diese Aehnlichkeit zwischen Göttingen und Derbent bemerkt, wenn ich davon zu reden Veranlassung gehabt hätte, aber ich hätte schwerlich der Kön. Soc. der Wiss. erzählt, daß mich Mauern aus Muschelsteinen, mit einer grossen Verwunderung, wie neue und ungewöhnliche Sachen zu thun pflegen, überrascht hätten; weil ich darinnen, daß man ein paar Hundert Jahre, ehe Petrefactensammler entstanden, aus Muschelsteinen gebaut hatte, nichts neuers und ungewöhnlichers gesehen hätte, als daß man aus

(*) In 6. B. 10 C. 719. S. Der französische Uebersetzer (Voyages par le Sr. Olearius Amsterd. 1727.) drückt dieses col. 1040 so aus: ces pierres sont faites de coquilles de moules, et de grez, battus et fondus. — Er hat sich also eingebildet, die Steine wären aus gestossenen Muschelschalen durch die Kunst gebacken, welches Ol. gewiß nicht sagt, sondern sie Quadersteine nennt, so vier und sechs Cubicfuß halten, welches der Uebersetzer nicht hat, sondern sagt, die Mauern wären fünf bis sechs Fuß dick; doch die Stelle ist vollkommen à la françoise übersetzt.

aus dergleichen jetzo Tabatieren und Tischblätter macht, daß man Kalk aus Dendriten brennt, und kupferhaltige Fische einschmelzt. Freylich aber hätten auch die Muschelsteine in den Göttingischen Mauern nicht erst bey mir die Begierde solche natürliche Spectakel zu sammlen und dieser Körper ihre Natur und Beschaffenheit zu untersuchen wunderbarlich vergrössern dürfen, denn ich brachte schon davon mehr als vnum alterumue specimen mit hieher.

Hieraus wird man sehen, daß ich für meine Person die Petrefacten gar nicht für crepundia halte. Wer aber aus einer Societätsabhandlung von einem halben Alphabete, für das Resultat seiner Untersuchungen über die Petrefacten, selbst nichts weiter anzugeben weiß, als: Die Petrefacten müssen entweder durch eine allgemeine Veränderung unserer Erde an die Oerter, wo wir sie finden, seyn gebracht worden, oder zuvor schon da gewesen seyn, der denkt doch wenigstens über diese Dinge nicht tiefer als jedes siebenjährige Kind über seine Puppe denkt: Die Puppe ist entweder beym Auf-

räumen

räumen auf den Tisch gesetzt worden, oder sie hat zuvor schon da gestanden.

So sind die Petrefacten an sich keine Kleinigkeiten; aber was manche Leute davon wissen, und amplissimis verbis (die Autorität zu dieser Phrasis kömmt weiter unten vor,) nicht etwa Anfängern zum Unterrichte, sondern als gelehrte Entdeckung vortragen, **das ist eine Kleinigkeit.**

Vergleichungsweise würde ich auch von dem, der die Känntniß der Petrefacten als das Hauptwerk unserer Känntniß der Sachen, welche aus der Erde gegraben werden, ansähe, sagen: Er bliebe bey Kleinigkeiten stehen; Und darinnen hätte ich sicherlich alle Bergwerksverständigen auf meiner Seite.

Betrachtet man die Petrefacten als Urkunden des ältesten Zustandes der Erde, so sind die höchsten Alpen, selbst die Ganggebürge, zuverläßig viel älter als die Petrefactenhügel. Dafür kann ich nichts, daß den Grund von dieser Behauptung manche Petrefactensammler nicht verstehen werden, unter andern manche für welche der Hainberg ein Berg ist, und die von der Grösse der Geister eben solche Zwergbegriffe haben, als von der Grösse der Berge.

Der

Der Nutzen, den die Petrefacten bisher der menschlichen Gesellschaft gebracht haben, ist auch eine Kleinigkeit; die man gar nicht bey dem Nutzen der eigentlichen Mineralien nennen darf.

Der Bergrath Borlach, der vor etlichen zwanzig Jahren über das Salzwerk zu Kösen bey Naumburg die Aufsicht hatte (ich habe seiner Freundschaft und seinem Unterrichte sehr viel zu danken), sahe die Petrefacten als bergmännische Anweisungen auf Salz, oder Steinkohlen an. Dieser Gedanke, den viel Erfahrungen bestätigen, ist auch der Natur nicht ungemäß. Aber hat ihn, oder was gleichgültiges oder besseres, einer der Petrefactenmänner gedacht?

Ueber die Vergleichung zwischen mancher sogenannten Physik, und der Taschenspielerey, muß ich mich so erklären: Diejenigen, die bey Jemanden, der keine Mathematik versteht, Experimentalphysik zu sehen glauben, (weiter als sehen wollen sie nichts), lernen nichts weiter als wenn sie einem Taschenspieler zusähen. Denn ohne Mathematik begreift man nichts vollständig und richtig, von den Ursachen der meisten Experimente. Man bewundert sie nur, eben so

wie die Künste eines Taschenspielers, lernt sie auch vielleicht eben so, ohne Verstand nachmachen.

Daß sich Experimentalphysik ohne Mathematik, und ohne viel Mathematik, nicht denken läßt, ist nicht meine Erfindung, alle Leute, die wahre Physik verstehen, haben es vorlängst und unzählichemahl gesagt. Wer also, sich bewußt daß er gar keine Mathematik versteht, sich zum Lehrer der Physik aufwirft, der handelt vollkommen so, wie einer der ohne Grundsprachen und Philologie sich zum Bibelerklärer aufwürfe. Einem Dorfschulmeister verstattet man, ohne gelehrte Kenntnisse, den kleinen Catechismus vorzutragen; Dabey muß aber auch der Schulmeister bleiben, sich für keinen Theologen ausgeben, noch vielweniger vor seiner Jugend von angesehenen Theologen verächtlich reden, und die Wissenschaften welche dieselben für nöthig halten, für unnütz erklären. Thäte er das, so würde das Consistorium ihn zur Verantwortung ziehen, und doch wären seine Irrlehren seinen Schülern sehr unschädlich; denn im Himmel und in der Welt wird wohl wenig darauf ankommen, was die Bauern eines gan-

zen

zen Amtes von Hrn. Dr. Semlern, oder von der orientalischen Litteratur haben urtheilen gelernt.

Kann sich jener akademische Lehrer nicht auch so vertheidigen, so darf er nicht erwarten, daß er zum Taschenspieler gesetzt werde. Der, vertreibt doch nur Müßiggängern die Zeit; Er aber, nimmt Jünglingen, von der kurzen Zeit welche sie anwenden sollen sich zum künftigen Dienste des gemeinen Wesens vorzubereiten, noch einen Theil weg, da er ihnen, unrichtige Begriffe, unvollständige, oder nur halbwahre, und aus jeder dieser Ursachen unbrauchbare Lehren, mit groben Irrthümern untermengt, vorträgt und sie verleitet, wahre und nützliche Kenntnisse zu verabsäumen, so, daß diejenigen, die ihm gänzlich trauen, in der stolzen Einbildung die Natur kennen gelernt zu haben, zeitlebens tumm bleiben.

Unmathematische Experimental-Physiker, (es giebt ihrer bekanntlich vielmehr als einen,) werden hieraus sehen, daß ich noch sehr gelinde von ihnen urtheilen würde, wenn ich sie nur mit Taschenspielen vergliche; denn gegen blosse Zeitvertreiber, nicht gerade Zeitverderber, (ob ich gleich ihrer gar

 nicht

nicht für meine Person bedarf), könnte ich doch ohnmöglich so strenge seyn, als Hr. Prof. Hollmann, gegen die armen Komödianten ist. In einer gelehrten Vorlesung d. 9. Febr. 1754; erzählt Er der Kön. Soc. der Wissenschaften allerley aus den neuen Zeitungen, von Regen, Blitz Donner und Hagel, grossen Winden u. d. g. in eben der Ordnung, und eben so lehrreich, wie es die Zeitungen erzählt hatten. Darunter ist auch die Geschichte: Ein ganz Schiff voll Acteurs, die der Marquis von Cursay nach Corsica verschrieben hatte, sey im Sturme untergegangen; die ist ohne Zweifel manchem gemeinen Zeitungsleser traurig vorgekommen; Hr. Prof. Hollmann aber wünscht bey der Gelegenheit: Es möchten doch alle Komödianten mit ersoffen seyn. Seit jenem kaiserlichen Wunsche Vtinam vna ceruix! hat man wohl keine solche Sentenz gehört. Die Worte in der Grundsprache lauten folgendergestalt: Non male cum genere humano ageretur, si iisdem vndis, omnes eiusdem generis periissent homines, qui non meliores illis, ipsisque *Graecorum* et *Romanorum comicis* morum inter homines doctores fuerint. *Commentar. Soc. R. Sc. Gottingens.* Tomus IIII. pag. 19.

Das

Das bisherige hätte ich meistens nicht geschrieben, und einem Manne der sich für beleidiget hält, weil er es nach Beschaffenheit seiner Seele nicht einsehen kann, daß ihm nur Wahrheit, und die, viel zu gelind und selten ist gesagt worden, gern die mir unschädliche Freude ungestört gelassen, daß er sich einbildete auf mich gestichelt zu haben, wenn Er es bey mir allein hätte bewenden lassen. Ich muß aber noch Etwas aus seiner Vorrede hersetzen. Es ist eine Note, bald nach vorhin angeführter Stelle:

Quodsi de nugis et ineptiis eiusmodi sermo esset, quales, nostra adhuc aetate a *Doctore* quodam *Lipsiensi*, GODOFR. RVD. POMMER (non *Pomerano* nec *re* nec *nomine*) in lucem publicam productae, et amplissimis verbis praedicatae, atque venum expositae sunt, im *Verzeichniß der vornehmsten Figuren, welche die Natur in einem kostbaren roethlichen Marmortische, dessen Længe 1 Leipziger Elle 3 Zoll und die Breite 1 Elle ist, entworfen hat:* (cui ex opposito latere *Gallica* etiam descriptio iuncta est.) Lipsiae m. *Aprili* 1749. pl. 2. in folio; summo certe iure, isthaec cum *nuga-*

*rum* istarum *praecone* et *venditore* risui et contemtui omnium mererentur exponi, laetiorisque spectaculi causa, iisdem, *illi ipsi* simul iungi, qui a *nostris* isthaec *discernere*, aut nolint, aut nequeant —

Dieser Doctor ist meiner Mutter Bruder. Er sahe freylich auf dem Tische Figuren, die sonst niemand sah als Er, und glaubte deswegen, der Tisch würde für einen Liebhaber einen beträchtlichen Werth haben. Daß er sich in seiner Hoffnung geirrt hat, wird man leicht erachten. Ich habe meine Gefälligkeit nie weiter getrieben, als ihm nicht gerade zu zu widersprechen; Hindern konnte ich ihn nicht, diese Bogen drucken zu lassen, noch weniger als ich irgend einen Mann in Göttingen, dem ich keinen Gehorsam schuldig bin, hindern kann, da, Ungereimtheiten drucken zu lassen. Daß ich aber irgend einmahl etwas von dem Inhalte dieser Bogen gebilliget hätte, davon wird niemand die geringste Nachricht geben können. Also könnte ich bey der angezeigten Stelle für meine Person ganz ruhig seyn, denn niemand wird doch wegen eines Vergehens von seiner Mutter Bruder gestraft. Aber der Mann wird meinetwegen gestraft; Und al-

so ist es noch vielmehr meine Pflicht, mich seiner anzunehmen, als wenn er nur wegen eines andern Angriffes mir zurufte

Exoriare aliquis, nostris ex ossibus vltor!

Es ist selbst aus der lateinischen Stelle zu ersehen, daß die Rede von keinem Buche ist, sondern von zween Foliobogen. Der Verfasser ließ sie auf seine Kosten drucken, in den Buchhandel sind sie nie gekommen; Er schickte sie dem seel. Gesner, mit dem er bekannt war, und ersuchte ihn, solche in den hiesigen gelehrten Zeitungen zu erwähnen. Ein Zeichen, daß sein obgleich irrendes Gewissen, doch ruhiger war, als das Gewissen eines Mannes, der unlängst gebeten hat, sein Buch hie nicht zu recensiren.

Gesner äuserte bey der Anzeige, daß er das Angeben dieser Bogen nicht glaubte, und äuserte es mit ernstlichen Anstande.

Bald sind die meisten Exemplare dieses Auffsatzes zu dem mannichfaltigen Gebrauche, zu dem sich einzelne Foliobogen schicken, angewandt worden, und niemand wüßte jetzo von ihnen etwas, ohne die angezogene litterarische Nachricht, bey deren Anfange ich im Vorbeygehen die Bemerkung mache: wie

 herrlich

herrlich ein Physikus seinen Schülern die neuen Entdeckungen bekannt machen mag, bey dem 1749, in 1775, nostra adhuc aetate ist.

Doctor Pommer hatte Fehler an sich, wie alle Menschen haben, und ich glaubte bisher, ich wüßte das meiste von denselben. Aber wirklich hatte ich noch nie den grossen Fehler an ihm bemerkt, daß er ganz und gar kein Pommeraner ist. Die Pommeraner sind brave Leute, doch dächte ich, wir Meißner hätten uns unsers Vaterlandes auch nicht zu schämen. Und gleich jetzo leitet, ich weiß nicht was für ein Schicksaal meine Hand, aus meinen philosophischen Büchern, eins ohne Wahl, nur weil ich ein Buch haben wollte darinnen zu blättern, heraus zu ziehen. Vielleicht sollte mich die Philosophie über das Unglück trösten: daß unser einer, weder aus dem schwedischen, noch aus dem brandenburgischen Pommern ist. Nun; das Buch heißt: Commentatio de Deo Mundo Homine atque Fato (1726) dem sind angehenkt: Sam. Christ. Hollmanni Phil. Prof. Viteb. Obseruationes elencticae in Controuersia Wolfiana. Diese Observationen sind einer häl-

lischen

lischen Disputation entgegengesetzt, die unter dem seel. Langen, Friedrich Theophilus Casscorb, Treptoa Pomeranus vertheidiget, der der Angabe nach obseruationes aliquot elencticas wider eine vorige Disputation Hrn. Prof. Hollmanns beygefügt hat. Hr. Prof. Hollmann erinnert. Die Angabe könne ganz wohl wahr seyn, siue imbecillitatem argumentorum, iudiciique vim, siue responsionis ipsius, totiusque defensionis opus respicias, denn das alles gehe nicht über mäßige philosophische Kräfte und Känntnisse. So sahe ich doch, daß nicht nothwendig alle Pommeraner grosse Geister sind, so wenig als alle Leipziger.

Dieser, ja nicht pommerische! Pommer, was hat er denn nun also gesündiget? Hat er, wie der Herr Verfasser einer Anleitung zur Naturgeschichte, die 1767 also nostra adhuc aetate herausgekommen ist, gelehrt: Man finde Versteinerungen auch auf den höchsten Bergen; Silber oder Goldglette (lithargyrium) werde aus einer Vermischung von Bley und Silber bereitet; Ein gewisser Theil des Blumenblattes, heisse: die Platte, zu Latein Lamen; Und, um kein Naturreich zu vergessen, der, insge-

 mein

mein sogenannte Hippopotamus, dem v. Linne in des Natursystems X. Ausgabe, magnitudinem *Vri*, giebt, sey so groß als ein Bär. (*).

Nichts dergleichen hat der Doctor Juris versehen; einzig und allein sich auf einem Steine Dinge eingebildet, die andere nicht darauf sahen. Wieviel Leute die keine Doctores Juris, sondern zum Theil Liebhaber der Naturkunde waren, haben das nicht ihrer Ehre unbeschadet gethan? In Lessers Lithotheologie erzählt des V. B. III. Abth. I. Cap. eine Menge von Steinen, an denen man sich allerley eingebildet hat. Kircher hat noch mehr dergleichen Mund. Subt. Lib. VIII. cap. 9. Brückmanns, D'Argenvilles u. a. zugeschweigen. Man hat den Leuten die sich solche Einbildungen machten, nicht geglaubt, aber, wenn ihre Einbildung weiter keinen Schaden that, als ihnen was merkwürdig machte, das andern nicht so merkwürdig war, so ließ man ihnen dieses Vergnügen, ohne daran Theil zu nehmen,

und

(*) Der Ritter hat ohne Zweifel aus Menschenliebe, um solchen Uebersetzern Steine des Anstosses aus dem Wege zu räumen, in der XII. Ausgabe, Tauri statt Vri gesetzt.

und ohne auf sie zu schimpfen. Vielleicht waren auch zu manchen solchen Bildern Züge da, denen die Einbildungskraft Ergänzungen beyfügte. Ob es sich nicht etwa mit einem und dem andern auf dem Tische auch so verhielt, kann ja der nicht urtheilen, der ihn nie gesehen hat.

Man hat sogar, in die Naturgeschichte, Benennungen aufgenommen, die sich nur auf solche Einbildungen gründen, und zwar nicht eben auf die saubersten, z. E. Priapolithen, Hysterolithen.

Gleich nach der lateinischen Stelle, die ich hergesetzt habe, wird Behringers Lithographia Wirceburgensis erwähnt.

Behringers Fall war nicht völlig der vorige. Er war Doctor der Arzneykunst, hatte folglich mehr Gelegenheit, selbst Pflicht, natürliche Sachen zu kennen, als ein Doctor der Rechte. Behringer ließ sich von Spottvögeln oder Schurken, durch gemachte Petrefacte betrügen; Das zeigt Unwissenheit der Merkmahle an, durch die sich Natur und ihre Nachahmung unterscheiden lassen, und möchte das Zutrauen zu einem Arzte, dem es in der Materie seiner Kunst auch so gehen könnte, etwas schwächen. Aber, sich bey

Flecken,

Flecken, die wirklich auf einem Tische sind, gewisse Gestalten vorstellen, das heißt nur: Man giebt einer lebhaften Einbildungskraft zuviel nach.

Den größten Unterschied macht allemahl freylich das aus: Behringer hatte keinen Schwestersohn, der gesagt hatte: Man müsse Mathematik verstehen, wenn man vernünftige Experimentalphysik lehren wolle.

Behringer kam zur Erkänntniß seines Irrthums, und kaufte die Exemplare seines Buchs wieder auf, um es zu unterdrücken.

Ob mein Verwandter auch zur Erkänntniß gekommen wäre, weiß ich nicht; Er war wenigstens nicht so hartnäckig, als sonst mancher Mann ist; Vielleicht aber hatte er nicht Zeit dazu, denn er starb im Februar 1750.

Nun wird bedauret, daß Behringers nugae atque ineptiae pueriles, die der rechtschaffene Mann unterdrücken wollte, a sordidi quodam lucri cupido bibliopola, damno publico 1767 wieder hervorgezogen sind.

Vermuthlich hat der Buchhändler mit diesem unvorsichtigen Abdrucke sich mehr Schaden gethan, als dem gemeinen Wesen.

Ist es nun aber so sündlich, daß ein Buchhändler ein Buch, das sein Verfasser unter-

drücken

drücken wollte, aus Gewinsucht wieder auflegt. Was ist denn das für eine Handlung: Ein paar Bogen, die nie eigentlich für das Licht der Welt bestimmt waren, aus dem Abgrunde, in den sie vor einem Viertheilsjahrhunderte gesunken waren, hervor zu ziehen, nicht aus Gewinnsucht, — wenigstens nicht unmittelbar aus dieser Absicht, sondern aus der viel unedlern: von ihrem, längst vermoderten und von dem größten Theile der Welt vergessenen, Verfasser, ehrenrührig zu reden, damit man dadurch seinem noch lebenden Verwandten wehe thun möge?

Leichen, werden wohl von hungrigen Wölfen und Bären aufgegraben; aber, verrottete Knochen, nur aus Grimm, auszuscharren; So tief erniedrigt sich kein unvernünftiges Thier!

Derjenige, der mich nöthiget, dieses zu schreiben, hätte vermuthlich Todte ruhen lassen, wenn er Fehler aus meinen Schriften anzuführen gewußt hätte. Ich habe doch soviel geschrieben, daß ich mehr als ein Mensch seyn müßte, wenn mir dergleichen nicht in einiger Menge entwischt wären. Manche verbessere ich selbst, wenn es die Gelegenheit giebt, meinen Zuhörern. Ich wollte dem Aufwühler meines Verwandten, gern ein paar

Fehler von mir hersetzen, damit seine Zähne lebendiges Fleisch bekämen, nicht an alten Knochen nagen müßten; Aber, sie würden Ihm zu seiner Absicht doch unbrauchbar seyn, wenn ich sie Ihm auch gleich, aus der algebraischen Sprache in mathematisches Deutsch übersetzte.

Oftermähnter Gelehrte unterhält auch noch seine Leser mit Geschichten unserer Societät der Wissenschaften, so wie er damit seine Schüler zu unterhalten gewohnt ist, ganz unbesorgt, ob das anständig ist, oder nicht. Er ist nicht mehr in der Gesellschaft, und das gereicht ihr zum Vortheile, wie ich allenfalls, wenn es verlangt wird, beweisen will. Die Art wie er sie verließ war folgende: Er sollte von Gesnern das Directorium übernehmen; und ließ sich die dazu nöthigen Sachen von Gesnern ins Haus schicken, und schickte sie ihm zurück, mit der Nachricht: Er wolle nicht mehr in der Societät seyn.

Die Mitglieder der Societät, hatten gegen ihn wenigstens allemahl die Regeln der Höflichkeit beobachtet, über die er sich hie ganz und gar gegen sie, wegsetzte. Solche alte Geschichte vergässe man, wenn sie nicht der immer aufwärmte, der wünschen sollte das man sie vergässe.

Ich

Ich bin noch nicht in Göttingen gewesen, als der Proceß zwischen der Societät und Hrn. Luzac entstand, ich bin allemal mit Hr. Luzac gut Freund gewesen, also gehen diese Geschichte mich nichts an. Desto unpartheyischer in dieser Absicht, kann der Beytrag zur Geschichte der Societät seyn, den ich hie liefern will.

Ich war nur hergekommen und in die mathematische Classe der Societät gesetzt worden, als die Societät eine physische Preisfrage aufgeben sollte. Der Vorschlag dieser Frage, war das Amt des obersten Mitgliedes der physischen Classe. Gesner, damaliger Director der Societät (das Directorium wechselte unter den beyden ältesten Mitgliedern ab) verlangte meine Gedanken, über die beyden vorgeschlagenen Fragen zu wissen, aus denen eine sollte gewählt werden. Sie waren 1) Die Gesetze fallender Körper zu bestimmen. 2) Zu erklären, warum der Heber im Vacuo fliesse.

Ich sagte Gesnern: Die erste Frage habe Galiläus vor mehr als hundert Jahren beantwortet, und alle Mathematikverständigen seyen mit ihm eins; die galiläischen Gesetze seyen der Grund alles dessen, was wir

von

von der Bewegung der Körper wissen. Auf die zweyte Frage sey auch eine bekannte Antwort: Der Heber fliesse, wenn das Vacuum kein rechtschaffenes Vacuum sey, z. E. bey einer schlechten Luftpumpe, oder wenn man es mit einer guten, vorsätzlich nicht recht macht. Mein Lehrer, Hausen, fragte uns ob der Heber fliessen sollte oder nicht? und machte es, wie wir es verlangten.

Gesners Auftrage gemäß, sprach ich mit dem, welcher die Vorschläge gethan hatte, und brachte Ihn doch von dem ersten ab. Wegen des andern, versicherte er mich sehr ernstlich, der Heber fliesse ihm absque omni fallacia im Vacuo, und die Sache sey einer genauen Untersuchung sehr würdig.

Es hätte eine Art von Grobheit, deren ich nicht fähig bin, dazu gehört, Ihm durchaus zu wiedersprechen. Ich dachte, der damalige jüngste Professor in Göttingen müsse einen der ältesten, seinen Weg gehen lassen, zumahl da ich nun bey der Frage nichts zu verantworten hatte. Die Frage ward also in einer öffentlichen Versammlung der Societät angekündiget. Mayer, der in der Societät über mir war, hätte wohl auch ein Wort dagegen sagen können; Er wußte aber vermuth-

vermuthlich künftige Begebenheiten zum vor-
aus; nicht aus himmlischen Aspecten, son-
dern aus irrdischen Conjunctionen, und
machte sich so, die muthwillige Freude, zu
schweigen.

Bald darauf wies Herr Prof. Lowitz der
Societät Versuche, bey denen er freylich
die gar nicht entbehrliche Formalität verges-
sen hatte, von ihrem Gegenstande zuvor
denjenigen zu unterrichten, den sie angin-
gen. Denn sie zeigten, auf unterschiedene
Manieren, daß Heber von gehöriger Grös-
se, die in freyer Luft flossen, im Va-
cuo nicht flossen. Es war ein grosses Ge-
dränge um die Luftpumpe herum; Ich mach-
te mich daraus, und ließ die hin, die sehen
wollten, was ich aus Demonstration schon
längst gewußt hatte. Die Mitglieder der
Societät, deren Hauptgeschäfft die Physik
nicht war (der Herr Ritter Michaelis ist von
ihnen noch vorhanden,) und eine Menge an-
derer Zuschauer fanden, Lowitz habe seinen
Satz vollkommen durch seine Versuche dar-
gethan.

Gegentheil vertheidigte eine Zeit dar-
auf, seine Meynung, amplissimis verbis;
Er zeigte auch einige Experimentchen. Mit

 beyden

beyden aber ging es ihm noch schlimmer, als dem Dr. Pommer, der kein Pommeraner war, mit seinem Tische. Denn das Marmorblatt fanden doch die Leute immer noch schön; Dort aber lachten viel über das Heberchen auf einer alten Luftpumpe, und über das Wasser, das, wie es aus des Hebers niedriger hinabgehendem Schenkel herausläuft, propter aliqualem cohaesionem, anderes Wasser hinten nach sich, in dem höhern Schenkel empor ziehen sollte. Derjenige, der dieses vortrug, schimpft auf Newton und auf die Attraction, deren Wirkungen sich mathematisch darthun lassen: Und Er schloß: weil die Wassertheilchen in Tröpfchen zusammenhangen, so machte diese Cohäsion auch, daß sich eine dicke Wassersäule in die Höhe ziehen liesse; deutsch: Er flochte Stricke aus Wasser. Seine meisten Zuhörer waren weder Logiker noch Mathematikverständige; Aber, was von diesem Schlusse zu halten sey, zeigte ihnen der gemeine Menschenverstand, und das natürliche Vermögen Grössen zu schätzen und zu vergleichen.

Der Erfolg war, daß die Societät eine Frage, wo die Schuld eines einzigen Mitgliedes sie in Gefahr gesetzt hatte, sich zu prostituiren, zurücknahm.

In

# Vorrede.

In den Göttingischen gelehrten Anzeigen; 1757; 147 Stück, den 8. December 1380 S. steht die Aufgabe der Frage vom Heber; und in 1758; 89 Stück, den 27. Julius 843 Seite; wird statt derselben eine andere aufgegeben.

So nachdrücklich und so überführend, ward Behringer gewiß nicht, von dem kleinern Irrthume unterrichtet, in den ihn wohl größtentheils Leichtgläubigkeit, und etwas Eitelkeit verführten. Der Fluß des Hebers im Vacuo, wegen der Cohäsion, der nicht wieder Physik, sondern wieder Menschenverstand ist, wird immer noch den Schülern der Physik vorgeschwatzt, denn, wie Haller sagt:

Die Stimme der Natur, ruft allzuschwach dem Tauben.

Wenn aber ein Tauber sich in Posseß setzte, Concerte zu geben, weil er Leute findet, die, ein Theil aus Leichtsinnigkeit oder Gutherzigkeit, ein andrer Theil, weil sie Midasohren haben, ihm dafür Geld zuwenden; Und es spräche jemand: Der Mann kann ohnmöglich was erträgliches spielen; Der Taube aber finge an: "Was? Ihr unverschämtester, geschwätziger, Witzling! Ihr sprecht, ich wäre so gut als ein

 Vierfied-

Bierfiedler? Wißt Ihr wohl? eurer Mutter Bruder, hat nur kürzlich vor 25 Jahren einmahl einen gar erschrecklich falschen Griff gethan. Ich will ihn, und euch dazu zum lustigen Spectakel aufstellen! Und darnach lasse ich Euch, und alle Lustigmacher Eures gleichen zusammen: Griechen, Römer, Spanier, Italiäner, Franzosen, Engelländer und Deutsche; Alle zusammen! ins Wasser werfen!

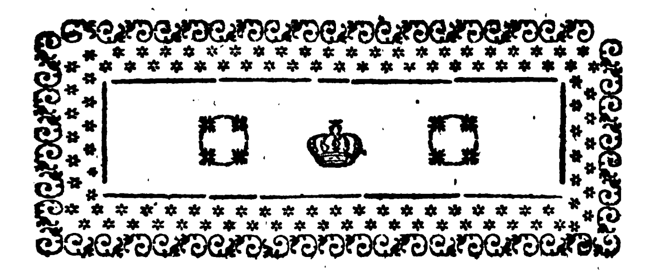
Würde man da nicht lachen, daß es selbst der Taube hören müßte?

Das bisherige betrachte man als ein Stück eines Commentarius über den Spruch: *De mortuis non nisi bene*; collato tit. ff. *Quod quisque iuris in alterum statuerit, vt ipse eodem vtatur.*

Ist es daran nicht genug, so kann noch, laetioris spectaculi caussa, hinzukommen: **Verzeichniß der vornehmsten Schnitzer, welche die Ignoranz der Mathematik, in einer, noch nicht 300 Octavs. starken, sogenannten Physik, gemacht hat.** Ob es nur 2 Bogen werden wird, kann ich nicht voraussagen. Göttingen; im August 1775.

Abraham Gotthelf Kästner.

Verzeich-



# Verzeichniß, und Innhalt
## der Anmerkungen

Voigtels

Stunden-

Ueber

---

Abhand-

# Abhandlung

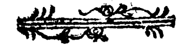
## Von Höhenmessungen durchs Barometer.

Wie

## durchs Barometer.

## Abh. von Höhenmess. durchs Barometer.







# 1. Anmerkung.

## Ueber die Abtheilung des Markscheidercompasses in Stunden.

### Weidler §. 6.

I. Einen Kreis welcher dient horizontale Winkel zu messen, theilt der Markscheider in 24 Theile ein die er Stunden nennt. Wenn, und warum diese Abtheilung aufgekommen ist, davon wissen die Schriftsteller keine Nachricht zu geben. Der Hr. v. Oppel muthmaaßt, als sie solche eingeführt haben, wäre ihnen die Eintheilung in Grade noch unbekannt gewesen. Gegen diese Muthmaassung würde ich folgenden Zweifel haben: Der Markscheider, kann sich fast nie mit horizontalen Linien begnügen, wie der Feldmesser oft thut. Alle

Augenblicke kommen ihm schiefe Linien vor, deren Neigung gegen den Horizont er bestimmt. Dieses Steigen und Fallen, hat er, allemahl in Graden angegeben, und also Grade sehr wohl gekannt. Ueberhaupt, haben ja die Markscheider die Geometrie nicht erfunden, sondern gelernt, und ihre Lehrmeister kannten ohnstreitig die Eintheilung in Grade.

II. Die Stunden werden in den Markscheidercompaß so verzeichnet: Auf der Mittagslinie (es sey nun die wahre, oder die welche die Magnetnadel angiebt) schreibt man an SE und MER; jedesmahl 12. Nun wachsen die Zahlen der Stunden von SE durch OR bis MER; von 12 oder eigentlich 0 bis 12 und eben so, von 12 oder eigentlich 0 bey MER; durch OCC bis 12 bey SEP. Man s. Weidlers 14 Fig.

III. So geht jeder Durchmesser des Kreises mit seinen beyden Enden durch einerley Stunde. Z. E. der mit der Mittagslinie einen Winkel von 30 Gr. von Mitternacht gegen Morgen macht, macht eben den Winkel von Mittag gegen Abend, und hat an diesen seinen entgegengesetzten Enden, die Stunde 2.

IIII. Nach Absichten die weiter unten sollen erklärt werden, sind zuweilen die Stellen OR. u. OCC. verwechselt, so daß Or. auf die Westseite zu liegen kömmt wenn S gegen Norden gekehrt wird. Weidlers 6 Fig. stellt dergleichen vor. Aber das in II. angegebene Gesetz, wie die Zahlen wachsen, wird auch da beobachtet.

V.

V. Ob man nun bey dieser Abtheilung an die Stunden des Tag:s gedacht, etwa das Streichen eines Ganges so bestimmt daß der Schatten eines Baumes ihm zu einer gewissen Stunde parallel gelegen, wie Hr. v. O. a. a. O. muthmaaßt, das scheint mir alles viel zu unsicher. Ein Baum, oder ein anderer verticalstehender Körper, wirft zu einer Stunde des Tages den Mittag ausgenommen; seinen Schatten auf dem Horizonte anders zu dieser Jahrszeit, anders zu jener, der Schatten einer gewissen Stunde, diente also nicht das Streichen eines Ganges anzugeben.

Auf einer gerade gegen einen Weltpol gerichteten Sonnenuhr fährt Hr. v. O. fort, würden die Stunden eben so gezählt. Ich weiß nicht ob er Aequinoctial- oder Polaruhr meynt, und ob die Markscheider die letzte, die schon zu den künstlichern gehört sollten nachgeahmt haben. Ueberhaupt aber, setze ich zwischen den Stunden der Markscheider, und irgend einer Sonnenuhr, weiter keine Uebereinstimmung, als daß beyde, von Mittage und Mitternacht gezählt werden.

VI. Wenn die Markscheider aus irgend einer Ursache die Eintheilung in 24 beliebten, so war es natürlich, daß ihnen dabey Stunden einfielen, da schon die vier Weltgegenden, mit den vier Hauptabtheilungen des Tages einerley Benennungen haben. Wären diese Geometern, nicht freye Deutsche, sondern römische serui poenae gewesen, so hätten sie vielleicht assem in uncias getheilt.

VII. Der Halbmesser des Kreises giebt den sechsten Theil; und aus dem, giebt eine wiederhohlte Halbirung den vierundzwanzigsten. Diese Abtheilung läßt sich also blos mit dem Zirkel machen, und ist in so weit einfacher und leichter als die in Grade. Könnten ihre Erfinder nicht diese Bequemlichkeit gesucht haben, um destomehr, da ihnen die Vortheile den Kreis in Grade abzutheilen, welche etwa die Trigonometrie darbietet, anfangs wenigstens nicht so bekannt seyn mochten?

VIII. Es ist doch allerdings sonderbar daß man jezo, da die Eintheilung in Grade bekannt genug ist, astronomische Quadranten in 96 Theile zu theilen pflegt, wie besonders die englischen Künstler zu thun gewohnt sind. Man hat dazu eben die nur angeführte Ursache, diese Eintheilung läßt sich durch Halbirungen des Bogens von 60 Graden bewerkstelligen. Die erste Halbirung giebt den Bogen von 30 Graden oder $\frac{1}{3}$ des Quadranten; und fortgesetzte geben $\frac{1}{3.2.2.2.2.2} = \frac{1}{96}$ des Quadranten. Man s. meiner astron. Abhandlungen 2. Samml. 5. Abh. 16.

Ein solcher Theil des Quadranten ist also

$= \frac{360}{4.96}$ Grad $= 0° 56' 15''$

VIIII. Die Markscheider Stunde theilt man auf den Compassen in Achttheile ein, deren einer also

$= \frac{1}{8.24} = \frac{1}{2}.\frac{1}{96}$ des ganzen Kreises beträgt; folg-

folglich noch einmahl so groß ist als ein Sechsund-
neunzigtheil des Quadranten (VIII.)

VIIII. Der Schiffer befriedigt sich mit der Ab-
theilung des Horizonts nach 32 Winden, welches
Winkel von 11½ Graden giebt. Riccioli Geogr.
reformat. L. X. cap. 16. erwähnt daß einige wieder
in vier theilten, wodurch Bogen von 2 Gr 48 M
45 S kommen, immer noch grösser als das Acht-
theil der Markscheiderstunde. Es verdient indessen
doch wohl bemerkt zu werden, daß die beyden Ar-
ten von Leuten, die den Compaß brauchen, Schä-
ze, aus der Tiefe der Erde, oder über das Meer
zu hohlen, ohne es mit einander abgeredet zu haben,
eins sind, den Horizont nicht in Grade sondern nach
Halbirungen zu theilen. Der Schiffer braucht so-
gar nicht einmahl den Bogen den der Halbmesser
abschneidet, sondern halbirt von Anfange den Qua-
dranten.

Noch genauer stimmt mit den Markscheiderstun-
den die alte Abtheilung des Horizonts in vier und
zwanzig, Winde überein, die man beym Vitruv
1. B. 6. Cap. und seinen Auslegern findet.

X. Dieses alles, nur zu zeigen: daß die Ab-
theilung des Horizonts in Stunden, den Mark-
scheidern gar leicht zu verzeihen ist.

Ob sie solche beybehalten, oder mit der in Gra-
de verwechseln sollen, darüber wage ich nicht ihnen
etwas zu rathen. Es giebt genug alte Gebräuche
deren Unbequemlichkeit man beständig empfindet,
und doch befürchtet, ihre Abschaffung möchte noch
grösse-

grössere Unbequemlichkeit verursachen. Daß es itzo zur Rechnung bequemer wäre den Kreis in Decimaltheile und nicht nach Sechszigen einzutheilen, darüber sind alle Mathematikverständigen eins: ob aber gleich Gellibrand trigonometrische Tafeln für Hunderttheile des Grades geliefert hat, so behält man doch immer noch durchgängig die Eintheilung in Minuten und Secunden.

XI. Will also auch der Markscheider seine Stunden beybehalten, aber, wie er oft nöthig hat die Winkel die auf diese Art angegeben werden zu trigonometrischen Berechnungen brauchen, so ist ihm eine Tafel nützlich, welche ihm die Verwandlung der Stunden in Grade erleichtert.

Für ganze Stunden, ist die Verwandlung völlig so, wie man in der Astronomie Sternzeit in Bogen des Aequators verwandelt, jede Stunde giebt 15 Grad.

Theilte also der Markscheider seine Stunden in Minuten, so könnte er sich der astronomischen Tafeln ohne einige Aenderung bedienen.

Weil er aber im Abtheilen nicht so weit geht, so dient ihm eine kürzere Tafel. Ich füge dergleichen hier bey, wo ich zum kleinsten Gliede, $\frac{1}{32}$ der Stunde, genommen habe. Daß die Winkel wohl in so kleinen Theilen angegeben werden, ist selbst aus der Beschreibung des Zuges, beym Weidler §. 58 lat 59 D. zu sehn.

XII. Tafel; Markscheiderstunden in Grade zu verwandeln.

Stund.

| Stund. | Grade |
|---|---|
| 1 | 15 |
| 2 | 30 |
| 3 | 45 |
| 4 | 60 |
| 5 | 75 |
| 6 | 90 |
| 7 | 105 |
| 8 | 120 |
| 9 | 135 |
| 10 | 150 |
| 11 | 165 |
| 12 | 180 |

| Achttheile | Gr. | M. | S. |
|---|---|---|---|
| ¼ | 0 | 28 | 7, 5 |
| ½ | | 56 | 15 |
| ¾ | 1 | 24 | 22, 5 |
| 1 | 1 | 52 | 30 |
| 2 | 3 | 45 | |
| 3 | 5 | 37 | 30 |
| 4 | 7 | 30 | |
| 5 | 9 | 22 | 30 |
| 6 | 11 | 15 | |
| 7 | 13 | 7 | 30 |

XIII. Exempel. Bey Weidlern a. a. O. steht ein Winkel 3 St 7¾ Achttheil

also 3 St = 45°
 7 A = 13 7' 30"
 ¾ A = 1 24 22, 5

Der Winkel = 59 31 52, 5

Diesen Winkel macht die Linie, mit der Mittagslinie, von Norden gegen Osten, oder von Süden gegen Westen.

Ein ander Exempel, eines stumpfen Winkels.

Er sey 9 St 5½ A.

9 St = 135°
5 A = 9 22' 30"
½ = 56 15

145 18 45

Diesen Winkel macht die Linie mit der Mittags-linie von N gegen O; oder von S gegen W.

Und 34° 41′ 15″ seine Erfüllung zum Halbkreise von N gegen W oder S gegen O.

XIIII. Der kleinste Theil in der Tafel ist $\frac{1}{32}$ einer Stunde; die beyden nächst grössern sind $\frac{1}{16}$ und $\frac{3}{32}$ der Stunde. Es erhellt daß der kleinste doch noch beynahe einen halben Grad beträgt, und wenn der Markscheider so weit geht, so ist er wenigstens dem gemeinen Feldmesser gleich, der sich auch mit halben Graden befriedigt.

Kleinere Abtheilungen, lassen sich auch wohl, unmittelbar auf dem Rande der gewöhnlichen Compasse nicht angeben. Hr. Prof. Zeiher in Wittenberg, verfertiget so viel ich weiß Compasse, wo ein so genannter Nonius oder eigentlich Vernier, Minuten angiebt. Diese zwar nicht zum Gebrauche der Markscheider, ich glaube aber, Er würde denselben leicht, wenigstens eine merklich kleinere Abtheilung als die gewöhnliche ist verschaffen können.

XV. Blos zur Vergleichung mit den gewöhnlichen Arten Winkel zu messen, will ich noch beyfügen, wie sich fortgesetzte Halbirungen des Achttheils in Minuten Secunden und Decimaltheilen der letztern, ausdrücken liessen, bis auf die welche zuerst kleiner als eine Minute wird.

Vom

Vom Achttheile $\frac{1}{8} = 14' \; 3'', 75$
$\frac{1}{16} = 7 \; 1, 875$
$\frac{1}{32} = 3 \; 30, 9375$
$\frac{1}{64} = 1 \; 45, 46875$
$\frac{1}{128} = 0 \; 52, 734375$

Der kleinste Theil ist hie $\frac{1}{1024}$ der Stunde, wo der Nenner die zehnte Potenz der 2 ist.

## Ueber die Benennung der Stunden nach allen vier Weltgegenden.

### W. §. 8.

XVI. Aus der in II. angegebenen Ordnung wie die Stunden gezählt werden, erhellet folgendes:

Eine Linie die mit Se Mer, Winkel von 0 bis 45 Grad macht, geht durch Stunden von 12 bis 3, wenn die Winkel von Se ostwärts, oder von Mer westwärts liegen.

Aber durch Stunden von 9 bis 12, wenn die Winkel von Se westwärts oder von Mer ostwärts liegen.

Eine Linie die mit Se Mer Winkel von 45 Gr bis 90 Gr von Se ostwärts macht, geht durch Stunden zwischen 3 bis 6.

Und die welche eben solche Winkel von Se westwärts macht, durch Stunden zwischen 6 bis 9.

Die ersten beyden Lagen sind also innerhalb 45 Graden um Norden und Süden.

Die letzten beyden innerhalb 45 Graden um Osten und Westen.

Und so könnte man den ersten beyden nordliche

 oder

oder südliche Stunden, den letzten beyden östliche oder westliche geben.

XVII. Diese Unterabtheilung der Stunden, misbilligt Beyer, Part. VI. Prop. I. 148 S. der Markscheider könne nach derselben, beym Einschreiben leichter einen Fehler begehen, zumahl in engen Stellen, wo oft kaum so viel Platz ist, daß man in den Hängecompaß sehen kann.

XVIII. Wenigstens zeigt folgende Betrachtung, daß diese Unterabtheilung ganz entbehrlich ist.

AB 7 Fig. sey eine Linie deren Lage gegen die Mittagslinie der Magnetnadel soll angegeben werden. Der Compaß sey weiter nicht als in die zweymahl zwölf Stunden abgetheilt.

Diese Linie streicht allemahl durch eine gewisse Stunde bey A, und durch eben die bey B. (III). Und in soweit ist durch die Stunde die Lage der ganzen Linie völlig bestimmt.

Allemahl geht vom Mittelpuncte des Compasses, C, einer ihrer Theile nach Osten, der andere nach Westen; Hie sind es CA, CB.

Nun kann man also noch fragen, nach welcher Richtung man auf dieser Linie gegangen, oder, wie der Bergmann es nennt: gefahren ist? ob von A nach B oder von B nach A?

Und dieses beantworten zulänglich, die beyden Syllben am Ende der magnetischen Mittagslinie. Schreibt man zur Stunde Se, so zeigt dieß an, man sey von B gegen A gefahren.

Schreibt

Schreibt man Mer. zur Stunde, so zeigt es man sey von A gegen B gefahren.

Also ist nicht nöthig noch östliche und westliche Stunden zu nennen.

## 2. Anmerkung. Vom Lachtermaasse. zu W. 16. §.

1. Weidlers Vergleichungen bequemer ausgedruckt.

Freyb L = 1009
Joachimsth = 986
Eisleb = 1014
Clausth = 970

Weidler hat sie vermuthlich aus Voigtels Markscheidek. genommen.

2. Weidlers Ausdruck des freybergischen Lachters durch rheinländisches Maaß läßt sich folgendergestalt auf Decimaltheile bringen: Die $10\frac{3}{4}$ Linien sind $\frac{10,75}{12} = 0,8958333\ldots$ eines Zolles. Also die 6 Fusse auch zu Zollen gemacht, und Alles zusammen gerechnet ist das Freibergische Lachter

= 75, 895833 rheinl Zoll
= 6, 324653 rheinl Fuß.

3. Nach Hr. v. Oppel 113 ist das Lachter = $\frac{3643}{576}$ rheinl Fuß welches sich aus (2) (denn Hr. v. O. giebt eben diese Grösse des Lachters an, folgendergestalt herleiten läßt: 6 Fuß 3 Zoll = $6\frac{1}{4}$ Fuß = $\frac{25}{4}$ F. Ferner $10\frac{3}{4}$ Linien = $\frac{43}{4 \cdot 144}$ Fuß. Die

Die Summe dieser beyden, auf einerley Nenner gebrachten Brüche bekömmt zum Zähler 144. 25 + 43 = 3643; der Nenner ist 4. 144 = 576.

4. Mit diesem Bruche selbst zu rechnen, wäre wohl sehr unbequem, sein Logarithme aber läßt sich mit Vortheile brauchen. Es ist nähmlich

$$\log 3643 - \log 576 \text{ oder } \log \frac{\text{freib L}}{\text{rheinl F}} = 0{,}8010367$$

5. Addirt man diesen Logarithmen, zum Log. einer gegebenen Zahl Lachter, so kömmt der Logarithme, der grössern Zahl von Fussen, die eben so viel betragen.

6. Zieht man ihn vom Logarithmen einer gegebenen Zahl von Fussen ab, so kömmt der Logarithme der kleinern Zahl von Lachtern, die eben so viel betragen.

Dieses Verfahren ist wie in Geometr. 32 S. 2 Anm.

7. Exempel. v. Oppel 558. §. meldet; Als 1741 die alte hohe Birke bey Freyberg zum Erliegen gekommen, war sie bis 82 Fahrten tief abgebaut. Die Fahrt ist 12 Ellen (v. Opp. 116) Also war das 984 Ellen = 984. $\frac{2}{7}$ Lachter (Weidler 16 §. v. Opp. 113) = 281 + $\frac{1}{7}$ L = 281, 14 L. Also

log 281, 14 = 2, 4489226
addirt 0, 8010367

3, 2499593

gehört zu 1778, 1. Soviel rheinl. Fuß beträgt diese Teufe.

Theile

## Theile des Freybergischen Lachters in rheinländischen Maasse.

8. Aus (2) ist;
$\frac{1}{8}$ Lachter = 10 Lachterzoll = 9, 48698 rheinl Zoll
$\frac{1}{16}$ = 5 = 4, 74349
$\frac{1}{80}$ = 1 = 0, 948698

9. Die mittlere der drey Grössen in (8) pflegt einem Gliede der Lachterkette gegeben zu werden. v. Opp. 115.

## Oberharzisches Lachter.

10. Nach Calvör Beschreib. des Maschinenwesens, II. Th. 1. C. 5. §. ist
Oberh L = 80 Braunschweigische Zoll
Braunschw Fuß = 0, 927 rheinl Fuß.

11. Also Oberh L = 80. 0, 927 rheinl Zoll
= 74, 16 rheinl Zoll
= 6 rheinl Fuß 2, 16 Zoll

12. Ferner von diesem Lachter
$\frac{1}{8}$ = 9, 27 rh Z
$\frac{1}{16}$ = 4, 635
$\frac{1}{80}$ = 0, 927

13. Weil also dieses Lachter = $\frac{74,16}{12}$ rh F
so ist log 74, 16 — log 12 oder

$$\log \frac{\text{Oberh L}}{\text{rhein F}} = 0,7909885$$

Ver-

### Vergleichung des oberh L mit dem freyberger.

14. Der Logarithme in 13; von dem in 4; abgezogen läßt $\log \frac{\text{Freib}}{\text{Oberh}} = 0,\ 0100480$

Zieht man aber den in 4; von dem in 13; ab so kömmt $\log \frac{\text{Oberh}}{\text{Freyb}} = 0,\ 9899518 - 1$

Diese Logarithmen geben

Freyb = 1, 0234 Oberh
Oberh = 0, 97713 Freyb

15. Das claußthalische Lachter und das oberhärzische sind offenbahr gleichgültige Wörter.

16. So käme Weidlers Claußthallisches (1) kleiner als Calvörs (14) um 0, 007 des freybergischen.

### Vergleichungen des claußthalischen Achttheils, die ich selbst angestellt habe.

17. Ich besitze die Hälfte des rheinländischen Fusses zweymahl, auf Messing abgetheilt, einmahl in 6 Zoll, und der Zoll in hundert Theile, dann der halbe Fuß in tausend Theile. Beyde halben Füsse, sind genau von gleicher Länge, obgleich diese Maaßstäbe ohnstreitig von unterschiednen Meistern, und vermuthlich nicht an einem Orte verfertigt sind. Der in Zolle getheilte hat auf der andern Seite eben so sechs pariser Zoll, zwischen beyderley Maassen findet sich die bekannte Verhältniß, und so haben mir diese Maaßstäbe wenn ich sie mit andern Maassen verglichen, immer was gegeben, das mit sonst

sonst bekannten Angaben übereinstimmt, daß ich sie also, wenigstens so viel ihre Grösse es verstattet, für zuverlässig halte.

18. Um 1756 lebte in Hannover der Hr. Commissarius Hapke, welcher in Bergwerkssachen und dem Maschinenwesen, viel praktische Geschicklichkeit, mit theoretischen Einsichten verbunden besaß. Unterschiedene von ihm verfertigte Modelle sind nach seinem Tode, von kön. Regierung gekauft und hiesiger Universität gnädigst geschenkt worden.

19. Für mich habe ich aus seiner Verlassenschaft nebst Büchern und Instrumenten, auch ein Bret gekauft auf dem unterschiedliche Fußmasse verzeichnet sind, und auf dessen andern Seite, ein clausthalisches Achttheil in seine zehn Zolle getheilt. Die Zeichnungen und Abtheilungen sind mit Tusche gemacht. Von den Fussen, fand ich einige mir bekannte nicht in völliger Schärfe richtig, und das erregte in mir auch einen Verdacht gegen die Richtigkeit des Achttheils. Indessen ist dieser Verdacht nicht so gar sehr gegründet, denn vom Achttheile konnte der seel. Hapke leichter ein zuverlässiges Original haben, als von manchem Fusse.

20. Von diesem Achttheile sind
5 Lachterzoll = 4, 6 rheinl Zoll (17)
6 = 5, 52

Diese Abmessungen stimmen überein daß
1 Lachterzoll = 0, 92 rheinl Z.

21. Das schien Calvörs Angabe zu wiedersprechen (10) nach der der Lachterzoll um 0, 007 des rhein-

rheinländischen grösser wäre, und sechs Lachterzoll = 5, 562 rheinländischen wären, welches ich bey meiner Messung (20) müßte bemerkt haben. Ich hielt also, im Vertrauen auf Calvören, das hapkische Achttheil zu klein.

22. Von einem Claustháler Hr. Rausch, der seinem Vater daselbst in der Markscheidekunst schon Beystand geleistet hatte, und 1773 alle meine Vorlesungen, auch die über die Markscheidekunst, mit einem Fleisse und Eifer besuchte, die seine vorzüglichen Gemüthsgaben dem Waterlande sehr nützlich machen werden, erhielt ich ein Clausthalisches Achttheil auch auf Holz, mit feinen Einschnitten in die Zolle getheilt. Das darf ich doch wohl also für zuverlässig annehmen.

23. Und dieses paßt, ganz, an das hapkische (19) ich finde auch von ihm

5 Lachterz = 4, 60 rheinl; wie (20)

24. Da ich so sicher war das Clausthaler Achttheil richtig zu haben, und doch eben dieß Calvörn zutrauen mußte, so blieb übrig, daß Calvör vielleicht statt des rheinländischen Fusses, etwas das zu klein war möchte gehabt haben. Folgende Untersuchung wird diesen Gedanken bestätigen.

25. Auf Hr. Rauschens Maaßstabe, (22) war auch ein halber rheinländischer Fuß abgezeichnet, den ich aber so gleich für zu klein erkannte. Und dieser paßt genau an die Hälfte dessen welcher auf dem (19) erwähnten Brete, für den rheinländischen ausgegeben wird.

26.

25. Also scheint schon soviel ausgemacht, daß man in Clausthal Etwas für den rheinländischen Fuß angenommen, das ein wenig zu klein ist.

26. Den halben Fuß (25) finde ich = 5, 95 rheinl Z. Wenn ich also diesen falschen rheinländischen = F; den meinigen = R nenne; so ist

$$F = \frac{11,90}{12} . R \text{ oder } \frac{120}{119} . F = R$$

27. Also das clausthalische Achttheil, oder (30)

$$9, 2. \tfrac{1}{12} R = \frac{9, 2. \ 120}{119} . \tfrac{1}{12} F$$

28. Aber 9, 2. 120 = 1104; Also

| | | |
|---|---|---|
| log 1104 | = | 3, 0429691 |
| log 119 | = | 2, 0755470 |
| Unterschied | = | 0, 9674221 |

gehört zu 9, 277;

29. Oder: das clausthalische Achttheil wäre 9, 277 Zoll des unrichtig so genannten rheinländischen Fusses. Das stimmt nun so ziemlich mit Calvörs Angabe überein, (12) da man bey solchen kleinen Grössen zur Vergleichung wie ich hie habe brauchen müssen, auf Tausendtheile eines Zolls nicht sicher seyn kann, Calvör auch vermuthlich die Schärfe selbst nicht so weit getrieben hat, da er den braunschweiger Fuß nur in Tausendtheilen des rheinländischen angiebt,

## Das clausthalische Lachter, nach Weidlers Angabe berechnet.

30. Es ist (1) = 0, 97 des freybergischen, man berechnet es dieser Angabe gemäß folgendergestalt in rheinländischen Maasse.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | zu | 0, 8010367 | (4) |
| addirt | log 0, 97 | = 0, 9867717 | — 1 |
| | log M | = 0, 7878084 | |
| addirt | log R | = 1, 0791812 | |
| | log N | = 1, 8669896 | |

Die beyden Logarithmen geben die Grösse des clausthal. Lachters

M = 6, 1349 Fuß rheinl.
N = 73, 6194 Zoll

31. Der Ausdruck in Zollen, giebt das Achttheil = 9, 202 rheinl Zoll.

## Folgerungen aus 10 .. 31. von der Grösse des clausthal. Lachters.

32. Das Achttheil nach Weidlern berechnet (31) hat mit dem das ich verglichen habe (20) so genau als bey diesen Vergleichungen zu erwarten ist (29) einerley Verhältniß zum rheinländischen Fusse. Also versteht Weidler, unter: clausthalisches Lachter, und rheinländischer Fuß gewiß sehr beynahe eben die Grössen die ich darunter verstehe.

33. Mehr Sicherheit läßt sich durch die Untersuchungen des Gelehrten in der Studierstube nicht er-

erhalten. Man müßte eine etwas lange Linie, einmahl mit dem Lachter, dann mit dem rheinländischen Fusse, aufs sorgfältigste abmessen, so könnte vielleicht die Vergleichung noch etwas schärfer gefunden werden.

34. Bis dahin wird man wohl bey den (30) angestellten Berechnungen bleiben können, folglich Calvörs Vergleichung (11) nicht brauchen.

## Ausdruck des clausthalischen Lachters in pariser Fussen.

35. Es ist leicht zu sehen, daß man von log M (30) nur den Logarithmen der Verhältniß des pariser Fusses zum rheinländischen (Geom. 32. S. 2. Anm) abziehen darf, um den Logarithmen der Zahl von pariser Fussen zu bekommen, die auf das Lachter gehn. Diesen will ich log P nennen.

36. Seinen Gebrauch zugleich zu zeigen und Wiederhohlung einerley Zifern zu ersparen, will ich ihn gleich zu Berechnung eines Exempels anwenden. Calvör Maschinenw. II. Th; 2. Cap. 18. §. berichtet, die Dorothee zu Clausthal sey 162 Lachter tief (zu der Zeit als er das schrieb,) diese Teufe also läßt sich sogleich in pariser Fuß berechnen.

37) log M = 0, 7878084 (30)
abgezogen = 0, 0149418

log P = 0, 7728666
addirt log 162 = 2, 2095150

log der Teufe = 2, 9823816

Die Logarithmen geben P = 5, 9274; so viel pariser Fuß hält das Lachter.

Die Teufe = 960, 24 p. F.

Wenn man zu log P den Logarithmen von 144 addirt, so bekömmt man einen der zu 853, 54 gehört. Soviel pariser Linien hat also das claustbalische Lachter.

In Crusens Contoristen, I. Theil in der VII Tafel am Ende, unter dem Artikel Lachter in der Vergleichung der Fußmaasse ist es 852,8 angegeben; Cruse hat das vermuthlich aus einer ihm angegebenen Verhältniß zu einem bekannten Maasse berechnet. Er giebt eben daselbst andere Lachter in pariser Maasse an, die man mit meinen Angaben so weit solche reichen vergleichen mag wenn man sie brauchen will.

37 Noch ein Beyspiel wieviel Bequemlichkeit die Logarithmen bey Maaßvergleichungen geben, mag nachstehendes seyn.

## Verwandlung der schwedischen Famme in freybergische Lachterzoll. v. Opp. 76.

38 Die Angaben sind folgende

| | | |
|---|---|---|
| 1 Famme | = | 6 schwed Fuß |
| 13913 schwed Fuß | = | 13200 rheinl F |
| 3643 rheinl F | = | 576 Lachter |
| 1 Lachter | = | 80 Lachterzoll |

Wieviel Lachterzoll hält die Famme? Ich will zuerst berechnen wieviel Lachter sie hält. Es ist aber

schwed

$$\text{schwed Fuß} = \frac{13200}{13913} \text{ rheinl F}$$

$$\text{rheinl Fuß} = \frac{576}{3643} \text{ Lachter;}$$

$$\text{also Famme} = 6.\ \frac{13200}{13913}.\ \frac{576}{3643} \text{ Lachter.}$$

$$= \frac{79200.\ 576}{13913.\ 3643}$$

log 79200 = 4, 8987252
576 = 2, 7604225

des Zählers = 7, 6591477
3643 = 3, 5614592
13913 = 4, 1434208

des Nenners = 7, 7048800
des Bruchs = 0, 9542677 — 1
gehört zu 0, 90005 oder
die Famme = 0, 90005 Lachter
= 72, 0040 Lachterzoll

Eben das findet v. O. nur giebt er die vierte Decimalstelle nicht an. Bey ihm ist es ein Exempel einer zusammengesetzten Regel Detri, wo die Zahl der Lachterzolle durch folgende Proportion gefunden wird 50685059 : 364953600 = 1;
Das erste Glied nähmlich ist = 13913. 3643
Das zweyte = 6. 13200. 576. 80.

39. Nebst dem Gebrauche der Logarithmen habe ich durch dieses Exempel auch die Bemerkung

erläutern wollen, daß es besser ist solche Rechnungen, aus Gleichungen wie mein Verfahren zeigt herzuleiten, als nach der Kettenregel zu bewerkstelligen. Während daß man sich besinnt, wie die Zahlen der Kettenregel gemäß zu ordnen sind, hätte man schon einen Theil der Rechnung nach gegenwärtigem Verfahren gemacht. Zu geschweigen, daß man so der Gefahr nicht ausgesetzt ist, sich im Ordnen der Glieder zu irren, wie bey der Kettenregel wohl geschehen kann.

### Ueber Ausdrückungen wo Lachter und Theile des Lachters vorkommen zu W. 17. §.

40. Vielleicht wäre es am bequemsten die Lachter als Ganze ihrer Art anzusehen, die Achttheile als eigne kleinere Ganze, welche ferner in Hundertheile getheilt werden. So brauchte man die Zeichen nicht, mit denen man in der Geometrie Ruthen und ihre Theile bezeichnet. Sie schicken sich ohnedem nicht wohl hieher, weil die Theile des Lachters und der Ruthe nicht einerley Verhältniß zu ihren Ganzen haben.

Ich würde z. E. W. erste Zahl, und ihre Multiplication durch 6 so ausdrucken.

4 L. 5, 79 A
6
————
24 . 34, 74

Wie viel ganze Lachter in einer Menge von Achttheilen enthalten sind, wird sogleich durch die so leichte Division mit 8 gefunden.

41

41. Mir fiel einmahl ein, das Lachter als ein Ganzes anzusehn, in dessen Decimaltheilen, die Achttheile und deren fernere Theile ausgedruckt würden. Da wäre ein Achttheil = 0, 125, und man könnte leicht jede Zahl von Achttheilen von 1 bis 7 in Decimaltheilen ausgedruckt in eine Tafel bringen; eben soviel Lachterzollen, gehörte allemahl eine zehnmahl kleinere Zahl, z. E.

1 Lachterzoll = 0, 0125,

und ein Zehntheil des Lachterzolls
oder 1 Scrupel = 0, 00125

42. Es scheint mir aber, dieses würde die Rechnung beschwerlicher machen, als der gewöhnliche Ausdruck. Will man eine Linie im Markscheidermaasse angegeben, völlig durch Decimaltheile eines einzigen Ganzen ausdrucken, so verwandele man lieber die ganzen Lachter durch die so leichte Multiplication, in Achttheile.

So wäre das Product in (40) = 226, 74 A

43. Ob man für die Division den Dividendus auf diese Art ausdrucken will, (42) wie W. befiehlt, das wird man wohl mit aus der Grösse des Divisors entscheiden. Bey Weidlers Exempel 28 L 2, 74 A mit 6 zu dividiren würde ich doch lieber zu erst die vier ganzen Lachter angeben, den Rest in Achttheile verwandeln und nun

$\frac{34, 74}{6}$ = 5, 79 berechnen.

Ist aber der Divisor grösser als die Zahl der

 Lach-

Lachter, so wird es besser seyn sie gleich anfangs in Achttheile zu verwandeln.

## Von Voigtels Eintheilung W. 18. §.

44. Voigtel nimmt das Lachter für ein Ganzes an, das er nun nicht in Achttheil, sondern nach der Decimaleintheilung ferner theilet, in tausend Theile und noch weiter wenn mehr Schärfe erfodert wird. Er bezeichnet das Lachter mit o und die Decimaltheile mit 1; 11; 111; So giebt er ein Exempel das ich nach der gewöhnlichen Decimalbezeichnung so schreibe 5, 892; und spricht es aus: 5 Lachter, 8 Erstens, 9 Zweytens, 2 Drittens.

Will man Voigtels Decimalbrüche in Achttheile und deren gewöhnliche Abtheilungen verwandeln, so darf man sie nur mit 8 multipliciren. So kommen 0, 892. 8 = 7, 136 Achttheile.

Umgekehrt, ein Tausendtheil des Lachters, in Theilen des Zolls auszudrucken, ist es 0, 001. 80 = 0, 08 des Zolls.

45. Voigtel bemerkte ganz richtig daß die Decimaltheilung beym Rechnen viel Bequemlichkeiten verschafte. Man kann aber diese Bequemlichkeiten erhalten, wenn man das Achtel zur Einheit annimmt, und dadurch die Lachter ausdruckt. (42) Und deßwegen kann ich die Markscheider nicht so gar sehr tadeln, daß sie von V. an sich wohlgemeynten Bemühungen in diesem Stücke keinen Gebrauch gemacht haben.

Ob

## Ob man nicht ein Achttheil am bequemsten zur Einheit des Lachtermaasses annehmen könnte?

46. Wenn man dieses thut, so heißt das Lachter = 8, und also die Zahl der Lachter mit 8 multiplicirt, kann man was herauskömmt, an die Zahl der Achttheile und deren fernern Theile so schreiben, daß sich alle Ziffern zusammen nach den Gesetzen der Decimalarithmetik lesen lassen. Z. E. 12 Lachter 7 Achttheile 6 Zoll 4 Scrupel wären 103, 64 Achttheile.

47. Diese Ausdrückungen, wären zur Rechnung sehr bequem. Wo man nicht zu rechnen hat kann man die Lachter für sich, das übrige auch für sich nennen.

48. Man könnte auch den Lachterzoll für das Ganze annehmen, wodurch man die Längen ausdruckt, da wäre das Lachter = 80, und nächstvorhergehendes Exempel hiesse 1036, 4 Lachterzoll

49. Aber den Zoll in Zehntheile zu theilen ist schon gewöhnlich, und es giebt Fälle, wo man eine Länge bis auf Hunderttheile, oder Tausendtheile des Zolls anzugeben suchen wird. Dergleichen Fall wäre, wenn man unterschiedene Linien zusammen addiren soll, daraus eine zu finden, z. E. wenn man eine grosse Höhe als die Summe unterschiedener kleinern ansieht, die man einzeln gemessen oder berechnet hat. Da ist offenbahr daß man die Theile in Brüchen des Zolls sehr genau wissen muß um in der Summe nicht um ganze Zolle zu fehlen.

50. Man kan also weder den Zoll, noch irgend ein Stück von ihm, für eine kleinste Einheit annehmen, die man nicht weiter eintheilte, und durch welche alle übrigen Grössen als ganze Zahlen ausgedruckt würden. Und so ist natürlich zur Einheit das anzunehmen, was zwar ferner eingetheilt wird, aber immer nur nach Decimaltheilen, und unter den Grössen die so eingetheilt werden das Größte ist, folglich das Achttheil.

Von der Lachterschnur. W. §. 20.

51. Beschreibungen dieses Werkzeuges, der Meßkette der Markscheider, findet man beym v. v. Oppel 115 S. 404. u. f. §. Beyer P. II. cap. 20. 47. Seite.

## 3. Anmerkung.
## Von der Krümmung einer Schnur oder Kette. W. §. 20.

1. Wenn man eine Schnur an ein paar Puncten hält, die nicht so weit von einander entfernt sind, als die Länge des Stücks Schnur zwischen beyden Puncten, und nun dieses Stück sinken läßt, so ist offenbahr daß es sich in eine gewisse krumme Linie beugen wird. Eben das wird einer Kette widerfahren, mit der man auch so was vornähme. Soll der letzte Fall dem ersten so ähnlich als möglich seyn, so muß die Kette aus sehr kleinen Gliedern bestehen, deren jedes man nur etwa wie einen physischen Punct ansehen könnte.

2. Wie die Natur diese krumme Linie bildet ist leicht allgemein zu übersehen. Jedes Theilchen der Schnur oder Kette, will für sich in einer Verticallinie sinken; dadurch aber zieht es an den andern mit denen es zusammenhängt, und so setzen sich alle zusammen in eine Stellung, wie die Summe aller dieser Wirkungen, des Bestrebens zu sinken, und des daraus entstehenden Ziehens erfodert.

3. Die krumme Linie selbst aber diesen Begriffen gemäß zu bestimmen, ist schwerer. Galiläus nahm sie für eine Parabel an, vermuthlich rieth er nur auf eine ihm bekannte krumme Linie, welcher die, so die Kette macht, obenhin betrachtet nicht ganz unähnlich war. Joh. Joach. Jung, ein hamburgischer Lehrer im vorigen Jahrhundert, fand durch Erfahrungen und Schlüsse, daß Galiläus sich geirrt habe. Die wahre krumme Linie aber, ließ sich nicht eher entdecken, bis die Rechnung des Unendlichen, die dazu nöthigen Kunstgriffe an die Hand gab. Leibniz, und die beyden Brüder Bernoullie, haben sie allsdenn unter dem Nahmen der Kettenlinie bestimmt. Man bediente sich sogar der Vortheile welche die Rechnung des Unendlichen darbietet, diese Untersuchungen selbst für noch schwerere Fälle zu unternehmen, als der erste ist, der sich den Augen darstellt, z. E. wenn die Schnur nicht durchaus gleich dick ist, folglich gleich lange Theile von ihr, ungleiche Gewichte haben, wenn sie sich durch ihre Last ausdehnen läßt, endlich: wenn die Richtungen der Schwere nicht als parallel angenommen

men

men werden, sondern gegen den Mittelpunct der Erde zusammenlaufen. Von Allem diesen, umständlicher zu reden oder Untersuchungen darüber beyzubringen, ist hie der Ort nicht. Jemanden der sich die ersten Begriffe davon machen will, können die 36 u. f. von Joh. Bernoullis Lectionibus Hospitalianis dienen, im III. Theile der Operum Jo. Bernoullii.

Die Frage: Was für eine Gestalt nimmt eine Kette an, wenn jeder Theil von ihr mit einer andern Kraft getrieben wird, alle Kräfte aber nach einem bestimmten Puncte zu gerichtet sind, also die allgemeinste Auflösung der Aufgabe von Kettenlinien, findet sich in Io. Bern. Op. T. III. n. 173.

Wie die Glieder einer Kette durch ihre Schwere sich ins Gleichgewicht stellen, so würden es Steine eines Gewölbes thun, wenn das Gewölbe die Gestalt einer Kettenlinie hätte. Statt der Stellen an denen die Kette aufgehenkt ist, sind hie, die, auf denen das Gewölbe ruht. Daher hat man die Kettenlinie zu Gewölbern vorgeschlagen. Eine Untersuchung hievon findet sich in Iacobi Bernoullii Oper. T. II. n. 103. Art. 29.

Bey diesem Gebrauche der Kettenlinie zu Gewölbern, hat Leibniz eine Bedenklichkeit geäusert Leibnitii et Io. Bernoull. Commercium (epistolicum) philosophicum et mathematicum. T. I. ep. 82. welche B. im folgenden 83. Briefe zu heben gesucht hat.

Man kann sich auch gerade Linien von bestimmter

ter Grösse, Balken z. E. vorstellen, die eine solche Stellung annehmen, wie ihnen die Schwere giebt. So gehören zur Kettenlinie, des Elvius Untersuchungen von gebrochnen Dächern; Abhandl. der K. Schwed. Ak. d. W. meiner Uebers. V. Band 251. Seite.

Und weil die Schwere hie nur als eine Kraft betrachtet wird, die nach parallelen Richtungen, in gleiche Theile, gleich stark wirkt, so kann man statt ihrer jede Kraft setzen, die auf ähnliche Art wirkt, z. E. den Stoß des Wassers in einem Flusse. Balken also, in den Stellungen gegen einander, wie sie ein gebrochenes Dach erfoderte, werden auf der äusern Seite der Figur die sie machen den Stoß des Wassers am besten aufhalten. Das hat Polhem erinnert Abh. d. K. Schw. Ak. d. W. IIII. 139. S. Und so dient die Kettenlinie zu Brücken.

So viel, nur einige Nachrichten vom praktischen Nutzen solcher theoretischen Untersuchungen zu geben.

4. Hier kömmt es nur darauf an ohne tiefsinnige Betrachtung der Kettenlinie eine Vorstellung zu machen, wie viel die Krümmung der Schnur betragen könne. Also sey ABC 1 Fig. die Schnur, in A und C befestigt, AE, CE, sind Tangenten. Es ist klar, daß die Last der Schnur ihre unendlich kleinen Theile bey A und C, nach der Richtung dieser Tangenten zieht. Diese beyden Theile würden also völlig noch auf eben die Art gezogen, wenn man sich ein Paar Fäden AE, CE, vorstellte, von deren Durchschnitte E, ein Gewicht herabhin-

ge,

ge, so schwer als die Schnur, die Schnur selbst aber, wäre weggenommen oder wenigstens nicht mehr schwer.

5. Statt der Pflöcke oder Schrauben, welche die Schnur in A, C, befestigen, ist verstattet sich ein paar Kräfte vorzustellen welche nach EA, EC, gleich so stark ziehen, daß sie zusammen, das Gewicht K erhalten. Dieses wird durch eben solche Betrachtungen gerechtfertiget, wie ich in Stat. 29. angestellt habe, Verwechslungen von Unterlage und Hebel zu zeigen.

6. So hat man also in E 2. Fig. drey Kräfte im Gleichgewichte, sie mögen heissen: r nach ER; q nach EA; p nach EC. Wenn man EN = q EO = p nimmt, und das Parallelogramm EOMN ergänzt so ist EM = r (Stat. 63) und (das. 65)

$$q : p = \sin CEM : \sin AEM$$
$$p : r = \sin AEM : \sin AEC.$$
$$q : r = \sin CEM : \sin AEC$$

7. Die Kräfte q, p, sind die, mit welchen die Schnur bey A, C, angezogen wird. Das mag nun durch Schrauben, oder wie man sonst will geschehen, so läßt sich allemahl jede solche Kraft durch ein Gewicht, Q, P, vorstellen, das von einer Rolle herabhängt, und die Schnur zieht.

8. Nun wird allemahl die Kraft die man an jedem Ende anwendet die Schnur zu spannen, in Vergleichung mit dem Gewichte der Schnur sehr groß seyn, man wird diese Kraft, gern beynahe so groß nehmen, als die Schnur ausstehen kann, ohne

zu reissen und offenbahr ist das Gewicht einer nicht sehr langen Schnur, gegen das, was an sie gehenkt, (wenn man nähmlich die Schnur nur mit einem Ende befestigte, an das andere Ende das Gewicht bände, daß sie lothrecht herabhinge) sie zerreissen könnte, nicht sehr beträchtlich.

9. Also kann man in (6) immer r ziemlich klein gegen p und q nehmen. Und so ist des Winkels AEC Sinus, gegen die andern klein; woraus folgt daß der Winkel selbst entweder sehr spitzig, oder sehr stumpf, nahe bey 180 Graden seyn muß.

10. Welches von beyden statt findet, zeigt die Figur. In ihr, wie sie gezeichnet ist, sind EO, MO, jede, nicht viel grösser als EM, oder gar kleiner. So wird MOE nicht sehr groß. Stellt man sich aber an EM ein paar Schenkel vor die in Vergleichung mit EM sehr lang sind so wird EOM sehr spitzig werden, folglich AEC beynahe 180 Grad.

11. Dieß alles kann man sich bestimmter und in Formeln zur Berechnung ausdrücken, wenn man darauf die Vorschriften anwenden will, nach denen sich der Winkel MOE aus den drey Seiten des Dreyecks finden läßt.

12. Hie ist genug überhaupt zu sehen, daß AEC nahe bey 180 Graden seyn muß, wenn man die Schnur mit so viel Gewalt als sie verträgt anpichte. Alsdann nun, muß E nahe bey AC liegen, und B der krummen Linie unterster Punct, gewiß noch näher. Folglich ist unter diesen Umständen die Krümmung wenig beträchtlich.

13. Das bisherige ist allgemein wie auch A und C gegen einander liegen. Um die Sache allgemein vorzustellen, habe ich in der Figur AC gegen den Horizont geneigt gezeichnet. Jezo setze ich, um ein leichtes Exempel der Rechnung zu geben, diese Puncte liegen beyde in einer Horizontallinie. Dieselbe werde in G durch eine Verticallinie halbirt, so befinden sich in diesem Lothe auch B und D; es theilt offenbahr die krumme Linie in ähnliche Hälften, und das Dreyeck AEC ist gleichschenklicht, auch desselben so genannter Winkel $= 2h$ wenn $h = AEG$ oder AEM. Nun ist $\sin 2h = 2 \sin h. \cos h$ (Trigon. 19. S. 5. Zus.) Ferner $p = q$ weil alles auf beyden Seiten der Verticallinie einerley seyn muß; Also (6) $p : r = \sin h : \sin 2h = 1 : 2 \cos h$

oder $\cos h = \frac{r}{2p}$

14. Man setze $p = 50 . r$; Oder an jedem Ende der Schnur würde eine Kraft angewandt, die funfzigmahl ihr Gewicht betrüge. So ist

$\cos h = \frac{1}{100}$. Dieses zu berechnen, erinnere

man sich daß hier der Sinustotus $= 1$ gesetzt ist. Will man also Logarithmen der Tafeln brauchen, so ist $\log tab \cos h = 10 - \log 100 = 8$; und $90° - h = 34' 22'' = EAC$ folglich
$AEC = 178° 51' 16''$

15 Ferner $EG = AG . \tang (34' 22'')$. Wenn der Halbmesser $= 1$; findet sich diese Tangente $= 0,$

$= 0,0099972$. Also betrüge EG noch nicht völlig 0,01 des halben horizontalen Abstandes beyder Endpunkte der Schnur oder noch nicht 0,005 des ganzen.

16. Auch ist $AE^2 = AG^2 + GE^2$ also, weil $GE < 0,01$. AG ist $GE^2$ kleiner als $0,0001 \cdot AG^2$ und AE kleiner als $AG \cdot \sqrt{1,0001}$ folglich kleiner als $AG \cdot 1,00$ oder AE übertrifft die Hälfte des (15) genannten Abstandes noch nicht um sein Hundertheil, also $AE + EC$ den ganzen auch noch nicht um sein Hundertheil.

17. Die Schnur ABC ist kürzer als die genannte Summe der beyden geraden Linien. Man würde also in der (14) angenommenen Voraussetzung, die Länge die man wissen will, etwas zu groß bekommen, wenn man nach der Krümmung der Schnur mässe, aber dieser Fehler betrüge noch nicht ein Hundertheil der eigentlichen Länge die man wissen wollte, des horizontalen Abstandes (15).

18. Dieses ist eine Anleitung wie man untersuchen könnte, ob die Krümmung der Schnur der Richtigkeit des Messens nachtheilig seyn würde. Genauere Bestimmungen hievon liessen sich nur aus einer vollständigern Theorie der Kettenlinie herleiten, als man dem Markscheider zumuthen darf, der sie sonst bey seinen eigentlichen Geschäfften nirgends braucht.

19. Als eine Probe indessen, was die Anwendung dieser Theorie genauer lehrte, habe ich angenommen, einer Schnur ganze Länge ABC heisse

10000; Sie werde nach (14) an jedem Ende mit einer Kraft die funfzigmahl so groß als ihr Gewicht ist gespannt, daraus finde ich, ihres tiefsten Punkts Abstand unter der Horizontallinie, oder GB = 24, 992; und den Unterschied zwischen ihrer halben Länge, und dem halben horizontalen Abstande (15) oder AB — AG = 0, 083282, das ist noch nicht 0, 1 von einem 0, 0001 der halben Länge der Schnur.

20. Wenn man also eigentlich die Länge AC wissen wollte, statt ihrer aber die krumme Linie ABC mässe, so bekäme man etwas zuviel, das betrüge aber noch kein Hunderttausendtheil dessen was man durch die Messung gefunden hat.

21. Und so ist der Fehler den man begeht noch ungemein viel geringer als ihn die Rechnung ohne genauere Theorie der Kettenlinie (17) angab.

22. Da diese, etwas starke Spannung einen so ganz unbeträchtlichen Fehler giebt, so erhellt, daß man von der Krümmung der Schnur nicht so gar viel Unrichtigkeit besorgen darf, wenn sie auch nicht mit dieser Stärke gespannt wäre.

23. Bisher habe ich die Sache so betrachtet, daß beyder Endpunkte der Schnur in einer Horizontallinie sind. Da wirkt offenbahr die Schwere am meisten, der Schnur eine Krümmung zu geben, welche von der Horizontallinie durch beyde Endpunkte unterschieden ist. Hielte man die Schnur nur an einem Ende, so würde sie sich durch ihr Gewicht in eine gerade Verticallinie stellen,

blos

blos elastische Kräfte in ihr, könnten alsdenn etwa einige Krümmung verursachen.

24. Wird also die Schnur an einem Endpunkte niedriger als am andern gehalten, so macht sie freylich noch eine krumme Linie, welche länger ist, als die schiefe gerade Linie durch beyde Endpunkte. Aber dieser Unterschied der Längen, muß weniger betragen, als der Unterschied zwischen der Länge eben der Schnur, und der Horizontallinie durch ihre Endpunkte betrüge; wenn sie nähmlich mit beyden Endpunkten in einer Horizontallinie und mit eben den Kräften, gehalten würde, mit denen sie gehalten wird, wenn sich ihre Endpunkte in der schiefen Linie befinden.

25. Solchergestalt lehren Rechnungen wie (13. . . . . 22.), die Gränzen des grösten Fehlers, den die Krümmung der Schnur verursachen kann. Es giebt allemahl viel kleinere Unrichtigkeiten, wenn man die Schnur so braucht, daß sie schiefer Linien Richtungen angeben soll.

## a) Des Hrn. v. Oppel Anwendung auf die Anhenkung des Gradbogens.

26. Der Hr. v. Oppel Markscheidek. 426. §. hat aus Betrachtung der Kettenlinie Vorschriften herzuleiten gesucht, an welcher Stelle der Schnur der Gradbogen müsse angehenkt werden, eine Neigung anzugeben, welche der geraden Linie AC ihrer Neigung gleich käme.

27. Die Frage ist nähmlich diese: welche Tangente der Kettenlinie ist mit AC parallel?

28. Offenbahr die an B, wenn AC horizontal ist. Nimmt man also beyde Endpunkte der Schnur in einer Horizontallinie an, so muß man den Gradbogen in ihre Mitte henken, wenn er auch eine Horizontallinie angeben soll.

29. Wenn aber ein Endpunkt der Schnur niedriger als der andere ist, läßt sich selbst nach des Hrn. v. O. Untersuchung nichts mehr angeben, als daß man den Gradbogen desto weiter unter der Mitte der Schnur anhenken soll, jemehr sie steigt oder fällt, und dieses ist nicht bestimmt genug zu einer geometrischen Vorschrift.

30. Ein Trost bey dieser Ungewißheit ist, daß die Schnur desto weniger von der geraden Linie abweicht, jemehr sie steigt oder fällt (25).

31. Ueberhaupt aber, wenn man die Sache so scharf suchen wollte, würde hier die Betrachtung der gemeinen Kettenlinie nicht zureichen, bey der man gleiche Theile überall gleich schwer annimmt. Der Gradbogen wird zwar so leicht als möglich gemacht, sein Gewicht ist aber doch nicht ganz unbeträchtlich. Der Theil der Schnur an welchem er hängt, wird also durch ihn beladen, schwerer, als jeder andere gleiche Theil, und das führte also auf die vielmehr verwickelte Untersuchung einer Kettenlinie wo nicht alle gleichen Theile gleich schwer sind.

32. Hiezu

32. Hiezu kömmt, daß der Gradbogen, durch seine Last wohl die Schnur etwas mehr ausdehnen könnte, ob man ihn gleich, eben dieses zu vermeiden, leicht zu machen sucht.

33. Endlich, wenn der Gradbogen, wie sich die Markscheider damit zu befriedigen scheinen, nur halbe oder viertheils Grade angiebt, so möchte die Krümmung der Schnur wohl oft viel weniger betragen, als er anzuzeigen im Stande wäre. Im Exempel (14) würde er erst eine Abweichung von der Horizontallinie anzeigen, wenn man ihn ganz ans Ende der Schnur henkte.

34. Alles dieses zusammengenommen, wird wohl am besten seyn, die Schnur so stark als sie verträgt zu spannen, den Gradbogen an ein paar Stellen anzuhenken, und wenn er nicht ganz unmerkliche Unterschiede angiebt, das Mittel dazwischen zu nehmen.

## 4. Anmerkung.

## Ueber die Fehler und Prüfung des Gradbogens.

### W. 21. §.

1) Zum vorausgesetzt daß die Grade richtig abgetheilt sind, kann der Gradbogen folgende beyde Fehler haben.

2) I. Sein Halbmesser der durch 0 geht kann vielleicht nicht ganz genau auf den Durchmesser von 90 bis 90 senkrecht seyn.

 3) Dieser

3) Dieser Fehler liesse sich mit dem Zirkel prüfen, und wird leicht vom Arbeiter mit mäßiger Geschicklichkeit zu vermeiden seyn.

4) II. Die Haaken durch welche die Schnur geht, können so verbogen seyn, daß die Schnur nicht genau dem Halbmesser durch 90 parallel ist.

5) Bey diesem Fehler, wenn der erste vermieden ist, läßt sich so verfahren.

6) AKB 3 Fig. sey der Gradbogen, CK der Halbmesser durch o, CP das Loth.

7) Seine beyden Haaken mögen AS, BT seyn so ungleich, daß wenn er an der Schnur MN hängt, sein Halbmesser AB mit ihr in E zusammenstößt, und den Winkel AEM $= \beta$ macht.

8) Das Fallen der Schnur MNO sey $= \alpha$;

9) Das Loth CP giebt das Fallen der Linie AE an. Also ist der Bogen KL den ich $\gamma$ nennen will; $\gamma = \alpha - \beta$; denn das Fallen der Linie AE ist $=$ MNO — MEA.

10) Nun weiß man allemahl $\gamma$.

11) Wüßte man also anders woher $\alpha$; so hätte man gleich $\beta = \alpha - \gamma$.

12) Bey einer andern Schnur deren Fallen $= \zeta$ zeigte der Gradbogen eben so angehenkt einen Bogen $= \zeta - \beta$; Wenn also der Bogen den er anzeigt $= \theta$; so wäre allemahl

$$\theta + \beta = \zeta$$

13) So dient der einmahl bekannte Fehler des Gradbogens, aller andern Schnur Fallen richtig zu finden.

14) Wenn

14) Wenn man aber der Schnur MN Fallen nicht weiß, mache man es so:

15) Der Gradbogen werde an eben die Schnur verkehrt angehenkt 4 Fig.

| wo | 3 F | A | B | C | P |
|---|---|---|---|---|---|
| | 4 f | $\alpha$ | b | c | p |

also aen = AEM = $\beta$

16) Hier sey der Bogen kl als Maaß des Winkels kcl = $\delta$. Diesen weiß man.

17) Es ist aber kcl das Fallen der Linie ba, und das ist = mno + aen = $\alpha + \beta$.

18) Daher $\delta = \alpha + \beta$.

19) Daher aus 8; 17; die beyden Werthe von $\gamma + \delta$ zusammen addirt,

$\frac{1}{2}(\gamma + \delta) = \alpha$

20) Auch $\frac{1}{2}(\delta - \gamma) = \beta$.

21) Will man also den Gradbogen zweymahl anhenken, so findet man das Fallen der Schnur nach (18) ohne des Gradbogens Fehler zu wissen.

22) Man kann aber zugleich den Fehler finden (19) und, zum vorausgesetzt, daß er diesen Fehler ungeändert behält, nun das Fallen jeder andern Schnur, nur durch einmahliges anhenken finden (11).

Exempel. Man fände KL = 5°; kl = 7° 30′ so wäre (18) das eigentliche Fallen der Linie, nähmlich MNO oder mno = $\frac{1}{2}$ (12° 30′) = 6° 15′.

Das wüßte man also, ohne einmahl den Fehler des Gradbogens zu kennen.

 Dieser

Dieser Fehler aber fände sich aus (19) = ½ (2° 30') = 1° 15'.

Also so viel giebt nun der Gradbogen so lange als an ihm nichts verändert wird, das Fallen jeder Linie, zu klein, wenn die Stelle A, an ihm aufwärts, zu groß, wenn solche niederwärts gekehrt wird.

Man wird sich also auf dem Gradbogen diese Stelle bezeichnen, damit man weiß, ob man beym Gebrauche sie aufwärts oder niederwärts gekehrt hat.

Und nun weiß man mit dem fehlerhaften Gradbogen das Fallen jeder Linie, zu dem was der Gradbogen angiebt, addirt man den gefundenen Fehler wenn A aufwärts gekehrt ist.

Z. E. Der Gradbogen gäbe 12 Grad = KL; so ist das Fallen 13° 15'. Wäre aber kl = 12° so betrüge das Fallen 10° 45'.

23. Würde in 19 der Werth von β verneint, so zeigte dieses, BT sey länger als AS so daß des Gradbogens Durchmesser nicht nach B oder b sondern nach A oder a zu mit der Schnur zusammenstößt.

24. Auf eben die Art prüfet man bey einer Setzwage, ob die Linie nach der sie aufgestellt ist, genau senkrecht auf diejenige ist, an welcher das Loth herabhenkt, wenn die Setzwage eine Horizontallinie angeben soll. Die Linie, nach der die Setzwage aufgestellt wird, die eigentlich der Setzwage Fuß oder Füsse enthält, ist da so was, wie hie die

die Linie ST durch die beyden Haaken. Selbst astronomische Werkzeuge prüft man auf eine ähnliche Weise durch Umkehrung.

25. Die Markscheider schreiben vor, einen Gradbogen so zu prüfen, daß man ihn an eine Schnur einmahl auf eine Seite, das anderemahl verwandt anhenkt, wie in (14). Spielt nun das Loth nicht beydemahl auf einerley Grad ein, so soll man die Haken so lange beugen, bis dieses genau zutrifft. Voigtel Markscheidek. P. III. 23. S.

26. Wenn mit einmahligen Beugen der Haken der Gradbogen nun künftig auf immer berichtiget wäre, so möchte das angehen. Nach der gewöhnlichen Beschaffenheit der Gradbogen aber ist zu befürchten, man werde genöthiget seyn, diese Berichtigung so oft zu wiederhohlen, daß die Haken bald abgehn werden. Also ist das von mir vorgeschlagene Verfahren ohnstreitig bequemer; weil es leichter ist, die Summe von ein paar Winkeln zu halbiren, als so lange, bis sie gleich werden Haken zu biegen. Die letzte Arbeit erfoderte ohnedem wieder neue Vorschriften, damit man nicht wieder der Sache auf der andern Seite zu viel thäte. Solche Vorschriften liessen sich allerdings geben, wie man dergleichen bey astronomischen und andern Werkzeugen giebt, und beruhen eben darauf, daß die Wahrheit, das arithmetische Mittel zwischen Fehlern ist. Ich weiß aber nicht, ob sich dergleichen Vorschriften durch Verbeugung der Haaken u. s. w. würden bequem bewerkstelligen lassen.

## 5. Anmerkung.

### Theorie von des Hrn. v. Oppel Gradbogen der zugleich Sohlen und Seigerteufen angiebt.

In desselb. Markscheidek. 430 §. sein. 91 Fig.

1. AB 5 Fig. sey eine Linie, deren Fallen man mit dem Gradbogen DMNE mißt. Der Winkel ihres Fallens ist die Ergänzung des Winkels DCM, dessen Maaß der Bogen DM ist; CP ist der Faden mit dem Lothe.

2. Man ziehe DLN horizontal; weil DE der Durchmesser ist, so ist NE senkrecht auf auf DN, also vertical, und mit CL parallel.

3 Es verhält sich allemahl bey dieser Linie

Fläche: Sohle = CD: DL = ED: DN

Fläche: Seigerteufe = CD: CL = ED: EN

Wem diese Markscheiderkunstwörter noch fremd sind, der findet ihre Erklärung unten, 9. Anmerkung.

4. Nun ist DEN = DCP, also der Bogen DMN noch einmahl so groß als der Bogen DM.

5. Man könnte also diesen Gradbogen folgendergestalt einrichten, auf ihm Sohlen und Seigerteufen zu finden.

6. Man nehme seinen Durchmesser DE für den verjüngten Maaßstaab eines Lachters an, theile

le daher solchen in seine 80 Zolle und den letzten Zoll in Zehntheile eines Zolls, daß man darauf, wie auf einem verjüngten Maaßstabe, jede Länge die kleiner als ein Lachter ist, bis auf Zehntheile des Zolls abnehmen kann.

7. Man verdoppele den Bogen DM; das giebt den Bogen DMN.

Die geraden Linien DN; NE; das ist: die Chorde des doppelten Bogens und seiner Ergänzung zum Halbkreise, messe man mit dem verjüngten Maaßstaabe (6).

So hat man bey der gegebenen Linie, für ein Lachter Fläche, Sohle DN, und Seigerteufe NE;

Also nach der Regel Detri Sohle und Seigerteufe, für jede andere Fläche, bey eben der Donlege.

8. Wenn also der Winkel des Fallens = m; folglich DCM = 90° — m; So ist die Sehne von 180° — 2 m = der Sohle (7)

2 m = der Seigerteufe.

9. Exempel. Das Fallen sey 14° 45' = m also DCM = 75° 15'; so ist die Sehne von

29° 30' = der Seigerteufe

150 30 = der Sohle.

10. Der Hr. v. O. aber beschreibt innerhalb des Gradbogens einen concentrischen Halbkreis.

Dieses Durchmesser theilt er so ein, wie ich den Durchmesser des Gradbogens (6).

11. Den innern Halbkreis selbst aber theilt er in Neunzigtheile ein, deren jedem also am Mittelpunkte ein Winkel von 2° zugehört.

12. Diese

12. Diese Theile zählt er von einem Ende des Durchmessers, nicht wie beym Gradbogen die Grade vom mittelsten Punkte des Halbkreises.

13. Wenn also der Winkel des Fallens gleich eine ganze Zahl Grade beträgt, so nimmt er auf dem innern Kreise die Sehne so vieler Neunzigtheile. Das ist die Seigerteufe (8).

Und die Sehne der übrigen Neunzigtheile, die diesen zum Halbkreise fehlen, ist die Sohle.

14. Nun muß er diese Neunzigtheile in kleinere eingetheilt haben, um nach eben der Vorschrift Sehnen zu messen, wenn das Fallen noch Theile vom Grade beträgt.

15. Dieser ganze innere Kreis aber nebst seinen Eintheilungen ist höchst entbehrlich (8).

### Ueber die Richtigkeit und Bequemlichkeit dieses Verfahrens.

16. Man findet solchergestalt, für ein Lachter Fläche Sohle und Seigerteufe höchstens bis auf Zehntheile des Zolls, und das nicht allemahl ganz zuverlässig.

Wenn man daraus diese Linien für grössere Flächen nach der Regel Detri berechnet, so weiß man sie kaum auf einen Zoll genau für zehn Lachter Fläche, kaum auf 2 Zoll genau für 20 Lachter u. s. w.

17. Die Rechnung erfodert die Zahl der Lachter u. s. w. die der vorgenommenen Fläche zugehört,

hört, mit der Zahl welche die Messung gab zu multipliciren.

18. Das wird beynahe eben so mühsam seyn, als wenn man die Zahl der Lachter u. s. w. der angenommenen Flächen mit dem Sinus und Cosinus des Fallens multiplicirte; und diese letztere Multiplication erfodert keine vorläufige Messung von Linien nach einem verjüngten Maaßstabe, wird also in der That in kürzerer Zeit verrichtet.

19. Folglich würde man dieses Werkzeug nur in Ermangelung aller Tafeln brauchen.

20. Es ist nähmlich eigentlich ein unvollständiger Auszug aus den Tafeln, giebt Etwas mit geringerer Richtigkeit und mehr Mühe, was die Tafeln, dem mäßig geübten Rechner, leichter und schärfer geben.

## 6. Anmerkung.

## Vorschlag eines Gradbogens mit einem Vernier.

1. Die gewöhnlichen Gradbogen, sind in halbe, höchstens in Viertheilsgrade eingetheilt. Der Hr. v. Oppel verlangt §. 427., Man solle noch zwischen diesen Abtheilungen Winkel von 5 zu 5 Minuten schätzen. Eben das giebt Voigtel Part. 3. 23 S. an, und fodert dazu einen Gradbogen, da jeder Grad in drey Theile getheilt ist. Ich weiß nicht ob die Markscheider ihr Augenmaaß so weit üben, und ich vermuthe selbst, bey der gewöhnli-

 chen

chen Grösse der Gradbogen, werde der Faden an dem das Loth hängt, wenn er auch ein Pferdehaar ist, immer beynahe fünf Minuten bedecken. Das Loth an einen Silberfaden zu henken, wie bey astronomischen Quadranten gewöhnlich ist, möchte wohl hier nicht angehn, weil ein solcher Faden alle Augenblicke reissen würde.

2. Durch den beweglichen Bogen, den man insgemein Nonius nennt, eigentlich Vernier heissen sollte (Man s. meine astron. Abhandl. II. Saml. 5. Abh 180 S.) lassen sich in einem Kreise von mässiger Grösse, einzelne Minuten, oder wenigstens 2 Minuten angeben. Wäre es alsó nicht der Mühe werth zu versuchen, ob man so was beym Gradbogen anbringen könnte? Folgendes ist ein Einfall dazu.

3. LM 6 Fig. ist ein Quadrant, dessen Mittelpunkt K. Um diesen Mittelpunkt dreht sich eine Regel KN, die den Vernier NO mit sich herumführt. In dem verlängerten Halbmesser LK, ist ein Punkt G, von dem das Loth GP herabhängt. Es muß ein Punkt H etwa im fortgezogenen Bogen des Quadranten bezeichnet seyn, an dem das Loth herabhängt, wenn KL horizontal, und KM vertical ist. Man sieht, daß dieses nur zwo, bey einem Werkzeuge das nicht groß zu seyn braucht, leicht zu erhaltende Bedingungen erfodert; die eine, daß der Winkel LKM genau ein rechter, die andere, daß GH genau mit KM parallel ist.

4. In

4. An die Regel bringe man solche Haaken an, wie am Durchmesser des Gradbogens gewöhnlich sind; S, T, mögen diese Haaken bedeuten.

5. Vermittelst dieser Haaken henke man den Quadranten an eine gezogene Schnur AB. Die Regel nähmlich steht der Richtung der Schnur parallel; Und nun muß man den Quadranten so um seinen Mittelpunkt in einer Verticalfläche drehen, daß das Loth auf H herabhängt. Alsdenn giebt der Bogen LN der Schnur Neigung gegen den Horizont; Und diese Neigung würde sich also durch den Vernier leicht bis auf 2 Minuten, oder gar bis auf eine angeben lassen.

6. Den Gradbogen aus einem Halbkreise in einen Quadranten zu verwandeln, braucht wohl keine grosse Rechtfertigung, denn warum hat man Winkel anzugeben, die nie über 90 Grad werden einen Halbkreis gewählt?

7. Den einzigen Vortheil sehe ich bey dem Halbkreise als Gradbogen, daß man ihn so leicht prüfen, selbst wenn seine Haaken fehlerhaft sind, durch zweymaliges Anhenken, die richtige Neigung der Linie finden kann.

8. Aber diesen Vortheil haben die Markscheider nicht einmahl gekannt. Selbst der grosse Mathematiker (der größte Mathematiker unter den Markscheidern, sagte nur was sehr kleines) Hr. v. Oppel nicht. Der befiehlt §. 425. Die Haaken zu beugen bis der Gradbogen richtig wird, und giebt §. 514; eine Vorrichtung der Haaken

an,

an, dabey er erinnert, daß sie aber ja gehörig gestellt seyn müssen, wofern der Gradbogen nicht unbrauchbar seyn soll, weil sie sich nicht leicht verändern lassen.

9. Den Quadranten über Tage zu prüfen, lassen sich leicht Mittel ausdenken. Die in (3) erfoderten Bedingungen, und die Abtheilungen des Randes und des Vernier, lassen sich bey einem Werkzeuge, das höchstens vier bis fünf Zoll im Halbmesser zu haben braucht, ohne Schwierigkeit mit dem Zirkel prüfen.

10. Der Hauptfehler könnte, wie beym Gradbogen, in der Stellung der Haaken bestehen. Die Linie KN zeigt mit Hülfe des Vernier, auf die Abtheilungen des Quadranten, und diese könnte vielleicht der Linie AB nach welcher die Haaken an der Schnur liegen nicht genau parallel seyn, sondern einen kleinen Winkel mit ihr machen. Dieser Winkel wäre unveränderlich, so lange sich die Haaken nicht verbeugen, und also gäbe er allemahl einen und denselben Fehler, an welcher Stelle des Umfangs des Quadranten auch N wäre, das heißt: welche Donlege auch die Schnur hätte.

11. Man ziehe also über Tage eine Schnur in bekannter Donlege, und henke den Quadranten an sie. Der Unterschied zwischen der Donlege die er angiebt und der bekannten, zeigt seinen Fehler an. Und sich davon mehr zu versichern, kann man unterschiedene solcher Schnuren ziehn und ihn an jede bringen.

12. Einer

12. Einer gezogenen Schnur Donlege, über Tage wenn man bequeme Umstände und Zeit dazu wählen kann, anzugeben, ist durch vielerley Mittel möglich. Das einfachste wäre: Man liesse von einem Punkte der Schnur ein Loth herabhängen, mässe auf dem Winkel der so entsteht, Schenkel und des Dreyecks, das sie geben, dritte Seite, und berechnete ihn daraus. Dieser Winkel des Loths mit der Schnur wäre die Ergänzung ihrer Donlege. Es ist begreiflich, daß man die Messung bequem und sicher anzustellen, die Lothlinie befestigen müßte, welches sich wohl über Tage thun liesse, aber nicht gut in der Grube, sonst würde ich auch da, dieses Verfahren vorschlagen, Donlegen einer Schnur ohne alle Gradbogen anzugeben.

13. Wenn der Quadrant wegen Stellung der Haaken einen Fehler hat, wenn er jede Donlege um etwas zu groß oder zu klein angiebt, so ist dieser Fehler aus (12) bekannt und wird bey jeder Donlege in Rechnung gebracht, ohne daß man die Haaken etwa anders zu beugen versuchen darf. So braucht selbst der Astronome einen fehlerhaften Quadranten sicher, wenn er den Fehler nur kennt, ohne daß er sich die vielleicht fruchtlose Mühe gäbe, den Fehler zu verbessern.

14. Man kann fragen ob vielleicht dieser Quadrant zu viel Last bekommen, und die Schnur zu stark beschweren würde? Hierüber habe ich folgende kleine Berechnung angestellt, in der Voraussetzung man mache auch bey ihm, wie bey dem halben

Kreise, nur einen Rand von Messing, nicht eine volle Scheibe.

14. Wenn Quadrant und gewöhnlicher Gradbogen, gleiche Halbmesser haben, so erspart man beym Quadranten 90 Grad Messing im Umfange; Man braucht aber etwas zum Bogen des Vernier. Dieses Bogens Halbmesser, kann ein wenig kleiner seyn, als des Quadranten seiner, ich will ihn aber eben so groß annehmen. Will man ihn zu einzelnen Minuten einrichten, so beträgt er 31 halbe Grade des Randes, und ist in 30 Theile getheilt. Ich will also für ihn und für das Stück MH zusammen 35 Grad rechnen, so beträgt die Summe der Bogen die beym Quadranten vorkommen 90 + 35 = 125 Grad; also 55 Grad weniger als beym Halbkreise. Der Bogen eines Kreises welcher so lang ist als der Halbmesser beträgt über 57 Grad (1. astron. Abh. 102.). Also wird man wohl am Umfange des Quadrantens so viel Messing ersparen als zu der beweglichen Regel KN nöthig ist, die er eigen hat. Vielleicht wäre es aber zur sicherern Stellung des Vernier gut, wenn auch an sein anderes Ende O eine Regel von K aus befestiget wäre, daß er gleichsam einen Ausschnitt aus einem Kreise darstellte. Wollte man nun auch annehmen daß diese, und das Stück KO dem Quadranten etwas mehr Gewicht gäben als dem gemeinen Gradbogen, so würde es doch für eine Schnur die gehörig stark gespannt ist, nicht zuviel seyn.

15. Und das Alles unter der Voraussetzung der Vernier soll einzelne Minuten angeben. Will man sich mit einer Angabe von 2 zu 2 Minuten begnügen, so kann der Bogen AB; 16 halbe Grade seyn, und in 15 Theile getheilt werden; das giebt also eine viel beträchtlichere Ersparung am Gewichte.

16. Wegen der Stellung der Haken wäre Einiges zu überlegen. Bey den gewöhnlichen Gradbogen ist ein Haaken nach des Werkzeuges Vorderseite, der andere nach der Rückseite gebogen, und das dient wie leicht zu sehn ist, dazu, daß des Werkzeuges Schwerpunkt sich in die seigere Ebene durch die Schnur, folglich das Werkzeug selbst, in eine seigere Ebene stellt.

Bringt man beym Quadranten die beyden Haaken T, S, auf der Rückseite der Regel an, so befindet sich die ganze Last des Werkzeuges auf einer Seite der Schnur, und es wird sich vorwärts neigen, daß das Loth nicht gleich an seiner Ebene anliegen, sondern davon etwas abstehen wird. Ich sehe gleichwohl keine bequemere Stelle für die Haaken.

17. Man wollte denn die Regel NK über K hinaus so lang als ein Halbmesser ist machen, und eben auch sie nach der Seite N zu länger machen, daß sie da über des Quadranten Rand heraus ragte. Wenn sie solchergestalt einen ganzen Durchmesser vorstellte, könnte man an die beyden Enden dieses

Durchmessers die Haaken anbringen wie beym Gradbogen.

18. Eigentlich wird also unmittelbar von der Schnur, die Regel getragen; Und die Regel soll den Quadranten in einer solchen Stellung erhalten, daß das Loth von G über H herabhängt, nach dem nähmlich der Quadrant einmahl in diese Stellung gebracht ist. Ich glaube das liesse sich durch eine Schraube erhalten die am Ende der Regel in der Gegend N angebracht wäre, daß man damit des Quadranten Rand fest schrauben könnte.

19. Sollte übrigens jemand der sich mit Ausübung der Markscheidekunst beschäfftiger, meinen Vorschlag gut finden, so wird ein geschickter Mechanicus gar leicht dergleichen Werkzeuge vielleicht noch mit Verbesserungen verfertigen.

## 7. Anmerkung.

## Von den unterschiedenen Arten des Compasses der Markscheider, und derselben Gebrauche.

### Zu W. 25. u. f. §.

1. Wie Winkel mit der Magnetnadel gemessen werden, lehrt schon die gemeine praktische Geometrie, wo man es mit der Boussole messen nennt. Die Bergleute pflegen sich zu dieser Absicht dreyerley Vorrichtungen zu bedienen.

2. Die

2. Die erste heißt der Setzcompaß. W. beschreibt ihn 36 §. und bildet ihn auf der 14 Fig. ab.

3. Man läßt bey ihm die Magnetnadel auf 12 einspielen, und bringt das Richtscheid das sich um seinen Mittelpunkt drehen läßt, in die Richtung einer gegebenen söhligen Linie, so hat man den Winkel dieser Linie mit der Magnetnadel. Eben den Winkel einer andern solchen Linie mit der Nadel; Und folglich beyder Linien Winkel.

4. Zu mehrerer Bequemlichkeit hat das Richtscheid zuweilen ein Oehr, daß man eine Schnur daran binden, und solche nach der Richtung der Linie ziehen kann.

5. Die zweyte, heißt der Bergcompaß oder Grubencompaß. W. sagt etwas von ihm 38 §. und bildet ihn 15. Fig. ab.

6. Was W. daselbst erwähnt, ein Linial etwas länger als der Durchmesser des eingetheilten Kreises, das sich um dieses Kreises Mittelpunkt drehen läßt, kann allenfalls dazu dienen, daß es die Abtheilungen im Umfange des Kreises abschneidet, und man also diese Abtheilungen vermittelst des Linials das sie abschneidet, sicherer wahrnimmt, als vermittelst der Magnetnadel, die nur von innen heraus auf sie weiset. Wollte man aber W. Worte so auslegen, das Linial zeige kleinere Abtheilungen an, als die kürzere Magnetnadel, so würde man sie vielleicht nicht in Weidelers Meynung nehmen, wenigstens würde das nicht wahr seyn. Denn mit einem kleinen Transporteur, kann

man einen Winkel dessen Schenkel noch so weit über den Transporteur hinausgiengen, doch nicht schärfer messen, als in den Theilen, die der Umfang des Transporteurs machen läßt.

7. Ich will also den Grubencompaß so annehmen, wie man ihn auch ohne dieses Linial hat. Weil er sehr gewöhnlich ist, und weil man aus ihm so gleich den Hängcompaß versteht, so will ich umständlich von ihm handeln.

## Ueber den Gebrauch des Grubencompasses die Lage söhliger Linien zu bestimmen.

8. Sein Kasten ist ein Quadrat von dem zwo Seiten mit SEME, zwo mit OROCC parallel sind. 8. Fig.

9. Man kehre das Gesicht nach Nord so hat man rechter und linker Hand Ost und West.

Hält man hierbey den Kasten so vor sich daß ME SE von Süden nach Nord geht, so hat man auf dem Kasten OCC rechter Hand also ostwärts, OR linker Hand, also westwärts.

10. Die Stunden 12; 1; 2; . . . 12 gehen auf ihm von ME durch OCC bis SE und von
SE OR ME.
wie in 1. Anm. II.

11. Wenn ich sage die Nadel weißt m Stunden so kahn m auch ein Bruch seyn oder eine ganze Zahl mit einem Bruche, z. E. $7\frac{5}{8}$ wenn sie 7 und 5 Achttheil St. weißt.

Beyde Enden von ihr weisen einerley Stunde, wie 1. Anm. III.

12. Das

12. Das nordliche Ende der Nadel sey P; das südliche Q, ihr Mittel K; also KP ihr nordlicher Theil.

13. Wenn P im Halbkreise OCC ist 8. Fig. so sind nach (10) die Winkel
MKP = m Stunden, SKP = 12 — m Stunden.

14. Wenn P im Halbkreise OK ist, 10 Fig. so ist MKP = 12 — m Stunden, SKP = m Stunden.

15. Man fährt auf der Linie AB nach dem Theile von ihr zu, nach dem man das Gesicht kehrt.

16. Man halte den Compaß so vor sich, daß SE nach der Gegend zu steht, nach welcher man zu fährt, also ME zu nächst am Leibe ist.

So lege man ihn an AB mit einer der beyden Seiten die mit MESE parallel sind.

17. Was für Stellungen seine Nadel alsdenn bekommen kann, läßt sich folgendergestalt durchzählen.

18 Man nehme willkührlich eine Stelle in AB an, etwa die, in welcher die Linie OKDOC sie schneidet, wenn der Compaß nah (15) an sie gehalten wird.

19. Durch diesen Punkt welcher k heissen mag, stelle man sich eine Magnetnadel pq vor, die also der Nadel des Compasses allemahl parallel seyn wird; p und q; sind auch ihr nordliches und südliches Ende.

20. In der 8; 9; Fig., ist B in dem Theile nach dem man zu fährt (15).

21. Geht kB westwärts von kp (8. Fig.) so fällt P in den Halbkreis OCC.

22. Geht kB ostwärts von kp (9. Fig.) so fällt P in den Halbkreis OR.

23. Der Kürze wegen nenne man z, den Winkel den der Theil der Linie nach dem man zu fährt, mit der nordlichen Hälfte der Nadel macht, in der 8; 9; Fig. z = pkB = SKP. Er heisse östlich oder westlich, nachdem kB von p k ostwärts (9 Fig.) oder westwärts 8 Fig. fällt.

24. Wenn der Nadel des Compasses nordliche Spitze im Halbkreise OR ist, so ist z = m Stunden östlich (22; 11.).

25. Wenn diese Spitze im Halbkreise OCC ist, so ist z = 12 — m Stunden westlich (21; 13)

26. Ferner ist z

in (24) spitzig wenn m < 6
stumpf >
(25) spitzig >
stumpf <

27. Der Nadel südliche Hälfte kq, macht mit dem Theile kB nach dem man zu fährt den Winkel qkB = 180 — z, und kB liegt auch gegen kq östlich oder westlich wie gegen kp.

28. Wenn also der Theil der Linie nach dem man zu fährt mit der nordlichen Hälfte der Nadel einen stumpfen Winkel macht, so könnte man angeben, was für einen spitzigen er mit ihrer südlichen macht.

29. Die

29. Die 10 Fig. stellt vor wie es aussähe wenn man auf der Linie AB der 8 Fig. von B nach A führe.

**Wenn man der Nadel Abweichung weiß, die Lage der Linie AB gegen die wahre Mittagslinie zu finden.**

30. Es sey 10 Fig. NS die wahre Mittagslinie, Nkp des nordlichen Theils der Nadel Abweichung von Norden, den man weiß.

Nun weiß man auch Bkp

Folglich NkB.

Nach dem unterschiedenen Verhalten der Abweichung der Nadel, und des Winkels pkB, ist NkB bald Summe bald Unterschied beyder Winkel; welches sich leicht in jedem besondern Falle giebt.

31. Es sey Nkp = 16°; Bkp = 50° ostlich so ist NkB = 34°.

**Aus den Stunden in den zwo Linien streichen ihre Winkel zu finden.**

32. Die Linie F f streiche in m Stunden 11 Fig.
G g n

Durch ihren Durchschnitt O gehe die Magnetnadel p q.

also ist pOF = qOf = m St.

pOf = qOF = 12 — m

pOG = qOg = n

pOg = qOG = 12 — n

 33. Daher

33. Daher FOG = fOg = n — m
FOg = GOf = 12 — (n — m)

34. Der Linien Winkel giebt sich also allemahl durch den Unterschied ihrer Stunden; ist dieser Unterschied selbst, oder dessen Ergänzung zu 12 Stunden, nachdem man den einen Winkel oder desselben Nebenwinkel nimmt.

35. Wird aber nun folgendes gefragt: Man kömmt aus einer Linie die in m St. streicht, in eine die in n St. streicht, was machen die beyden Theile dieser Linie nach denen man zu gefahren ist, für einen Winkel, so giebt es unterschiedene Fälle.

36. Man könnte von FO auf OG oder Og fahren, und entgegengesetzt von fO auf Og oder OG.

37. Auch könnte m grösser seyn als n; In dem Falle läge

FO zwischen qO und GO
fO pO gO

38. In (33) wird alsdenn n — m verneint, welches anzeigt, OF falle nicht auf die Seite von OG welche die Figur darstellt, sondern auf die entgegengesetzte.

39. Eben so wird für (37) in (33) FOg grösser als 12 St. Nähmlich FOg ist der Winkel dieser Linien in den Op fällt; dieser Winkel beträgt nun mehr als 180° wenn Og ihre Lage behält, aber OF zwischen OG und Oq liegt.

40. Man könnte diese Mannichfaltigkeit von Fällen durch den Gebrauch der positiven und negativen Grössen (37) auf eine geringere Anzahl bringen

bringen und dafür Regeln geben. Es würde aber immer zu derselben richtigen Anwendung viel Aufmerksamkeit nöthig seyn, und daher denke ich der Winkel zwischen einen Paar Linien auf den man gefahren ist bestimmt sich am besten so:

41. Man ziehe 12 Fig. AB welches die erste Linie bedeute nach der man gefahren ist.

42. An ihrem Endpunkt B zeichne man sich eine Magnetnadel pq nur in die ohngefähre Lage daß man bemerkt, ob derselben nordlicher Theil Bp; westwärts oder ostwärts von BA liegt, das ist ob BA in Ba verlängert westwärts oder ostwärts von Bp liegt.

43. Nun weiß man aus der Stunde der Linie AB; und daraus ob die Nordspitze P der Nadel des Compasses in OR oder OCC gewesen ist, den Winkel pBa der das z von 24 oder 25 ist.

44. Eben so weiß man für die andere Linie BC; den Winkel pBc.

45. Man weiß also, welcher dieser beyden Winkel kleiner ist, auch ob Ba; BC; auf einen Seite der Nadel oder auf unterschiedenen liegen.

46. Und so weiß man die Winkel aBC, ABC.

47. Exempel. Wenn das Nordliche Ende der Nadel des Compasses an AB in OCC bey 2 St. steht, und an BC in OCC bey 4; so giebt

| | |
|---|---|
| der erste Stand | pBa = 10 St. |
| der zweyte | pBC = 8 |
| | aBC = 2 |
| | ABC = 10 = 150° |

48. In

48. In welchem Halbkreise des Compasses die nördliche Spitze der Nadel ist, läßt sich gleich nach der (10) angezeigten Art wie die Stunden eingeschrieben sind angeben. Man setze nähmlich nur vor die Zahl der Stunde Mer oder Sept. das erste bedeutet P weise auf diese Stunde nach meinen vorhin gebrauchten Ausdrückungen, in OCC; das zweyte in OR.

49. So würden die beyden in (47) angegebenen Winkel so bezeichnet Mer. 2; Mer. 4.

50. Dieß (48) ist eine Bezeichnung wie die welche ich in der 1. Anm. XVIII. noch bey der dort angeführten Erinnerung beygebracht habe. Was ich hie von den beyden Hälften des Compasses Or und Occ gesagt habe, bezieht sich nicht auf die Unterabtheilung die ich am angef. Orte für entbehrlich erkläre, sondern hier mußte ich diese beyden Hälften nennen, um den Gebrauch gegenwärtigen Compasses dadurch zu erläutern, und zu zeigen weswegen Or. und OCC. gerade an Stellen stehen, die denen entgegen gesetzt sind, wo sie eigentlich stehen sollte (9).

## Hängcompaß W. 25. §.

51. Diese dritte Art des Compasses ist eigentlich ein Grubencompaß (5) so eingehenkt, daß er sich durch die Schnur jedesmahl wagrecht stellt. Was also seine Abtheilungen betrifft, ist Alles bisher erklärt worden.

52. Wenn

52. Wenn eine Schnur, in welcher Schiefe gegen den Horizont, man will, gezogen ist, und dieser Compaß daran gehenkt wird, so stellt sich die Linie die an ihm durch E, F, in Weidlers 4 Fig. geht allemahl horizontal, in einer Verticalfläche durch die Schnur; (söhlig in der seigern Ebene). Ist also diese Linie mit Se Me bezeichnet, und steht so wie beym Grubencompasse (16) ist gesagt worden, so giebt die Nadel, wie beym Grubencompasse an, was die Linie EF für einen Winkel mit der Mittagslinie der Nadel macht. Dieser Winkel ist aber derjenige den die Verticalfläche durch die Schnur mit der Verticalfläche durch die Nadel macht; Oder: die Abweichung der Verticalfläche durch die Schnur vom magnetischen Meridiane.

53. Zieht man also in der Verticalfläche durch die Schnur, eine Horizontallinie, durch den Punkt um den sich die Nadel dreht, (denn dieser Punkt ist, vermöge der Vorrichtung des Hängecompasses in jener Verticalfläche) so giebt der Hängecompaß den Winkel an, den diese Horizontallinie mit der Nadel macht.

54. Und nun, nehme man in der Verticalfläche durch die Schnur, einen Punkt an wo man will, und ziehe durch ihn, zwo Linien, eine, in der Verticalfläche, aber horizontal, die andere der Nadel parallel, so machen (Geom. 46. S. 2 Zus.) diese Linien den Winkel (52) der also auch durch die Nadel angegeben wird.

55. Das

55. Das heißt kurz: Der Hängecompaß giebt das Streichen, jeder söhligen Linie, in der seigern Ebene, durch die Schnur, an die er gehenkt wird.

56. Sind aus einem Punkte zwo Schnuren gezogen, so lehrt der Hängecompaß, was die seigere Ebene durch jede Schnur für einen Winkel mit dem magnetischen Meridian macht (51). Diesen magnetischen Meridian, kann man sich hier als eine Ebene durch jener beyden Durchnitte vorstellen. Daß der Durchschnitt seiger ist lehrt Geom. 48 S. und so ist jede Ebene durch ihn seiger. (Geom. 47. S.). Wenn man also einen Punkt in ihm nach Gefallen annimmt, und dadurch eine söhlige Linie, der Nadel parallel zieht, so ist eine Ebene durch diese söhlige Linie und der Durchschnitt der magnetische Meridian.

57. Der Hängecompaß giebt also, was für Winkel die beyden seigern Ebenen durch die Schnuren, mit einer dritten, durch ihren, der Ebenen, Durchschnitt machen. Es ist leicht zu sehen, daß man hieraus der seigern Ebenen Winkel selbst weiß.

## 8. Anmerkung.

## Ueber die Eisenscheiben.

### W. 39. §.

1. Was W. a. a. O. Stundenscheiben nennt, heissen Andere Eisenscheiben. Jene Benennung soll Scheiben anzeigen die in Markscheiderstunden abgetheilt, diese, Scheiben die in Eisen-Bergwerken gebraucht werden.

2. Es

2. Es giebt Eisenerze, die nicht so merklich in die Magnetnadel wirken, daß ein Compaß den man unter ihnen gebraucht unrichtig wiese. Beyer VI Th. Prop. XXX. rechnet den Glaskopf dahin. Wo aber von einer solchen Wirkung der Eisenerze mehr zu befürchten ist, da wird man also die Winkel mit dem Compasse nicht sicher abnehmen können.

3. Statt dessen, ließ sich also etwa folgendes angeben: Ein Kreis sey eben so wie der Compaß, in Stunden eingetheilt, und mit den Weltgegenden bezeichnet. Um seinen Mittelpunkt lasse sich in seiner Ebene eine Regel drehen, die am Ende etwa mit einem Oehre versehen ist, daß man eine Schnur daran binden und nach der Richtung der Regel, also nach einer Linie die aus des Kreises Mittelpunkt ausgeht anziehen kann. So was ohngefähr giebt eine Eisenscheibe.

4. Der Gebrauch wenn man horizontal fortgeht, wird sich etwa so vorstellen lassen.

5. A sey 13 Fig. noch etwas vor dem Mundloche eines Stollens in einem Eisenbergwerke, B im Stollen AB eine söhlig ausgespannte Schnur.

6. Man wird unweit A noch nicht so viel von der Wirkung des Eisenerzes auf die Nadel befürchten dürfen, also bringe man da den Compaß an, und bemerke die Stunde in welcher AB streicht.

7. Als eine Vorsichtigkeit empfiehlt hiebey Beyer VI. Th. Prop. XXX. den Compaß zweymahl anzubringen, einmahl an eine Seite der Schnur, das anderemahl an die andere, und zu sehen ob er

beyde-

beydemahl eine Stunde weiset, wenn es das nicht thut, eine andere Stelle statt A zu suchen, wo das geschicht.

8. Nun sind BE, EF, ein paar andere söhlige Linien, deren Streichen will man vermittelst der Eisenscheiben abnehmen.

9. PQ sey die Lage der Magnetnadel bey A (6) P ihre nordliche Spitze. Man hat den Compaß so gestellt, daß SE auf ihm von A gegen B lag, (7. Anm. 16.) so giebt die Nadel auf ihm eine gewisse Stunde an, die mit dem Winkel PAB übereinstimmt, den AB mit der Nadel nordlicher Hälfte macht.

10. Nun bedeute der Kreis um B die Scheibe, söhlig gestellt. M, S, bezeichnen auf ihr Süden und Norden, AB schneidet ihren Umfang in a, und verlängert in C, die Frage ist: wie stellt man die Scheibe daß SM mit PQ parallel steht?

11. Offenbahr müssen alsdenn von S bis C oder von M bis a an ihr so viel Stunden seyn, als auf dem Compasse zwischen AB und AP enthalten sind.

12. Oder auch zwischen S und a auf der Scheibe, so viel Stunden als zwischen BA und AQ auf dem Compasse.

13. Vermöge dieses Verfahrens wird SM auf der Scheibe, so gestellt, daß man weiß sie stehe der Nadel parallel, und zwar auch so, daß was auf der Scheibe Norden und Süden bedeutet, nach einerley Gegenden mit dem nordlichen und südlichen Ende der Nadel liegt, daß man also anneh-

men

men kann der Compaß sey in B gebracht und SM sey die Nadel.

14. Nun ziehe man die Schnur an der Regel (3) an den Punkt E; so stellt sich die Regel nach Be daß e in BE liegt. Und nun ist der Winkel SBE eben der welchen BE mit der nördlichen Hälfte einer Nadel machen würde, wenn man den Compaß in B bringen dürfte (13).

15. Also giebt Be auf der Scheibe die Stunde an, in welcher BE streicht, die Stunde, die man finden würde, wenn man den Compaß in B bringen dürfte, und die Stelle auf ihm die mit SE bezeichnet ist, auf BE von B nach E zu legte.

16. Den Fortgang dieser Arbeit zu übersehen, stelle man sich bey dem Kreise um E, eine andere Scheibe jener vollkommen ähnlich vor. Auf ihr bedeuten ſ, m, was auf jener die gleichgültigen grossen Buchstaben bedeuteten. Auf ihrem Rande sey b in der Linie EB, nach B zu.

17. Diese Scheibe so zu stellen, daß auf ihr ſ m mit SM, folglich mit der Nadel parallel ist, muß man machen daß zwischen m und b so viel Stunden sind als zwischen S und e; oder zwischen ſ und b so viel als zwischen M und e.

17. Diese Vorschrift druckt Beyer 198 S. mit folgenden, sonst wohl ziemlich unverständlichen Worten aus: Dieses ist anbey zu gedenken, daß wenn die erste Scheibe Sept. ist, die andere Merid. seyn muß.

18. Zieht man nun die Schnur an ihrer Regel durch F, so stellt sich die Regel nach Ef, und die Stunden zwischen f und f, geben der Linie EF Streichen eben so an, wie es ein Compaß angeben würde, wenn man ihn in E bringen dürfte, die Stelle SE auf ihn von E nach F zu legte; und seiner Nadel nordlicher Theil auf Ef fiel.

19. Ich hoffe man wird das Bisherige, von dem Verfahren mit den Eisenscheiben, und desselben Gründen deutlicher finden, als was Weidler und Beyer davon sagen. Sie erfodern dazu zwo Scheiben, wie die erste in B, die zweyte in E. Dieses wäre wohl nicht nothwendig, wenn man die eine die man hätte, von B wegnähme und gehörig in E stellte. Es würde aber freylich, weil die Schnur nach BE über sie weggeht, mit dem Abnehmen und Wiederanspannen der Schnur, Mühe, Zeitverlust und viellaicht Irrthum verursachen.

20. Da der Umfang der Scheiben so groß gemacht, und so scharf abgetheilt werden kann, als des Compasses seiner, so giebt wohl dieses Verfahren unter den bisher angenommenen Umständen eben die Richtigkeit, die sich durch den Gebrauch des Compasses selbst erlangen liesse. Zum vorausgesetzt, daß man die Linien SM, fm, allemahl genau parallel stellen kann. Da könnte nun freylich BE mit SM einen Winkel machen, der sich durch die Abtheilung der Stunden die man auf der Scheibe zu machen im Stande ist, nicht genau ge-

nug

nug angeben liesse, und da liesse sich auch \[m nicht vollkommen richtig stellen. Das wäre aber ein Fehler des Werkzeuges, nicht der Methode. Diese würde doch was Richtiges geben, wenn man nur bey ihr ein Werkzeug von gehöriger Vollkommenheit brauchte.

20. Was aber nun bey dem Gebrauche der Eisenscheiben als die vornehmste Schwierigkeit anzusehen ist, wird aus Folgendem erhellen.

21. Der Setzcompaß, und der Grubencompaß geben die Lagen söhliger Linien gegen die Magnetnadel; der Hängcompaß, an einer donlegigen Schnur gebraucht, giebt die Lage der Verticalfläche durch diese Schnur, gegen eine Verticalfläche durch seine Magnetnadel, das ist: die Stunde jeder söhligen Linie in der Verticalfläche durch die Schnur (7. Anm. 54).

22. Läßt sich nach B, von der Stelle wo man den Compaß brauchen darf eine Horizontallinie ziehen, so kann man ihre Stunde mit dem Grubencompaß abnehmen, ist aber diese Stelle höher oder niedriger als B, so bringt man den Hängecompaß an die Schnur die von ihr nach B gezogen ist, und findet durch ihn, das Streichen jeder Horizontallinie in der Verticalfläche durch die Schnur.

23. Also kann man allemahl annehmen, AB sey eine söhlige Linie deren Streichen man weiß.

24. Nun aber sey von B eine donlegige Schnur gezogen. Die seigere Ebene durch dieselbe schneide die söhlige Ebene durch AB, in BE.

25. Dürfte man den Hängecompaß weiter fort gebrauchen, so brächte man ihn an diese Schnur; und fände dadurch das Streichen der Linie BE.

26. Da aber dieses wegen des Eisenerzes, nicht verstattet ist, so entsteht folgende Frage:

Um B 14 Fig. als einen Mittelpunkt, befindet sich eine söhlige Scheibe, in Stunden eingetheilt. Auf ihr ist MS der Magnetnadel parallel. Nun geht von B eine Linie aus, nicht söhlig sondern donlegig, also nicht in der Ebene der Scheibe. Wenn man sich nun durch diese Linie eine seigere Ebene vorstellt, wo schneidet diese Ebene, die Ebene der Scheibe? Soll Be diesen Durchschnitt bedeuten, in dessen Verlängerung E liegt, so fragt sich also: Wie findet man die Lage dieser Linie BE gegen BS, oder: ihr Streichen?

27. In der 14 Fig. sey AB die söhlige Linie, deren Streichen man mit dem Compasse abgenommen, in B stehe die Eisenscheibe söhlig, und SM sey der Nadel parallel. Das läßt sich allemahl wie vorhin bewerkstelligen, wenn auch gleich die nächste Linie, an die man kömmt, nicht mehr wie vorhin söhlig, sondern BK; donlegig ist.

28. Wenn man von einem Punkte der Linie BK ein Loth herabhängen liesse, und das so lange fortführte, bis dieses Loth ke; an den Umfang der Scheibe in e träfe, so wäre das Dreyeck Bke in der seigern Ebene durch BK; und in derselben Be söhlig. Wie viel Stunden zwischen S und e sind, suche man auf dem Rande der Scheibe. Also hät-

te

so man die Stunde der Linie BE bis durch B, söhlig in der seigern Ebene durch BK geht, eben so gut, als wenn man an BK den Hängecompaß anbringen dürfte.

29. So was schlägt Voigtel vor; P. 14. 112. S. Weidler §. 54. Ref. 2. 6. Beyer P. 6. Prop. 30. befürchtet es werde sehr mühsam, auch bey flachen Scheiben und scharfen Winkeln gar nicht thunlich seyn. Beschwerlichkeit und Gefahr zu fehlen, gesteht Voigtel selbst 113 S.

30. Gienge von K nach L eine andere donlegige Linie, mit welcher man diese Arbeit fortsetzen wollte, so müßte man erstlich die zweyte Scheibe in K söhlig stellen, darnach die Linie fm auf ihr, der SM parallel machen. Zu dieser Absicht müßte man sich durch K eine söhlige Linie in der seigern Ebene durch BK vorstellen, und es so einrichten, daß auf dem Rande der zweyten Scheibe, von m bis dahin wo diese söhlige Linie ihn schneidet, so viel Stunden wären wie auf der ersten Scheibe zwischen S und e. Dieses ist ein Verfahren wie in (17).

31. Die söhlige Linie durch K anzugeben (30), wenn nur die Scheibe bey K söhlig steht, könnte man sich wieder eines Lothes bedienen, das man hart an KB, und am Rande der Scheibe herabhängen liesse. Eine Linie durch K, und die Stelle wo dieses Loth an den Rand trifft, wäre in der verlangten söhligen Linie, und nun müßte man die Scheibe so drehen, daß zwischen m und der Stelle

40. Beyers Vorschläge zu Verbesserung der Eisenscheiben, kann man bey ihm P. VI. Prop. 30. lesen. Ich finde darinnen nichts, die Schwierigkeit wegen donlegiger Linien zu heben.

41. Eine söhlige Linie anzugeben, die sich in der seigern Ebene durch die Schnur befindet, und das Streichen dieser Linie zu bestimmen, ist wohl die beste Vorrichtung, des Hrn. v. Oppel zweyte Eisenscheibe Markscheidek. 495.

In Sprengels Handwerken und Künsten, fortgesetzt von Hartwig, VIII. Samml. 6. Abschnitt, sind unter den Arbeiten des Mechanicus, auch die Markscheiderwerkzeuge erzählt. Da ist 7. Theil 41. Fig. diese Eisenscheibe abgebildet. Was dorten das Richtschrid heisst, muss mit dem daran befindlichen Arme, in einer Ebene seyn, welche auf der Ebene des eingetheilten Kreises senkrecht steht; die Figur stellt diese Lage sehr schief vor, und im Texte 351. S. ist nichts gesagt, diesen Irrthum den die Figur veranlassen kann zu berichtigen. Des Hrn. v. Oppel Zeichnung weiset die gehörige Lage.

42. Soviel von dem Gebrauche der Eisenscheiben da man ihre Ebene söhlig stellt, und doch damit das Streichen einer söhligen Linie in einer seigern Ebene durch eine donlegige Schnur abnehmen will. Der Hr. v. O. a. a. O. 493. erinnert mit Rechte, daß die Foderung eine ganze Ebene söhlig zu stellen, nicht so gar leicht zu erfüllen sey. Dieses hat ihn veranlaßt, eine Eisenscheibe anzugeben, bey der nur eine Linie söhlig seyn muß.

Well

Weil er die Regeln von derselben Gebrauche ohne Beweis lehret, so wird es nicht undienlich seyn, die Theorie derselben hier beyzubringen. Wegen der umständlichern Beschreibung und Abbildung des Werkzeuges darf ich auf sein Buch verweisen.

43. Eine Scheibe 15 Fig. ist so vorgerichtet, daß man ihren Durchmesser MN horizontal stellen kann, und daß sie sich um diesen horizontalen Durchmesser, in jede schiefe Ebene drehen läßt. Ein anderer Durchmesser KL ist auf jenen senkrecht. Jeder der vier Quadranten, die sich so geben, ist für sich in 90 Grad getheilt. Diese Grade werden von K und L gegen M und N gezählt, daß also 90 im horizontalen Durchmesser steht.

44. Um der Scheibe Mittelpunkt C, dreht sich eine Regel, der Ebene der Scheibe parallel. Man kann ans Ende der Regel eine Schnur befestigen, die sich also als eine Verlängerung der Regel, in der Ebene der Scheibe ansehen läßt. Die Schnur kann jede schiefe Lage haben, weil sich die Ebene der Scheibe nach Erfodern drehen läßt.

45. Die Richtung dieser Schnur sey CD. Sie schneide den Umfang der Scheibe in E.

46. Wenn man den Gradbogen an die Schnur henkt, so erfährt man ihre Donlege. Ferner giebt der Bogen NE auf der Scheibe, was die Schnur für einen Winkel mit der söhligen Linie macht.

47. Wäre nun MN der Magnetnadel parallel gestellt, so dürfte man nur suchen, was eine söh-

lige Linie durch C in der seigern Ebene durch die Schnur für einen Winkel mit MN machte. Das gäbe dieser Linie Streichen.

48. Dieses führt auf folgende Frage:

Man weiß den Winkel NCE = 90° — m; Sein Schenkel CN ist horizontal; der andere CE, macht mit dem Horizonte einen gegebenen Winkel = p; die Ebene ECN aber ist nicht vertical, sondern schief. Wenn nun die verticale Ebene durch CE, und die horizontale durch CN einander in CR (16 Fig.) schneiden, so sucht man den Winkel NCR = t.

49. Es giebt unterschiedene Wege diese Aufgabe aufzulösen. Ich werde selbst in der Folge eine allgemeinere abhandeln, unter welcher sie als ein besonderer Fall enthalten ist. Hier will ich die Auflösung nur kürzlich aus der sphärischen Trigonometrie herleiten.

50. Man nehme wie verstattet ist, (16 Fig.) CE = CN = CR; so kann man C als den Mittelpunkt einer Kugel ansehen, und mit dem Halbmesser der Kugel, die Bogen EN, ER, RN, beschrieben, entsteht ein Kugeldreyeck das bey R rechtwinklich ist. In demselben, weiß man die Hypothenuse, EN, und die Seite ER, als Maasse der beyden gegebenen Winkel. Man sucht die Seite RN, das Maaß des unbekannten. Also in meiner sphärischen Trigonom. der rechtwinklichte Dreyecke 14 Fall

| dorten | BP | PA | BA |
|---|---|---|---|
| hier | 90° — m | p | t |

Folglich

Folglich $\cos t = \frac{r. \sin m}{\cos p}$

51. Exempel. Der Schnur Donlege sey 25$^d$ 15' = p. Sie schneide auf der Eisenscheibe den Bogen KE = 50° 30' = m ab. So ist

$$10 + \log \sin m = 19,\ 8874061$$
$$\log. \cos p = 9,\ 9563870$$
$$\log \cos t = 9,\ 9310191$$
$$\text{giebt } 90° - t = 58° 34' -$$
$$\text{also } t = 31\ 26 +$$

52. So fände sich in diesem Exempel 31 Gr. 26 m; für den horizontalen Winkel NCR, welcher dem Winkel in einer schiefen Ebene NCE = 39 Gr. 30 m zugehört, wenn beyde Winkel einen horizontalen Schenkel gemein haben.

53. Die Formel (50) ist nach der Vorrichtung von des Hrn. v. O. Scheibe eingerichtet, wo unmittelbar der Winkel KCE = 90° — NCE gegeben ist. Heißt man NCE oder 90° — m = h; so wird die Formel

$$\cos t = \frac{r. \cos h}{\cos p}$$

54. Der Winkel p; die Neigung einer Linie gegen den Horizont, ist allemahl spitzig. Es macht freylich eine Linie mit dem Horizonte zweene Nebenwinkel von denen einer stumpf ist; Unter der Neigung aber versteht man doch den spitzigen.

55. Der

55. Der Winkel h, den die schiefe Linie mit der horizontalen macht, kann auch allemahl für spitzig angenommen werden.

In der Figur ist NCD spitzig. Ginge aber eine schiefe Linie von C durch den Quadranten MK hinaus, daß sie mit CN einen stumpfen Winkel machte, so machte sie mit CM einen spitzigen, und der hiesse nun h.

56. Wenn diese beyden Winkel spitzig sind, so ist auch t spitzig. Denn er ist gewiß kleiner als 180 Gr. und sein Cosinus ist bejaht (Trigonom. 2 Erkl. 4 Zus.)

57. Jeder Sinus oder Cosinus, ist kleiner als der Sinus totus. Folglich ist $\frac{r}{\cos p}$ in (53) ein uneigentlicher Bruch, und weil man cos h damit multiplicirt, so kömmt cos t > cos h; daher, weil hier alle Winkel spitzig sind, t < h.

58. Das heißt: der horizontale (söhlige) Winkel NCR ist kleiner als der in der geneigten (donlegigen) Ebene NCE.

59. Hätte man den Winkel NCR gemessen, und wollte daraus NCE berechnen, so gäbe sich dafür aus (53) die Formel $\frac{\cos p. \cos t}{r} = \cos h$

60. Der Hr. v. O. macht sich dabey den Einwurf: Man fände vielleicht auf der Scheibe nicht allemahl den Winkel, den die Schnur mit der söhligen Linie macht, richtig genug angegeben; daraus

würde

würde also der söhlige Winkel nicht ganz richtig berechnet werden, wenn man auch gleich die Donlege, wie er annimmt, genau hätte.

61. Seine Antwort hierauf läßt sich, auf meine Figur angewandt und dadurch erläutert so vortragen: Man findet aus dem grössern Bogen EN, den kleinern NR (58) ein Fehler also beym grössern begangen, giebt einen geringern Fehler beym kleinern.

62. Daß ein Fehler beym Kleinen geringer wird als beym Großen, gilt nur, wenn das Kleine dem Großen ähnlich ist, z. E. Wenn man eine Figur verjüngt, so wird ein Fehler der in einer Seite der grossen ist begangen worden, bey der ähnlichligenden Seite der Kleinen, geringer. Wären die Bogen EN, NR, einander ähnlich, hätte einer so viel Grade als der andere; und man hätte des Grössern Länge auf irgend eine Art gemessen, dabey aber um Etwas gefehlt, so würde man, nach dem Satze daß sich die Längen ähnlicher Bogen wie ihre Halbmesser verhalten, des Kleinern Länge auch mit einer Unrichtigkeit wissen, sie wäre aber geringer, als die beym Grössern begangene.

Aber hier sind der kleinern und grössern Bogen nicht ähnlich, und also ist kein Grund vorhanden allgemein zu schliessen, man werde beym kleinen weniger fehlen als beym grossen.

63. Ein Exempel wird auch sogleich das Gegentheil zeigen. Man setze, die Grössen in (51) sind

sind die wahren. Man hätte aber, aus Irrthum, oder weil die Schreibe nicht genau genug eingetheilt war, statt des wahren m; nur 50 Grad genommen, also statt des wahren h; 40 Gr. Jenen Winkel einen halben Grad zu klein, diesen, den Winkel in der schiefen Ebene, einen halben Grad zu groß. Die Donlege wäre richtig. So führe man die Rechnung nach (53) aus dem unrichtigen h.

$10 + \log \cos 40^\circ = 19,8842540$
$\log \cos 25^\circ\ 15' = 9,9563870$

$\log \cos t = 9,9278670$

Also findet sich dieser

unrichtige $t = 32^\circ\ 7' -$
zuvor (51) der richtige $= 31\ \ 26 +$

Der unrichtige zu groß um $0\ \ 40$

Also beträgt hie der Fehler beym horizontalen Winkel 10 M mehr als der beym geneigten. Und ist nicht wie Hr. v. O. sagt geringer

64. Dieser Satz des Hrn. v. O. ist also nur eine kleine Uebereilung. Der Verfasser der Analysis Triangulorum, nahm sich hier nur die Zeit nicht, die Sache nach seinen so gründlichen und tiefen Kenntnissen zu untersuchen. Es ist bekannt daß man Formeln hat, kleine zusammengehörige Aenderungen, der Seiten und Winkel eines Dreyecks zu vergleichen, dergleichen ich in meinen astronomischen Abhandlungen I. Sammlung I. Abh. 83 für ebene Dreyecke, II. Abh. 2. Cap. für Kugeldreyecke

geldreyecke gegeben habe. Sie beruhen auf den Ausdrückungen der Differentiale von Winkeln, durch die Differentiale ihrer trigonometrischen Linien, und wer also solche Differentialformeln kennt, kann sich für jeden vorkommenden Fall, die Vergleichung alsobald machen, ohne ein Buch deswegen nachzuschlagen.

65. Zu gegenwärtiger Absicht, setze man in (53); r = 1; p unveränderlich, und differentiire. Da findet sich

$$-\sin t.\, dt = -\frac{\sin h.\, dh}{\cos p}$$

Also $dt = \frac{\sin h.\, dh}{\sin t \cos p}$

66. Diese Formel giebt immer etwas der Wahrheit nahes, wenn auch gleich die Aenderungen der Winkel, die man hier als Differentiale ansieht, einige Minuten betragen.

67. Auf jetziges Exempel würde man sie so anwenden: Man hätte h = 40° gefunden, wäre aber ungewiß, ob der wahre Winkel nicht etwa 30 M. kleiner wäre. Man wollte also berechnen, wie viel sich der Winkel t, den man (63) berechnet hat, ändern würde; wenn man ihn aus einem h der um 30 M kleiner wäre berechnete.

Also setzte man dh = — 30 Min., wo man bey dem Gebrauche der Logarithmen auf das Zeichen — nicht acht zu geben nöthig hat, die Anwendung dessel-

desselben ist nur, daß man sieht, dt sey verneint, wenn dh es ist, oder: t und h nehmen zugleich ab.

Nun wäre log sin h = 0, 8080675 — 1 }
log 30 = log dh = 1, 4771212 }

Summe = M = 1, 2851887

log sin 32° 7' = log sin t = 0, 7256217 — 1 }
log cos p = 0, 9563870 — 1 }

Summe = N = 0, 6820087 — 1
M — N = 1, 6031800

Dieß ist log dt; gehört zu 40, 10; Und zeigt also t nehme um 40', 1 ab, wenn h um 30' abnimmt. Welches mit der Rechnung 63; sehr wohl übereinstimmt.

68. In gegenwärtigem Falle, wäre es freylich kürzer, ohne die Differentialformel (65) die Rechnung wie in (63) nur für h = 39° 40' zu führen, da man t so groß als in (51) finden müßte. Ausserdem aber daß es gut war hie ein Beyspiel zu geben, wie nach der Differentialformel gerechnet würde, so ist der Gebrauch solcher Formeln hauptsächlich, wenn man annimmt daß die Aenderungen der gegebenen, folglich auch der gesuchten Winkel, nicht eben ganze Minuten, sondern Minuten und Secunden, vielleicht gar nur Secunden betragen. Da würde man die gemeine Rechnung nicht bequem von vornen anstellen können, weil die gewöhnlichen Tafeln die Winkel in keinen kleinern Theilen als in Minuten angeben.

Man

Man s. hierüber die angef. I. astron. Abhandl. 164. 167.

69. Man kann fragen, wie sich dt ändert, wenn dh immer einerley bleibt? Nun ist h > t (57) der Fall ausgenommen, wenn cos h = 0 da h = t = 90°. Also ist von dt der kleinste Werth der für sin h = sin t = 1; und dieser kleinste Werth ist $= \frac{dh}{\cos p} =$ dh. sec. p. Weil nun allemahl sec p > 1, so ist auch der kleinste Werth von dt, grösser als dh. Des Hrn. v. O. Satz ist nicht nur, nicht allgemein richtig, sondern so gar allgemein falsch. Wenn man den Winkel in der schiefen Ebene mit einem Fehler gemessen hat, so berechnet man daraus den horizontalen Winkel mit einem grössern Fehler.

70. Für das bisher gebrauchte Exempel berechnete man den kleinsten Fehler so:

log dh = 1, 4771212
abgez. log cos p = 0, 9563870 — 1
1, 5207342

Gehört zu 33, 17. Um so viel Minuten wird bey dieser Donlege der söhlige Winkel zum wenigsten unrichtig, wenn der in der donlegigen Ebene nur um 30 unrichtig ist.

71. Dieser kleinste Fehler dh. sec p ist desto grösser je grösser p ist. Für p = 60° ist er = 2 dh. Oder wenn der Schnur Donlege = 60 Grad, so fehlt man beym söhligen Winkel wenigstens

stens um noch einmahl so viel als bey dem in der donlegigen Ebene. Ein Fehler von 15′ bey diesem, giebt wenigstens einen von 30′ bey jenem. Für grössere Donlegen, kann der Fehler des söhligen Winkels vielmahl grösser werden, als der Fehler dessen in der donlegigen Ebene, mehr als 6 mahl so groß, bey einer Donlege von 80 Graden; also einen Grad betragen, wenn man bey dem donlegigen Winkel nur um 10 Minuten fehlt.

Will man dieses durch die gemeine Rechnung nach der Formel (53) prüfen, so nehme man eine willkührliche, nur etwas grosse Donlege an, und berechne daraus für zweene Werthe von h, die auch nahe bey 90 Graden, nur unter sich wenig unterschieden, die zugehörigen Werthe von t. Man wird finden, daß solche vielmehr unterschieden sind, als die Winkel aus denen man sie berechnet hat.

Ich habe die Donlege $p = 80°$ angenommen. Da finde ich

| | | |
|---|---|---|
| für $h =$ | $85°$ | $t = 59° \, 52' +$ |
| | $84 \; 50'$ | $56 \; 45 +$ |
| Unterschiede | $0 \; 10$ | $3 \; 7$ |

Dem vorhin gesagten gemäß, ist der letztere Unterschied ohngefähr sechsmahl grösser als der erste.

72. Ich befürchte daher, des Hrn. v. O Eisenscheibe ist nicht so brauchbar als man sonst bey ihrer übrigens so wohl ausgesonnene Vorrichtung wünschen

schen möchte. Er würde selbst so geurtheilt haben, wenn er statt seines nur übereilten Schlusses die Sache genauer untersucht hätte.

## 9. Anmerkung.

### Ueber die Berechnung des rechtwinklichten Dreyecks.

### W. 47. §.

1. Wenn man sich in dem rechtwinklichten Dreyeck 17 Fig. die Seite AB vertical vorstellt, also die ganze Ebene des Dreyecks vertical (Geom. 47. S.) so heißt bey dem Markscheider

| | | |
|---|---|---|
| die Hypothenuse | AC | Fläche |
| Höhe | AB | Seigerteufe |
| Grundlinie | CB | Sohle |
| Der Winkel | C | Donlege |

2. Bekannte trigonometrische Regeln lehren hie aus gegebenen Dingen gesuchte zu berechnen. Ich will hier einige hieher gehörige Formeln beybringen, so ausgedruckt, daß ich den Sinustotus dabey = 1 setze, wodurch die Ausdrückungen am kürzesten und bequemsten werden. Wenn man darnach mit Hülfe der Tafeln rechnen will, so muß man sich erinnern, daß jeder Sinus und jede Tangente in den gewöhnlichen Tafeln, in Zehnmilliontheilchen des Sinustotus ausgedruckt ist, die Logarithmen derselben aber den Sinustotus für Zehntausend Millionen annehmen. Wie man die Rechnung diesem gemäß führt, habe ich in meinen An-

 fangs-

fangsgründen I. Theil gezeigt, besonders in der dritten Auflage in der Vorerinnerung vor der Anwendung der Buchstabenrechnung auf die Trigonometrie. Es wird sich auch hier an Exempeln leicht weisen lassen.

3. Am gewöhnlichsten sind Donlege und Fläche gegeben, daraus man das übrige sucht.

4. Ich will der Kürze wegen, jede Seite mit dem kleinen lateinischen Buchstaben andeuten, davon der grosse an dem Winkel der Seite gegenüber steht. So heißt die Fläche = b; Seigerteufe = c; Sohle = a.

5. Also hat man in (3) Folgende Vorschriften:

Seigerteufe = c = b. sin C

Sohle = a = b. cos C.

6. In Weidlers Exempel (W. 47 §.) ist die Donlege = 10°, die Fläche = 6 Lachter.

7. Will man mit den Zahlen selbst rechnen, so drücke man (2) Sinus und Cosinus der Donlege, die in den Tafeln stehn, als Zehnmilliontheile aus.

8. Für die Seigerteufe

$$\begin{array}{r} \sin C = 0,\ 1736482 \\ 6 \\ \hline c = 1,\ 0418892 \end{array}$$

9. Die Decimalbrüche des Lachters multiplicire man mit 8, so bekömmt man Achttheile, und deren Decimaltheile (Arithm. I Cap. 81.)

In (8) kömmt = 0, 0418892. 8 = 0, 3351136. Also beträgt die Seigerteufe

1 Lachter

1 Lachter 0, 3351136 Achttheil

10. Für die Sohle

cos C = 0, 9848077
6

---

a = 5, 9088462
= 5 Lachter 7, 2707696 Achttheil.

11. Es ist leicht zu sehen, daß nicht verlangt wird, das Gesuchte in so kleinen Theilen anzugeben, selbst die gegebenen Grössen, nicht so sehr richtig seyn werden, in so grosser Schärfe aus ihnen zu rechnen. Also kann man zu Abkürzung der Rechnung etwa von jedem Sinus die beyden letzten Ziffern weglassen, wie W. gethan hat. Vielleicht ist es aber doch oft besser, daß man sich die kleine Mühe nicht verdrüssen läßt, ein paar Ziffern mehr zu multipliciren, wo man noch allemahl vom Produkte, die letzten Ziffern wenn sie entbehrlich sind weglassen kann.

12. Wenn man die Fläche durch 48 Achttheile ausgedruckt, und damit sogleich, statt 6 multiplicirt hätte, so wäre die gesuchte Grösse sogleich in Achttheilen und deren Decimaltheilen gekommen: Man hätte aber alsdenn die ganze darinn enthaltene Lachter, durch die Division mit 8 herausbringen müssen.

13. Wer des K. Pr. Hrn. Bauraths Lamberts Zusätze zu den logarithmischen und trigonometrischen Tabellen (Berl. 1770; 8vo.) besitzt, findet daselbst in der XXV. Tafel unter der Aufschrift: Abacus Sinuum,

numm, die Sinus aller ganzen Grade, jeden auf den Sinustotus 1 gebracht, und mit jeder einzelnen Zifer multiplicirt. Die Sinus sind nur bis auf Hunderttausendtheile des Sinustotus angegeben, jeder hat also 2 Zifern weniger, als in den gewöhnlichen Tafeln. So steht das (8) gefundene Produkt, dort so: 1, 04189 die niedrigste Zifer nähmlich um 1 vergrössert, da das Weggelassene beynahe eine ganze Einheit von ihr beträgt.

Das ist also ein Einmahleins für die Sinusse. Hr. L. hat sich desselben zu astronomischen Rechnungen bedient, und da ihm hiezu fünf Decimalstellen in jedem Sinus genug gewesen, so könnte der Markscheider, dem doch astronomische Schärfe gar nicht einfällt, daraus schliessen, daß auch er jeden Sinus nur in fünf Decimalstellen nöthig hätte (11). Dabey würde ich doch erinnern, daß Hr. L. wohl in der That sein Einmahleins zu machen, sieben Decimalstellen jedes Sinus multiplicirt hat, vom Produkte hat er die beyden niedrigsten Zifern weggeworfen, und wenn sie viel betrugen, die niedrigste die er behielt um 1 vergrössert. Daß er sich so verhalten hat, zeigt das beygebrachte Exempel.

Uebrigens enthält dieses Einmahleins nicht die Bogen die durch Grade und Theile von Graden gegeben werden.

## Mit den Logarithmen.

14. Da ziehe ich von jedes Sinus oder jeder Tangente Logarithmen den ich aus den Tafeln nehme

ne 10 ab; Ich deute aber nur diesen Abzug hinter den Logarithmen, durch das gehörige Zeichen an, und ziehe am Ende 10 von der Summe ab. Man kann auch gleich die Kennziffer des trigonometrischen Logarithmen in 0 verwandeln, und hinter ihm, nur so viel abzuziehen als der Kennziffer zu 10 fehlte. Beydes zeigt sich in nachstehender logarithmischen Rechnung des vorigen Exempels.

15. $\log \sin C = 9,\ 2396702 - 10$

$$\log b = 0,\ 7781512$$

$$\log. c = 0,\ 0178214$$

$$\log. 1,\ 0419 = 0,\ 0178260$$

$$46$$

Weil $\log 1,\ 0419 - \log 1,\ 0418 = 417$; so muß man von 1, 0419 den Proportionaltheil $\frac{46.\ 10}{417}$ abziehen, giebt $c = 1,\ 04189$

Ohne diesen Proportionaltheil zu brauchen, sieht man sogleich daß c nur sehr wenig kleiner als 1, 0419 ist.

$$\log \cos C = 0,\ 9933515 - 1$$

$$0,\ 7781512$$

$$\log a = 0,\ 7715027$$

giebt $a = 5,\ 9088$

16. So stimmt diese logarithmische Rechnung mit 8; 11; überein, und giebt das Gesuchte so gleich bis auf Zehntausendtheile des Lachters, das ist bis auf Hunderttheile des Lachterzolls (2 Anm.

(41) welches für die Ausübung scharf genug gehalten wird.

17. Ich habe mich freylich hiebey grösserer Tafeln für die Logarithmen der Zahlen bis 100000 bedienet. Die gemeinen Tafeln für die Zahlen bis 10000 gäben das Gesuchte unmittelbar in einer Decimalstelle weniger, als es in (15) ohne Proportionaltheile gefunden wird, immer noch zur Ausübung richtig genug. Wendete man bey ihnen die Mühe an, Proportionaltheile zu brauchen, so fände man das Gesuchte so genau, als es die grössern Tafeln unmittelbar geben.

18. Wenn die Fläche groß ist, findet man freylich durch die Logarithmen Sohlen und Seigerteufen, nicht in so kleinen Theilen als beym gebrauchten Exempel. Alsdenn aber, würden bey langen Linien Hunderttheile eines Lachterzolls, vielleicht selbst Lachterzolle, nicht sehr in Betrachtung kommen.

19. Ist die gegebene Grösse in Lachtern und Theilen derselben ausgedruckt, so wird es wohl am bequemsten seyn, die ganzen Lachter zu Achttheilen zu machen, und so Alles in Achttheilen und deren Decimaltheile auszudrücken.

## Wie man die trigonometrischen Linien als gemeine Zahlen bey den Logarithmen brauchen könnte.

20. Für jeden Winkel finden sich in den gemeinen Tafeln, Sinus, Tangente, auch wohl Secante,

taste, so berechnet daß der Sinus totus zehn Millionen angenommen ist. Der Logarithme aber, der für jede dieser Linien angegeben wird, setzt einen Sinus totus von Zehntausend Millionen zum voraus. Der Logarithme also gehört zu einer tausendmahl grössern Zahl als seine trigonometrische Linie. Vermindert man ihn um 3, so bekömmt man einen Logarithmen, dessen Zahl die ihm zugehörige Linie ist; Und umgekehrt: Jede trigonometrische Linie, kann man als die Zahl des neben ihr stehenden Logarithmen ansehen, nur müßte man an sie rechter Hand noch drey Zifern schreiben, die man nicht weiß wenn man nur die gemeinen Tafeln hat; in grössern wie in Gellibrands Tafeln, würde man sie finden.

21. Exempel. Man vermindere den Logarithmen der Tangente von 55 Graden um 3; so ist 7,1547732 = log 14281480. Umgekehrt, die Zahl 14281480067 hat zum Logarithmen 10, 1547732; Der Zahl drey letzte Zifern sind aus Gellibrands Tafeln; Statt dieser Zifern müßte man drey Nullen setzen, wenn man nur die gemeinen Tafeln hätte, und also diese Zifern nicht wüßte.

22. Solchergestalt wäre wohl natürlich auf folgende Vorschläge zu fallen:

23. Man bekömmt für eine gemeine Zahl einen Logarithmen, der die Tafeln der Logarithmen für die gemeinen Zahlen, die man hat, übersteigt: So sehe man ihn als einen Logarithmen einer trigonometrischen Linie an, und suche ihn also unter den trigonome-

gonometrischen Logarithmen, und nehme die ihm zugehörige Linie, für seine Zahl an.

34. Umgekehrt, eine grosse Zahl, sehe man als eine trigonometrische Linie an, suche sie unter denselben auf, und finde so ihren dabey stehenden Logarithmen.

Diesen Vorschlag that schon Neper, der seine Logarithmen nur für die trigonometrischen Linien berechnet hatte. Man sehe meine IV. astron. Abh. 59. §. Er ist auch wohl in der That zuweilen gebraucht worden, z. E. vermuthlich vom Hugen, man s. unten 33. Anmerk. 28.

35. Dieß Verfahren ist der Theorie nach völlig richtig. In der Anwendung aber leidet seine Brauchbarkeit einen grossen Abfall, weil die trigonometrischen Linien, sich nicht durch einzelne Einheiten, sondern sprungweise ändern, und also die gesuchte oder gegebene Zahl, in ihnen selten sehr genau zu finden ist, sondern nur Grenzen zwischen welche sie fällt, und zwar diese Grenzen nicht eben gar zu enge beysammen, wenn man nur die gemeinen trigonometrischen Tafeln hat, wo die Bogen durch alle Minuten gehen.

36. Zur Erläuterung diene die Berechnung der Sohle in (15). Wenn man den Tafellogarithmen des Cosinus von C, nicht um 10 vermindert, sondern ihn, wie er in den Tafeln stand, gelassen hätte, so käme der Sohle Logarithme = 10,7715027.

Es erhellt daß dieses ein Logarithme irgend einer Tangente seyn kann.

Er

Er fällt zwischen die Logarithmen folgender beyden Tangenten

Von 80° 23' tang = 59019138
24 59123550

Man müßte an jede der Tangenten rechter Hand drey Nullen schreiben, so hätte man die Zahlen, welche den beyden Logarithmen in den Tafeln zugehören, nur mit Ungewisheit der drey niedrigsten Ziffern jeder Zahl. Und nun, von jeder Zahl die zehn niedrigsten Ziffern rechter Hand abgeschnitten, giebt die eigentlichen Zahlen, zwischen welche die Sohle fällt. Die wären also

5, 9019 . .
5, 9123 . .

Diese Grenzen geben was zwischen sie fällt ziemlich unsicher. Man könnte freylich auch bey ihnen Proportionaltheile brauchen; aber da wird man lieber sich der Logarithmen der gemeinen Zahlen bedienen und bey ihnen Proportionaltheile anbringen.

27. Hätte man sowohl die trigonometrischen Linien als ihre Logarithmen, für Bogen die durch kleinere Unterschiede wachsen, so fände man freylich solche Grenzen enger beysammen.

28. Die Logarithmen der Sinusse und Tangenten von 10 zu 10 Secunden, hat man in Tafeln die unter Sherwins und Gardiners Nahmen unterschiedenemahl herausgekommen sind, und ich in meiner astron. Abh. II. Samml. 4. Abh. 20 §. beschrieben habe. Die neueste, dort ebenfalls 21 §. angezeig-

angezeigte Ausgabe: Tables des logarithmes -- Avignon 1770; enthält die angezeigten trigonometrischen Logarithmen, auch für die ersten vier Grade durch alle Secunden, und die Logarithmen der gemeinen Zahlen bis 102100. Aber keine natürlichen trigonometrischen Linien.

29. Da man, seitdem die Logarithmen bekannt worden sind, die trigonometrischen Rechnungen lieber durch sie führt, als durch die natürlichen Linien, so hat man nicht geglaubt daß die letzten in grosser Vollständigkeit nöthig wären. Wozu man sie noch braucht, etwa Winkel durch Zeichnung vermittelst ihrer zu messen oder aufzutragen, (Trigonom. 7; 9; Satz) dazu ist es genug sie für alle Minuten zu haben.

30. Von zehn zu zehn Secunden findet man sie in einem jetzo ziemlich seltenen Folianten: Thesaurus mathematicus, f. Canon Sinuum ... a Bartholomaeo Pitisco, Grunberg-Siles. Frankf. 1613. Pitiscus giebt hie nur die Sinus für den Sinus totus: tausend Billionen. Diesem aber ist beygefügt: Georgii Ioachimi Rhaetici Magnus Canon doctrinae triangulorum ... auch von 10 zu 10 Secunden, und für den Halbmesser zehntausend Millionen, Sinusse, Tangenten, und Secanten; nicht unter den jetzt angeführten Nahmen, wer aber diesen Canon gebrauchen kann, wird gleich sehen wie diese Dinge dort heissen.

31. Ich will nun noch einmahl Grenzen, zwischen welche der in (26) angeführte Logarithme

fällt,

fällt, aus den Avignoner Tafeln herschreiben, und die ihnen zugehörigen Tangenten, aus des Rhäticus Canon.

| | Logtang | Tang |
|---|---|---|
| 80° 23' 30'' | 10,7713765 | 59071299334 |
| 40 | 10,7715045 | 59088706327 |

Man sieht hieraus daß die gesuchte Sahle ziemlich genau durch die grössere der beyden Tangenten, auf den Sinus totus = 1 gebracht, wird gegeben werden, welches mit (10) wohl übereinstimmt.

32. Die trigonometrischen Linien als gemeine Zahlen mit ihren Logarithmen zu vergleichen giebt doch also eben keinen grossen practischen Vortheil, wenn man auch gleich die von mir zunächst gebrauchten, seltenern Hülfsmittel anwendet. Freylich wenn die Grenzen noch enger beysammen wären, wenn man die trigonometrischen Linien, und derselben Logarithmen durch alle einzelne Secunden hätte, würde die Ausübung dieses Kunstgriffes noch bequemer und richtiger. Wie aber, nicht eben der unterirrdische Geometer der Markscheider, sondern mehr der himmlische, der Astronome, solche Logarithmen für alle Secunden, wohl wünschen dürfte, so sind doch die Linien selbst dabey in solcher Vollständigkeit, zu jeder Absicht so viel ich einsehe als zur gegenwärtigen, entbehrlich. Und allemahl wollte ich statt der trigonometrischen Linien durch einzelne Secunden, lieber Logarithmen der gemeinen Zahlen etwa bis auf eine Million be-

rechnet, haben, dadurch sich die logarithmischen Rechnungen bequemer und sicherer würden führen lassen, als durch den Gebrauch der trigonometrischen Linien.

33. Es ist manchmahl gut, einen Vortheil der sich darzubieten scheint, gehörig zu schätzen zu wissen. Das wird mich rechtfertigen, wenn ich von diesem Gebrauche der trigonometrischen Linien als Zahlen, so umständlich geredet habe. Uebrigens gehört dieses freylich nicht weiter zur Markscheidekunst als in sofern die Trigonometrie dazu gehört. Es hat indessen der Hr. v. Oppel selbst einen solchen Gedanken geäusert 260 §. auch erinnert, daß hieben dienlich seyn würde, die trigonometrischen Linien und ihre Logarithmen, für alle Secunden zu haben.

## Ueber des Herrn von Oppel Tafeln der natürlichen Sinusse und Tangenten.

34. Der Hr. v. O.. 257 u. f. §. beschreibt die Einrichtung und den Gebrauch besonders von ihm eingerichteter trigonometrischer Tafeln. Er hat den Sinustotus = 80, 0000 angenommen, und darnach die natürlichen Sinus und Tangenten in den gemeinen Tafeln deren Sinustotus zehn Millionen ist verändert.

Es ist nähmlich für jeden Winkel, zehn Millionen : 80 = gemeiner Sin.; v. Oppels Sinus. Also der Oppelische Sinus = 0, 000008. gemeiner Sinus.

Z. E. Für 1 Minute, ist der gemeine Sinus = 2909; dieser mit der angegebenen Zahl multiplicirt, giebt 0, 023272; die beyden letzten Zifern läßt Hr. v. O. weg, weil er nicht weiter als bis auf Zehntausendtheile geht, und vergrössert wie gewöhnlich, die unter den Zifern die er behält die niedrigste um 1; weil das Weggelassene, mehr als eine halbe Einheit dieser Zifer beträgt.

35. Man sieht leicht daß der Hr. v. O. sich hiebey den Sinustotus als 1 Lachter = 80 Zoll vorgestellt, und die Grössen bis auf Zehntausendtheile eines Zolls angeben wollen. So begreift jeder seiner Sinusse der nicht kleiner als $\frac{1}{80}$ des Sinustotus ist Zolle, und Zehntausendtheile derselben. Die Zehntausendtheile sind in den vier letzten Zifern enthalten, und diese Zifern hat der Hr. v. O. deswegen durch einen Punct von den vorhergehenden ganzen Zollen abgesondert.

36. Also aus Fläche und Donlege, die Seigerteufe zu finden, giebt er folgende Vorschrift: Man drucke die Fläche als eine Menge von Lachtern aus, diese Menge kann auch ein Bruch seyn. So ausgedruckt multiplicire man sie mit dem Sinus seiner Tafeln. Das Produkt giebt die Seigerteufe in Zehntausendtheilen von Zollen. Schneidet man also die vier niedrigsten Zifern ab, so hat man in den höhern die ganzen Zolle, die man mit 80 dividiren muß, sie zu Lachtern zu machen.

37. Sein eigen Exempel ist: Die Fläche = 5 L. 3 Achtth. 6 Zoll = $\frac{109}{20}$ Lachter. Die Donlege =

rechnet, haben, dadurch sich die logarithmischen Rechnungen bequemer und sicherer würden führen lassen, als durch den Gebrauch der trigonometrischen Linien.

33. Es ist manchmahl gut, einen Vortheil der sich darzubieten scheint, gehörig zu schätzen zu wissen. Das wird mich rechtfertigen, wenn ich von diesem Gebrauche der trigonometrischen Linien als Zahlen, so umständlich geredet habe. Uebrigens gehört dieses freylich nicht weiter zur Markscheidekunst als in sofern die Trigonometrie dazu gehört. Es hat indessen der Hr. v. Oppel selbst einen solchen Gedanken geäusert 260 §. auch erinnert, daß hiebey dienlich seyn würde, die trigonometrischen Linien und ihre Logarithmen, für alle Secunden zu haben.

## Ueber des Herrn von Oppel Tafeln der natürlichen Sinusse und Tangenten.

34. Der Hr. v. O. 257 u. f. §. beschreibt die Einrichtung und den Gebrauch besonders von ihm eingerichteter trigonometrischer Tafeln. Er hat den Sinustotus = 80, 0000 angenommen, und darnach die natürlichen Sinus und Tangenten in den gemeinen Tafeln deren Sinustotus zehn Millionen ist verändert.

Es ist nähmlich für jeden Winkel, zehn Millionen : 80 = gemeiner Sin.; v. Oppels Sinus. Also der Oppelische Sinus = 0, 000008. gemeiner Sinus.

Z. E. Für 1 Minute, ist der gemeine Sinus = 2909; dieser mit der angegebenen Zahl multiplicirt, giebt 0, 023272; die beyden letzten Zifern läßt Hr. v. O. weg, weil er nicht weiter als bis auf Zehntausendtheile geht, und vergrössert wie gewöhnlich, hie unter den Zifern die er behält die niedrigste um 1; weil das Weggelassene, mehr als eine halbe Einheit dieser Zifer beträgt.

35. Man sieht leicht daß der Hr. v. O. sich hiebey den Sinustotus als 1 Lachter = 80 Zoll vorgestellt, und die Grössen bis auf Zehntausendtheile eines Zolls angeben wollen. So begreift jeder seiner Sinusse der nicht kleiner als $\frac{1}{80}$ des Sinustotus ist Zolle, und Zehntausendtheile derselben. Die Zehntausendtheile sind in den vier letzten Zifern enthalten, und diese Zifern hat der Hr. v. O. deswegen durch einen Punct von den vorhergehenden ganzen Zollen abgesondert.

36. Also aus Fläche und Donlege, die Seigerteufe zu finden, giebt er folgende Vorschrift: Man drucke die Fläche als eine Menge von Lachtern aus, diese Menge kann auch ein Bruch seyn. So ausgedruckt multiplicire man sie mit dem Sinus seiner Tafeln. Das Produkt giebt die Seigerteufe in Zehntausendtheilen von Zollen. Schneidet man also die vier niedrigsten Zifern ab, so hat man in den höhern die ganzen Zolle; die man mit 80 dividiren muß, sie zu Lachtern zu machen.

37. Sein eigen Exempel ist: Die Fläche = 5 L. 3 Achtth. 6 Zoll = $\frac{109}{20}$ Lachter. Die Donlege =

ge = 37° 15'; deren Oppelischen Sinus = 48. 4235 der Punkt sondert die Zehntausendtheile ab. Dieser mit 109 multiplicirt giebt 5278. 1615 und das mit 20 dividirt giebt 263. 90807; die Zifern linker Hand des Punkts sind ganze Zolle, also ist die Seigerteufe = 3 Lachter 23, 90807 Zoll. Die fünfte Decimalzifer 7 hat Hr. v. Oppel nicht, weil er nicht weiter als bis vier geht.

38. Wenn der Hr. v. Oppel für gut befunden hätte, nach meinem Vorschlage (19) Alles in Achttheilen und deren Decimalbrüchen auszudrücken, so wären ihm die gemeinen trigonometrischen Tafeln zulänglich gewesen, und er hätte die Mühe erspart sie für einen Sinustotus von Achzig Zehntausendtheilen zu verwandeln. Wirklich hätte ein Mann von seinen Einsichten und Eifer, die Zeit die ihn dieses gekostet hat, zu Etwas viel wichtigern und nützlichern anwenden können.

39. Sein Exempel würde ich nach (5) so rechnen. C = 37° 15'; b = 43, 6 Achttheil. Also sin C = 0, 6052940 der mit 43, 6 multiplicirt; c = 26, 39081840 giebt. Das sind Achttheile, und also ist die Seigerteufe = 3 Lachter 2, 3908184 Achttheile. Diese Rechnung ist doch in nichts weitläuftiger als des Hrn. v. O. seine, ausser in sofern der Sinus den ich brauche ein paar Zifern mehr hat, und so die Rechnung mit einer freylich überflüssigen Schärfe giebt.

40. Die Logarithmen der trigonometrischen Linien, hat der Hr. v. O. so gelassen, wie sie in den

gewöhn-

wöhnlichen Tafeln für den Sinustotus zehntausend Millionen zu finden sind.

41. Bey der Rechnung mit den Logarithmen sucht er sich des 20 u. f. angeführten Vortheils zu bedienen. So findet er für das Exempel (38) log tab sin 37° 1' 5' + log 129 — log 20 = 10, 51863629. Alle Logarithmen aus den gemeinen Tafeln genommen. Nun sucht er den gefundenen Logarithmen in seinen trigonometrischen Tafeln auf. Am nächsten kömmt diesem Logarithmen der von Tang 37° 8'; Sie ist bey ihm 26 . 3628 (36). Diese Zahl so verstanden, daß die Ziffern linker Hand des Punktes ganze Zoll bedeuteten, ist ein wenig kleiner als die eigentliche Saigerteufe (37) und so bekömmt der Hr. v. O. Anlaß zu der (33) angeführten Erinnerung.

42. Wenn man die Tangente von 73 Gr. 8 M. in den gemeinen Tafeln aufsucht, und auf den Sinustotus = 1 bringt, so ist sie die Zahl von Lachtern welche der Saigerteufe gehören. Denn die Saigerteufe zu finden, multiplicirte Hr. v. O. den Sinus der Donlege mit $\frac{129}{20}$ und die Einheit, auf welche sich dieser uneigentliche Bruch bezieht, ist ein Lachter (36).

Also ist die Saigerteufe = 3, 2982851 Lachter. Die Decimalbrüche mit 8 multiplicirt, kömt 26, 3862808 für die Menge von Achttheilen, die noch zu den 3 ganzen Lachtern gehören, die Seigerteufe auszumachen. Man sieht daß dieses, wie gehörig, genau mit (41) übereinstimmt, nur daß

die kleinsten Ganzen die Achttheile, deren Zoll sind.

## 10. Anmerkung.
## Ueber die Tafeln der Sohlen und Seigerteufen.

### Berechnung derselben.

1. In (9. Anm. 5.) sey die Fläche aus zwey Stücken zusammengesetzt, $b = p + q$; so ist

Seigerteufe $= p. \sin C + q. \sin C$

Sohle $= p. \cos C + q. \cos C$

2. Also berechne man für eine gegebene Donlege, Seigerteufe welche der Fläche p; und Seigerteufe welche der Fläche q gehört, beyder Seigerteufen Summe, ist die Seigerteufe welche der Fläche $p + q$ gehört. Eben so mit den Sohlen.

3. Es erhellt daß eben das statt findet, wenn die Fläche aus drey oder mehr Stücken zusammengesetzt wird; So ist die ganze Seigerteufe, die Summe der Seigerteufen, und die ganze Sohle, die Summe der Sohlen, die den Stücken zugehören. Welches man sich auch leicht durch eine Figur vorstellen kann, wenn man ein rechtwinklichtes Dreyeck mit Linien durch Punkte der Hypothenuse den Seiten parallel gezogen, in ähnliche kleinere theilt.

4. Was für den Winkel C, als Donlege betrachtet, Seigerteufe ist, wäre Sohle, wenn man A für Donlege annähme, das ist BC vertical, alle-

mahl

mahl den rechten Winkel zu unterst stellte. Und gegentheils, der Donlege C Sohle ist der Donlege A Seigerteufe.

Nähmlich Seigerteufe und Sohle, sind der Donlege Sinus und Cosinus.

Auch machen C und A zusammen 90 Grad.

5. Für eine angenommene Fläche also, ist

Seigerteufe zu $45^\circ - u$ = Sohle zu $45^\circ + u$
Sohle zu = Seigert. zu

So hat man alle Seigerteufen und Sohlen berechnet, wenn man sie für die ersten 45 Grade berechnet hat.

6. Diesem gemäß, haben sich die Tafeln so einrichten lassen, wie ich nun beschreiben will.

## Weidlers Tafeln.

7. In einer schmalen Columne linker Hand stehen die Donlegen, unter der Aufschrift: Gradus libellae, welche der Uebersetzer, wörtlich durch Grade des Gradbogens gegeben. Sie wachsen bis 90 durch alle Viertheilsgrade, welche Schärfe nach W. Erachten den Markscheidern zulänglich ist.

8. In einer schmalen Columne rechter Hand stehen Donlegen, deren jede mit der, (7) welche sich mit ihr in einer Zeile befindet, 90 Grad macht. Z. E. in einer Zeile linker Hand 4 und rechter Hand 86. Diese Donlegen rechter Hand, wachsen also von hinten, vom Ende der Tafel bis vor an den Anfang.

9. Zwischen diesen Columnen, befinden sich zwölf, überschrieben $\frac{1}{8}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 10; 20; die letzten acht Zahlen bedeuten ganze Lachter, die ersten viere, Theile des Lachters.

10. In jeder solcher Columnen stehen für die Flächen die ihre Ueberschrift anzeigt, Seigerteufen, den Donlegen in der linken Seitencolumne zugehörig.

11. Nähmlich was in einer der Columnen (9) und zugleich in einer Zeile mit einer Donlege (7) steht, ist die Seigerteufe, welche der Fläche der Columne und der Donlege der Zeile zugehört.

12. Eben das (11) aber, steht in einer Zeile mit einer Donlege rechter Hand (8). Und für diese Donlege ist es Söhle (5).

13. Wenn man also Seigerteufen wissen will, sucht man die Donlegen linker Hand, und wenn man Sohlen wissen will, rechter Hand.

14. Diese Sohlen oder Seigerteufen, giebt W. bis auf Zehntheile von Zollen an.

15. Wenn ein Glied seiner Tafel nicht mehr als drey Zifern enthält, so lassen sich solche zusammen lesen, wie man sonst Zahlen mit drey Zifern geschrieben liest, die niedrigste Einheit bedeutet Zehntheile von Zollen.

Zu 2 Gr. Donlege und 10 L. Fläche gehört 279 Seigerteufe, nähmlich so viel Zehntheile eines Zolls, oder wie sie zuweilen genannt werden Primen; So kann man dieses als eine einzige Zahl aussprechen, oder sagen: 2 Achttheil, 7 Zoll, 9 Primen.

16. Wenn

16 Wenn aber ein Glied der Tafel mehr als drey Ziffern hat, so kann man die, welche den drey niedrigsten zur linken Hand stehn, nicht mit ihnen zusammen lesen. Sie bedeuten für sich, ganze Lachter.

Zu 85 Gr. Donlege und 20 L. Fläche gehört 19739. Das heißt 19 Lachter 739 Primen.

17. Ich finde es, zumahl für einen Lehrer der Mathematik, sehr unvorsichtig, auf diese Art Ziffern an einander zu schreiben, die nicht können zusammen gelesen werden. Dieses kann sehr leicht bey dem Gebrauche der Tafeln Irrungen verursachen, wenigstens erfordert es eine Aufmerksamkeit auf die Bedeutung der Zifern, die mit einer kleinen Bezeichnung leicht wäre erspart worden.

18 Den Gebrauch seiner Tafeln erläutert W. mit Exempeln, dabey ich Einiges bemerken will.

19. In seinem 48. §. II. Ex. ist die Regel offenbahr ganz falsch. Er will die Seigerteufe für $4\frac{1}{4}$ Grad und 5 Lachter wissen. Da sucht er sie, dieser Fläche zugehörig, erst für 4 Grad, denn für $\frac{1}{4}$ Grad, und addirt das zusammen.

Nun aber ist bekanntlich die Seigerteufe der Sinus der Donlege, wenn man die Fläche für den Sinustotus annimmt.

Also ist W. Verfahren folgendem gleichgültig: Man will den Sinus von $4\frac{1}{4}$ Gr. wissen, und addirt zusammen, die Sinusse von 4 Gr. u. von $\frac{1}{4}$ Gr. [illegible]

Daß der Sinus der Summe zweener Winkel nicht die Summe ihrer Sinusse ist, kann man sich, wer es noch nicht weiß, leicht überzeugen. Also ist W. Verfahren unrichtig.

Sind aber beyde Winkel klein, so ist beynahe der Sinus ihrer Summe, die Summe ihrer Sinusse, wie aus der Formel für den Sinus der Summe erhellt (Trigon. 19. S.).

Also hätte W. erinnern sollen, daß sein Verfahren bey diesem Exempel, nur bey kleinen Winkeln, und auch da, nur beynahe zutrifft.

Wenn man 5 Lachter durch 40 Achttheile ausdruckt, und damit den Sinus von $4\frac{1}{4}$ Grad auf den Sinustotus 1 gebracht, multiplicirt, so bekömmt man die richtige Seigerteufe 2, 96434 Achttheil; also freylich in Zehntheilen des Zolls, so wie W. sie angiebt, der nicht weiter geht.

20. In seinem III. Exempel, verlangt er die Seigerteufe für 34 Grad und $13\frac{5}{8}$ Lachter. Da sucht er einzeln, für diese Donlege, die Seigerteufen zu 10; 3; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{8}$ Lachter, und addirt solche zusammen.

21. Theoretisch ist dieses Verfahren ganz richtig. In der Anwendung aber muß man bedenken, daß jede einzelne Seigerteufe, nur bis auf Zehntheile des Zolls angegeben ist. Eine Summe vieler solcher Grössen, wird also nicht in Zehntheilen des Zolls richtig seyn, und W. giebt doch diese Zehntheile in der Summe an.

22. Zu zeigen wie viel Unrichtigkeit diese Tafeln so gebraucht geben, will ich W. Exempel unmittelbar

selber trigonometrisch berechnen, einmahl durch den natürlichen Sinus, und darnach durch Logarithmen. Die Fläche ist 13 L. 5 A. = 109 Achttheile, und ich nehme zur Einheit ein Achttheil an. Die Donlege ist 34 Grad.

sin 34° = 0, 5591929
109
―――――
5, 0327361
55, 919290
―――――
Seigerteufe = 60, 9520261 Achth.
7 Lachter = 56
―――――
Seigerteufe = 7 L. 4, 952026 Achttheil.

Ferner log sin 34° = 0, 7475617 — 1
log 109 = 2, 0374265
―――――
log der Seigert. = 1, 7849882
giebt die Seigerteufe = 60, 952 Achttheil

Also, so weit die Logarithmen hie reichen, eben wie die Rechnung mit dem Sinus selbst.

23. Erstlich also ist die logarithmische Rechnung offenbahr kürzer als die aus W. Tafeln. Man addirt doch wohl lieber zweene Logarithmen, als vier Glieder einer Tafel. Hat man Logarithmen, wie ich hie gebraucht, so findet man also mit leichterer Mühe, als aus W. Tafeln, das Gesuchte in Hunderttheilen des Zolls, an die W. Tafeln nicht reichen, wenn auch die Zehntheile des Zolls aus denselben richtig gefunden würden. Die gemeinen logarithmischen Tafeln bis 10000, geben doch das

Gesichte auf Zehntheile des Zolls, also so genau als W. Tafeln es versprechen, (aber nicht halten) und wenn man Proportionaltheile brauchen will, auch auf Hunderttheile.

Und solchergestalt ist schon die Mühe die man sich durch W. Tafeln erspart, nicht sehr beträchtlich.

24. Nun aber zeigt sich vollends, daß die unmittelbare Berechnung 52 Hunderttheile eines Zolls, Weidlers seine nur 3 Zehntheile, also über 2 Zehntheile zu wenig giebt. Der fünfte Theil eines Zolls, um welchen Weidlers Rechnung, oder eigentlich noch um was mehr fehlt, ist keine ganz unbeträchtliche Grösse.

25. Die Unvollkommenheit der Tafeln, daß jedes Glied nur bis auf Zehntheile des Zolls geht, hätte sich dadurch vermindern lassen, daß man eines Gliedes niedrigste Zifer um 1 vergrössert hätte, wo die weggelassenen Hunderttheile u. s. w. mehr als ein halbes Zehntheil betragen, welches bey trigonometrischen u. a. Tafeln gewöhnlich genug ist, selbsten von Voigtel 41 S. gelehrt wird. Daß Weidler dieses wenigstens nicht allemahl gethan hat, erhellt aus Vergleichung einiger Glieder. Für gleiche Donlege, ist offenbahr bey der Fläche 10, die Seigerteufe zehnmahl grösser als bey der Fläche 1. Und da ist oft bey jener die niedrigste Zifer groß, ohne daß das bey dieser in Betrachtung gezogen wäre. Zu 1 Gr. Donlege, steht 279 bey der Fläche 10; und 27 bey der 1. Die letzte Seigerteufe, ist also beynahe um ein ganz Zehntheil eines

nes, Zolls zu klein angegeben; mit viel geringern Irthume wäre sie ein wenig zu groß; 28; gesetzt worden.

26. Eine allgemeine Folge aus dem bisherigen, möchte wohl seyn: daß W. Tafeln nicht viel besser als unnütz sind.

## Beyers Tafeln.

27. Sie stehen am Ende seines II. Theils. Beyer liefert dreyerley solche Tafeln.

28. Die erste nennt er nach den Achteln.

Sie ist im wesentlichen mit den nur beschriebenen einerley, hat eben die Seitencolumnen (7; 8) giebt Sohlen oder Seigerteufen wie (14) und die Zahlen wie (15; 16) ausgedrucket, auch ist die Erinnerung (25) bey ihr ebenfalls nicht beobachtet, sondern es steht auch in dem dorten angeführten Exempel 27 wo 28 der Wahrheit näher wäre.

29. Nur enthält sie mehr Zwischencolumnen (9) als W. Neben den dortigen zwölfen, noch neun, für jede Menge einzelner Zoll.

Durch diese neun, wird die Regel Detri erspart, die W. nöthig hat, wenn die Fläche mit durch Zoll gegeben ist. Man s. hievon sein III. Exempel.

30. W. Tafeln können also, als ein Auszug aus dieser Beyerischen angesehen werden.

31. Uebrigens gilt auch hie, was ich 21 .. 26 gesagt habe.

32. Beyers zweyte Tafel heißt, nach den Zuhenteln. Es ist Voigtels Tafel, aus dessen Mark-

 scheide-

scheidekunst 5. Theil. Das Lachter wird in tausend Theile getheilt, und in solchen Theilen sind Sohlen und Seigerteufen angegeben, das ist in solchen Theilen, deren jeder 0, 08 des Zolls ist.

(2 Anm. 44.) Diese Theile sind also nur ein wenig kleiner, als die Zehntheile des Zolls bis auf welche Beyers und Weidlers Tafeln gehn.

33. Seine dritte Tafel, nennt Beyer, einen Extract aus weiland Herrn Simonis Stevini Tabulis Sinuum. Sinus und Cosinus durch alle Viertheilsgrade, in zehntausendtheilen des Sinus rotus, also in drey Zifern weniger als die gewöhnlichen Tafeln haben. Angenommen, daß der Gradbogen die Donlegen nicht genauer als auf Viertheilsgrade angeben soll, so kann dieser Extract dem Markscheider nur dazu dienen, daß er die Bogen, die er allein braucht, hie von den übrigen abgesondert leichter findet. Statt Cosinus ist in der Ueberschrift der Columnen: Sinus Versus gesetzt, nur durch einen Schreibfehler, denn aus P. 4. c. 8. erhellt, daß Beyer wohl gewußt, was Sinusversus, und Sinuscomplementi sind. Sinusrectus ist durch Seigerteufe, und der fälschlich sogenannte Sinusversus durch Sohle übersetzt. Diese Tafeln sollen nach Beyers Erinnern V. Th. 5. Cap. den vorigen zur Probe dienen.

In der Trigonometrie, die Beyer IV. Theil 8. Cap. abhandelt sind keine Logarithmen gebraucht, aber P. VI. Prop. 18.

Des

## Des Hrn. v. Oppel Tafeln.

34. Sie gehen durch Donlegen von 5 zu 5 Minuten. Der Hr. v. Oppel fodert, daß man die Winkel wo möglich so genau messen soll, und hat hierinnen schon Voigteln, Markscheidek. III. Th. 6. zum Vorgänger.

35. Die Flächen, zu deren jeder, für jede Donlege Seigerteufe und Sohle berechnet sind, sind folgende: In Zollen; $\frac{1}{4}$; $\frac{2}{4}$; 1; 2; 3; 4; 5. In Lachtern; $\frac{1}{8}$; $\frac{2}{8}$; $\frac{3}{8}$; $\frac{4}{8}$; 1; 2; 3; 4; 5; 10. Diese Anordnung ist mit guter Einsicht gemacht, man kann jede Fläche bequem aus den angezeigten zusammen setzen.

36. Sohlen und Seigerteufen sind in Zollen und deren Hunderttheilen ausgedruckt. Dadurch wird vermieden daß Lachter, und Achttheile entweder mit besondern Zeichen müßten unterschieden werden, oder wie bey vorhin beschriebenen Einrichtungen, auf eine unschickliche Art zusammengesetzt wurden. Daß Hunderttheile der Zolle angegeben sind, bringt den Vortheil, daß bey Summirung etlicher Glieder der Tafel, das Verlangte, doch immer noch in Zehntheilen, wenigstens in ganzen Zollen, richtig herauskommen wird.

37. Ich will nach diesen Tafeln das Exempel (22) rechnen

| | | |
|---|---|---|
| 10 L. geben | 447, 35 Zoll | |
| 3 | 134, 21 | |
| 4 A. | 22, 37 | |
| 1 | 5, 59 | |
| | 511, 22 | |
| | 98, 3 | |
| | 609, 52 | |

609, 52 wie in (22) nur daß hie die Einheit ein Zoll ist.

38. Wenn man diese Rechnung mit Weidlers seiner vergleicht, so wird man sehen, daß bey W. die Columne der Hunderttheile des Zolls fehlt, und deswegen bekömmt er in Zehntheilen so viel zu wenig.

39. Daß aber hier die Hunderttheile eben so kommen, wie bey der unmittelbaren Berechnung, ist freylich ein glücklicher Zufall, den man nicht allemahl erwarten darf. Wie er hier entstehen konnte, macht die Rechnung (22) dadurch begreiflich, daß sie keine Tausendtheile des Zolls angiebt. Ausserdem trägt es auch zur Richtigkeit der Rechnung nach Hrn. v. O. Tafeln viel bey, daß er die Zifer der Hunderttheile um 1 vergrössert hat, wenn das Weggelassene beynahe ein Hundertheil betrug.

40. Beym Gebrauche dieser Tafeln würde nützlich seyn, jede Zahl von Lachtern wenigstens von 1 bis 10; in Zollen ausgedruckt zu haben. Dergleichen Einmahleins für die Lachter würde im Exempel (37) gleich zeigen, daß 7 L. = 560 Z. und so behielte man durch den Abzug die Zolle übrig.

41. Wenn

41. Wenn man Tafeln von Sohlen und Seigerteufen brauchen will, so sind ohne Zweifel die Oppelischen vorzüglich zu empfehlen.

42. Indessen gestehe ich, daß ich mit Logarithmen für die gemeinen Zahlen bis 100000 allemahl bequemer und richtiger zu rechnen glaube, als selbst mit diesen Tafeln.

43. Ein Beyspiel, das der Hr. v. O. selbst giebt mag dieses bestätigen. Er sucht 672 §. für $28\frac{5}{8}$ Lachter $9\frac{1}{2}$ Zoll und $69^\circ\ 25'$ die Seigerteufe. Die setzt er nun aus folgenden zusammen: Für $(10 + 10 + 4 + 4 + \frac{4}{8} + \frac{1}{8})$ Lachter + $(5 + 4 + \frac{2}{4})$ Zoll. Also hat er neun Glieder seiner Tafel zu addiren.

Ist nicht folgendes kürzer: 28 Lachter = 224 Achtel. Also ist die Fläche = 229, 95 Acht.

log 229, 95 = 2, 3616334
log sin $69^\circ\ 25'$ = 0, 9713509 − 1

2, 3329844
gehört zu 215, 27 A.
26 L = 208

Die Seigerteufe = 26 L. 7, 27 Acht.
Hr. v. O. findet = 26 7, 269

II. An-

## II. Anmerkung.

## Den Winkel von gezogenen Schnüren, blos durch Messung gerader Linien anzugeben.

1. Man kann dieses wünschen, wenn man den Compaß nicht brauchen darf, und mit der Eisenscheibe nicht versehen wäre. Geometrie und Trigonometrie bieten dazu unterschiedene Mittel an.

### Geometrische Auflösung.

2. AB, AC, 18 Fig. sind Stücken auf den Schnüren aus des Winkels Spitze gemessen; Man messe noch ihre Sehne BC, und zeichne nun aus den drey Seiten das Dreyeck bca 19 Fig. nach dem verjüngten Maasstabe, so kann man in dieser Zeichnung den Winkel a = A messen.

3. Das setzt also nur zum voraus, daß der Markscheider ein Maaß bey sich hat, die Schnüre AB, AC, BC, damit zu messen. Es muß kleine Theile enthalten, oder man muß einen Theil davon, in kleinere getheilt haben, die Linien genau zu messen, besonders BC die nicht willkührlich ist.

4. Wollte man sich der Lachterschnur bedienen, die man ohnedem zu brauchen gewohnt ist, so könnte man besonders auf Holz oder Messing, ein Achttheil, oder ein halbes Achttheil in tausend Theile getheilt haben.

5. Weil

5. Weil die Schenkel des Winkels von willkührlicher Länge können genommen werden, so würde ich rathen jeden zehn Achttheile lang zu machen, die Sehne auch mit Achttheilen, und Tausendtheilen eines Achttheils zu messen.

6. Oder wenn man nicht so lange Schenkel nehmen wollte, könnte man jeden fünf Achttheil machen, und bey Abmessung der Sehne, sich der ganzen, und des halben in Tausendtheile getheilt bedienen.

7. Jedes dieser Verfahren (5; 6;) gäbe des Dreyecks gleiche Schenkel jeden = 10000 und die Grundlinie in solchen Zehntausendtheilen.

8. Wollte man sich also bey der Zeichnung eines verjüngten Maasstabes bedienen, der wie gewöhnlich 1000 Theil hat, so könnte man zuerst von ihm die Grundlinie verzeichnen, und die Schenkel darüber, zehnmahl so lang als er ist setzen.

9. Wäre die Grösse dieser Zeichnung zu unbequem, so würde man wohl sich befriedigen können, wenn man einen Theil des verjüngten Maasstabes so viel bedeuten liesse als zehn des wirklichen. Des Dreyecks Schenkel würden da der Länge des verjüngten Maaßstabes gleich.

**Wenn man nicht aus der Spitze des Winkels messen könnte.**

10. Es könnten wohl ein paar gerade Linien, BD, CE, ihrer Lage nach gegen einander bestimmt seyn, ob man gleich den Punkt A in dem sie zusammenstossen, nicht vor Augen sähe, oder sonst nicht bequem genug von ihm messen könnte.

11. Z. E.

11. Z. E. BD, CE, wären Linien in denen ein paar Gänge zu Tage ausstrichen, doch nahe genug bey einander, daß man von einer zur andern auf einer Ebene messen könnte.

12. Da messe man also in den beyden Linien willkührliche Stücke BD, CE; Ferner die Linien BC, BE, CD.

13. Nun die Zeichnung zu machen, ziehe man auf dem Papiere, bc nach dem verjüngten Maasse so groß als BC nach dem wirklichen ist.

Darauf setze man nach dem verjüngten Maasse die Dreyecke bcd, bce, wie die grossen nach dem wirklichen Maasse sind.

So hat man die Linien bd, ce, die verlängert einander in a schneiden, und das Dreyeck bac ist dem grossen, das eben die Buchstaben hat, ähnlich.

14. So gäbe sich durch Abmessen auf der Zeichnung wo die Linien, wie (11) zusammenstiessen und was sie für einen Winkel machten.

## Trigonometrische Auflösung.

15. Wenn man wie (2) Schenkel und Sehne gemessen hat, so kann man allemahl aus den drey Seiten, den Winkel A berechnen.

16. Da wird nun alles sehr erleichtert, wenn man die Schenkel gleich macht und wie in 5 oder 6 verfährt.

17. Die

17. Die Regel den Winkel zu finden, ist aus Trig. 9. S. folgende:

Man halbire die gemessene Sehne.

Diese Hälfte sehe man als einen Sinus, für den Sinustotus = 10000 an;

Das ist man suche unter den Sinussen wie sie in den gewöhnlichen Tafeln für den Sinustotus zehn Millionen stehen, den auf dessen höchste Ziser, die drey niedrigsten abgeschnitten, ihr am nächsten kommen.

Den Winkel, welcher diesem Sinus zugehört, verdoppele man, so hat man den gesuchten.

18. Exempel. Für BA = CA = 10000; sey BC = 11387

$\frac{1}{2}$ BC = 5693, 5

Aber sin 34° 42' = 5692795

43 = 5695186

Wenn man von jeden dieser Sinusse die drey niedrigsten Zifern abschneidet, so fällt die halbe Sehne zwischen beyde, und ziemlich nahe an den kleinern. Man nehme also seinen Winkel für des gesuchten Hälfte an, so ist der gesuchte A = 69° 24'.

18. Wenn es der Mühe werth wäre, und man sich auf die Messung der Linien genau verlassen dürfte, könnte man den Winkel noch schärfer finden. Man bringe die Sinus auf den Sinustotus zehntausend, oder man stelle sich vor jedes vier ni drigste Zifern, sind Decimalbrüche, und die höhern Ganze. So ist der beyden Sinusse Unter-

 schied

schied = 2, 391; des kleinsten, und der halben Sehne Unterschied = 0, 204; zu diesen beyden Zahlen und 60 die vierte Proportionalzahl = 18. Um so viel Secunden ist der halbe Winkel grösser, als der kleinste der beyden, zwischen die er fällt. Folglich bekömmt der ganze zu der angezeigten Grösse noch 36″.

19. Die trigonometrischen Tafeln zeigen, daß bis auf 75° 45′, die Sinus sich in Zehntausendtheilchen des Sinustotus ändern, in dem sich die Bogen um einzelne Minuten ändern.

20. Wenn man also nach gegenwärtigem Verfahren den halben Winkel kleiner als 75 Grad findet, so hat man ihn innerhalb einer Minute, und den ganzen innerhalb 2 Minuten. Es ist auch leicht zu sehen, welcher von den beyden Minuten, zwischen die er fällt, der halbe am nächsten liegt, und welcher seiner Grenzen also der ganze am nächsten seyn wird.

21. Für grössere Winkel findet man den halben mit einer Ungewißheit die 2 oder mehrere Minuten beträgt, und den ganzen allemahl mit doppelt so viel.

22. Einen so stumpfen Winkel, würde ich rathen, durch eine Schnur, die aber genau in seiner Ebene müßte gezogen seyn, in zweene zu theilen, und jeden einzeln zu suchen.

23. Hätte man das ganze oder halbe Achttheil in 5; 6; nur in Hunderttheile getheilt, so gäben sich die Sehne des ganzen Winkels oder der Sinus

nus des halben, nur in Tausendtheilen des Sinustotus. Dergleichen Sinus stellen die in den Tafeln vor, wenn man von jedem die vier niedrigsten Zifern abschneidet. Da läßt sich der halbe Winkel, wenn er über 10 Grad beträgt, nicht genauer finden, als auf 2 oder 3 Minuten, der Ganze auf 4 oder 6 Min. Allemahl viel genauer als ihn Compaß oder Eisenscheiben angäben. Nur bey ziemlich stumpfen Winkeln, würde die Ungewißheit Viertheils bis halbe Grade betragen. Solche Winkel müßte man also in kleinere theilen, (22) oder versuchen, ihre Nebenwinkel zu messen.

24. Wer sich die Mühe ersparen wollte, erst jedes Winkels Hälfte aufzusuchen, und dann zu verdoppeln, könnte sich eine Tafel der Sehnen für den Sinustotus Zehntausend machen. Nähmlich, jeden Sinus in den Tafeln verdoppeln, und vom Doppelten die vier niedrigsten Zifern abschneiden, mit der Vorsichtigkeit, daß der bleibenden niedrigste um 1 vergrössert würde, wenn die weggeworfenen mehr als eine halbe Einheit von ihr austragen. Diese Tafel ginge von 2 zu 2 Minuten.

25. Wer nur alle Sinus bis 45 Grad verdoppelte, hätte eine solche Tafel, die aber nur bis an den rechten Winkel zu brauchen wäre.

26. Stumpfe Winkel müßte er also nach (22) eintheilen.

27. Für den Sinustotus Tausend (23) findet sich eine solche Tafel (24) in P. Bernh. Grubers, eines Cisterciensers, und Prof. der Philos. zu Prag,

Horographia Trigonometrica, Prag 1718; 4°. am Ende des Buchs. Sie geht nur bis an 90 Grad (25). Wie genau sie die Winkel geben kann zeigt (23).

28. Wenn man Winkel zeichnen will, (und dazu ist Grubers Tafel bestimmt) läßt sich nicht wohl was genauer eingetheiltes zum Sinustotus brauchen, als ein tausendtheilicher Maasstab. Und so kann eine Tafel wie Grubers, zu Zeichnungen zulänglich seyn.

29. Aber, Winkel zu messen, könnte man, dächte ich, wohl den Sinustotus Zehntausend brauchen.

30. Es ist nichts Neues, Winkel so durch Sehnen zu messen. Man hat eine Tafel dazu von Ozanam, welcher annimmt, man mache jeden Schenkel 30 Fuß, und messe die Sehne mit einem Maasse, wo der Fuß in 12 Zoll getheilt ist. Das wäre so viel als Sehnen für den Sinustotus 30.12 = 360, wenn die Sehnen durch alle einzelne Zolle gingen; sie gehen aber in der Tafel von 2 zu 2 Zollen, das ist die Tafel giebt die Winkel nur so genau an, als Sehnen für den Sinustotus 180 sie angeben können, also ist ein Winkel von seinem nächsten schon um viel Minuten unterschieden, wenn die Winkel nur mäßig groß werden. Da nun auch die Einrichtung des Maasses bey dieser Tafel ziemlich unbequem ist, so verdiente sie es eben nicht, daß sie so oft ist abgedruckt worden. Man findet sie unter andern auch in Sturms Ausgabe von Strauchs Tafeln, gegen das Ende.

Hrn.

Hrn. M. Eberhards Beschreibung einer neuen Meßtafel Halle 1753, ist bequemer eingerichtet, enthält aber nur für den Sinustotus 500 Sehnen von halben zu halben Graden.

## Trigonometrische Auflösung des Falls in 10.

31. Aus der Dreyecke DBC, ECB, Seiten berechne man die nur genannte Winkel. Ihrer Summen Supplement zu 180 Graden ist der gesuchte A. Auch kann man im Dreyecke ABC, aus der Grundlinie und den Winkeln, die beyden übrigen Seiten berechnen.

32. Steht es frey BD = CE und jede so lang als BC, welche nicht willkührlich ist, zu nehmen, so werden die beyden Dreyecke, in denen man die Winkel sucht, gleichschenklicht, und die Rechnung ist leichter.

## 12. Anmerkung.
## Winkel mit donlegigen Schenkeln auf söhlige zu bringen.

1. Wenn die Schnuren, durch welche der Markscheider Schenkel eines Winkels angiebt, donlegig sind, so will er eigentlich nicht diesen Winkel wissen, sondern den Winkel den die beyden seigern Ebenen durch die Schnuren machen, oder, wie er sich ausdrückt, der Schnuren Sohlen.

2. Diesen Winkel giebt ihm der Hängecompaß an, welcher sich unter jeder Schnur, in der seigern Ebene durch sie söhlig stellt. (7. Anm. 54).

3. Wenn es ihm verboten ist, den Compaß zu brauchen, so sucht er die Eisenscheiben dazu einzurichten. Wie das geschicht, und daß es mit allerley Unbequemlichkeiten und Unsicherheiten verbunden ist, lehret das was ich von den Eisenscheiben gesagt habe (8. Anm.).

4. Weiß man nun den donlegigen Winkel blos durch Abmessung gerader Linien zu finden, so kann man leicht auf die Gedanken gerathen, ob sich nicht auch ein Verfahren angeben lasse, aus dem donlegigen den söhligen zu finden.

5. Das ist die Absicht nachfolgender Untersuchung. Es versteht sich dabey, daß der Schnüren Donlegen bekannt sind. Den Gradbogen verbieten die Eisenerze nicht.

**Wenn man einen Winkel gemessen hat, dessen Schenkel gegen den Horizont geneigt sind, zu finden, was die beyden Verticalflächen durch seine Schenkel, für einen Winkel machen.**

6. OP = OQ 20 Fig. sind ein paar gleich lange Schenkel eines Winkels, deren jeder eine andere Neigung gegen den Horizont hat. Ich nehme sie beyde gleich lang, als eine Vorbereitung zur folgenden Untersuchung. Sonst kann man sich jeden Schenkel so lang, als man will, vorstellen.

7. Der

7. Der Winkel heisse POQ = g; jeder seiner gleichen Schenkel = a.

8. Ich nehme an, man weiß die Neigung jedes Schenkels gegen den Horizont. In der Figur läßt sich dieses so abbilden:

9. Man stelle sich durch O eine Horizontalfläche vor, und auf sie Verticallinien PR; QS; so sind der Schenkel des Winkels ihre Neigungen, POR = p; QOS = q.

Der Markscheider nennt, von des Winkels Schenkeln, PR, QS, Seigerteufen, OR, OS, Sohlen.

10. Die Ebenen POR, QOS sind vertical (Geom. 47. S.). Also ist ihr Durchschnitt auch vertical (Geom. 48 S.). Mit demselben machen die horizontalen Linien (9) OR, OS, rechte Winkel. Folglich ist ROS der verticalen Ebenen Neigung gegen einander (Geom. II. Th. 2. Erkl.).

11. Dieser Winkel ROS = h ist der, welcher gesucht wird.

12. Durch die parallelen Verticallinien (9) geht (21 Fig.) eine verticale Ebene PRSQ, welche in der II Fig. besonders vorgestellt wird. In ihr ziehe man QT horizontal, so ist QT = SR; und PT = PR — QS.

13. Was also zu (11) erfodert wird, läßt sich folgendergestalt übersehen:

Unmittelbar gegeben sind g; a; (7) p; q; (9) auch die Sehne PQ.

Daraus suche man PR; OR; QS; OS;

So hat man auch PT (12).

Und, weil QTP ein rechter Winkel ist, hat man auch QT = SR.

Also des Dreyecks ROS Seiten, und daher unter seinen Winkeln den gesuchten.

## Auflösung durch Zeichnung.

14. Man beschreibe mit einem Halbmesser om (22 Fig.), der nach dem verjüngten Maasse so viel hält als OP = OQ nach dem Wirklichen, einen Kreis, oder nur so viel davon als nöthig ist.

15. Da nehme man die Bogen mq, mp, den Winkeln QOS, POR gemäß, daß also diesen Winkeln hie qom, pom gleich sind.

16. Man fälle die Perpendikel pr, qs; Sie werden nach dem verjüngten Maasse so viel halten, als PR, QS, nach dem wirklichen Maasse. Und so hat man aus der Zeichnung die Grösse dieser Linien PR, QS, die man nicht unmittelbar messen kann.

17. Eben so aus or, os, in der Zeichnung, die Linien OR, OS.

18. Man ziehe qt parallel mit mo, (22 Fig.) so ist pt nach dem verjüngten Maasse, PT nach dem würklichen, weil pr, qs, unter sich parallel sind, wie PR, QS.

19. Aber der Winkel poq ist nicht = POQ, jener ist = pom — qom das ist aber dieser nicht.

Daher

Daher sind auch nicht pq; qt, nach dem verjüngten Maasse so viel, als PQ, QT, nach dem wirklichen.

20. Nun nehme man (23 Fig.) pq nach dem verjüngten Maasse, so groß als PQ welche man weiß (13).

Darüber als über einem Durchmesser, beschreibe man einen Halbkreis, und trage in selbigen die Sehne pt = der (18) gefundenen.

Zieht man nun hie qt, so ist, wegen des rechten Winkels bey t, das hie gezeichnete Dreyeck dem mit den gleichgültigen grossen Buchstaben (20 u. 21 Fig.) ähnlich.

Also hie (23 Fig.) qt nach dem verjüngten Maasse, so groß als QT = RS nach dem wirklichen.

21. Man nehme rs (24 Fig.) = qt (23 Fig.) und zeichne daran das Dreyeck ros mit den beyden übrigen Seiten ro, so aus der (22 Fig.).

22. So ist dieses Dreyeck ros, dem ROS ähnlich (20; 17;) also der Winkel ros = dem gesuchten ROS.

## Auflösung durch die ebene Trigonometrie.

23. Die Sehne PQ 20 Fig. $= 2 . a . \sin \frac{1}{2} g = c$

24. $PR = a . \sin p$; $OR = a . \cos p$; $QS = a . \sin q$, $OS = a . \cos q$.

25. Nun hat man $PT = a . (\sin p - \sin q)$.

26. Aus 23; 25; $QT = \sqrt{(PQ^2 - PT^2)}$.

 27. Die

27. Die Ausziehung der Quadratwurzel, kann man so vermeiden:

Man suche den Winkel $PQT = Q$;

Es ist nähmlich $\frac{PT}{PQ} = \sin Q$.

Nun hat man $QT = c. \cos Q$.

28. Dieses Verfahren, gäbe vollkommne Richtigkeit, wenn man den Winkel Q genau in den Tafeln fände.

Meistens aber werden in den Tafeln nur Gränzen stehen zwischen die er fällt.

Alsdenn hat man auch seinen Cosinus nicht genau in den Tafeln, sondern nimmt statt dessen was, das ihm am nächsten kömmt; Und so giebt sich das Gesuchte mit einer kleinen Unrichtigkeit.

Diese Unrichtigkeit, wird doch meistens nicht grösser seyn, als sich der Markscheider sonst gefallen läßt.

Man vermiede sie durch Proportionaltheile, das machte aber die Rechnung etwas mühsam.

Exempel:

29. Ich setze man habe folgendes, theils angenommen, theils durch unmittelbare Messung gefunden.

$a = 10000$; $c\ (23) = 12244$

Also $\frac{1}{2} c = 6122$; giebt des Winkels PQ Hälfte ein wenig kleiner als $37° 45'$ also den ganzen g ein wenig kleiner als $75° 30'$. Diesen Werth will ich für g annehmen.

30. Fer-

30. Ferner habe man durch den Gradbogen gefunden (9) $p = 50^\circ\ 30'$
$q = 23\ \ 30$

31. Dieser Winkel, Sinus und Cosinus, auf den Sinustotus Zehntausend gebracht, oder von jedem die drey letzten Zifern als Decimalbrüche angesehen, geben

| | |
|---|---|
| PR = 7716, 246 | OR = 6360, 782 |
| QS = 3987, 491 | OS = 9170, 601 |
| PT = 3728, 755 | |

PT ist hie der Unterschied zweener Sinusse für einen Sinustotus. Dergleichen Unterschied kann man durch das doppelte Produkt aus dem Sinus und Cosinus der halben Summe beyder Winkel ausdrucken. (Trigon. 19. Satz V. Zusatz oder 1. astron. Abh. 9) und das giebt also dem Logarithmen dieses Unterschiedes durch die Summe etlicher Logarithmen.

In der Folge braucht man den Logarithmen dieses Unterschiedes, und da wäre das angezeigte Verfahren nicht unnütz, ihn genau zu finden. Hie aber da man sich mit Zehntausend als Sinustotus begnügt, belohnte es nicht die Mühe, die Rechnung durch diesen Kunstgriff, ein wenig schärfer, und viel weitläuftiger zu führen.

32. Nun nach (27). Weil ich hie nur mit den gemeinen logarithmischen Tafeln rechnen will, nehme ich, der Wahrheit näher zu kommen, PT = 3729.

3729. Weil c = 2. 6122 hat man den Logarithmen auch aus den gemeinen Tafeln.

$$10 + \log PT = 13,\ 5715924$$
$$\log c = 4,\ 0879233$$
$$\overline{\log \sin Q = 9,\ 4836691}$$

giebt $Q = 17^\circ\ 44' -$

33. Nun $\log c = 4,\ 0879233$
addirt $\log tab \cos Q - 10 = 9,\ 9788579 - 10$

$$\overline{\log QT = 4,\ 0668812}$$

Die gemeinen Tafeln, geben die Zahl welche diesen Logarithmen gehört zwischen den Zehnfachen von 1166 und 1167, daraus man sie leicht durch Proportionaltheile berechnen kann. In grössern Tafeln findet man sie sogleich ein wenig kleiner als 11665, welches man für sie annehmen kann.

34. Nun ist noch übrig aus des Dreyecks ROS drey Seiten, den genannten Winkel zu finden. Die Rechnung nach meiner Trigon. 20 S. besonders 16 u. f. Art. in der dritten Ausgabe läßt sich so vorstellen.

$$OR = a = 6360,\ 782$$
$$OS = b = 9170,\ 601$$
$$RS = c = 11665,$$

| | | |
|---|---|---|
| $a + b + c =$ | 27196 | (I |
| $a + b - c =$ | 3866 | (II |
| $a + c - b =$ | 8855 | (III |
| $b + c - a =$ | 14474, 8 | (IV |

Diese

Diese Summen, die aller drey Seiten, und die von jedem Paare, weniger der dritten, zu berechnen, habe ich bey den Seiten anfangs die Decimalbrüche beybehalten, damit jede dieser Summen ein wenig richtiger herauskäme; darnach habe ich sie von den Summen weggelassen. Nur bey der letzten habe ich den Decimalbruch beybehalten, statt dessen ich aber beym Gebrauche die niedrigste Ziffer der Ganzen, 4; in 5 verwandeln will.

35. Ich nehme an daß jemand, der nur die gemeinen Logarithmischen Tafeln besitzt, für die hie vorkommenden Zahlen, welche diese Tafeln übersteigen, die Logarithmen durch Addiren oder Proportionaltheile findet. Ich habe mich gleich der grössern Tafeln bedient.

36. Wenn man den gesuchten Winkel durch seinen Sinus bestimmen will, so muß man vorläufig wissen, ob dieser Winkel spitzig oder stumpf ist. Es ist aber bekanntermaassen im ersten Falle $a^2 + b^2$ kleiner, im zweyten grösser als $c^2$. Dieses nun leicht zu erforschen, berechne ich den Logarithmen von $c^2 - b^2$ oder $(c + b). (c - b)$ und halbire ihn, sehe, ob ihm eine grössere oder kleinere Zahl gehört als a. Im ersten Falle ist der Winkel spitzig im andern stumpf.

37. Im Exempel ist $c + b = 10835, 601$; $c - b = 2494, 399$

| | | |
|---|---|---|
| log 10830 | = | 4, 0346284 |
| 2494 | = | 3, 3968964 |
| Summe | = | 7, 4315248 |
| halb. | = | 3, 7157624 |

Gehört

Gehört zu 5197; einer viel kleinern Zahl als a. Also ist der gesuchte Winkel stumpf.

38. Diese Frage könnte man auch entscheiden, wenn man nach einem verjüngten Maasstabe ein Dreyeck wie KOS aus den drey Seiten zeichnete (34) da sich wiese, ob der Winkel stumpf oder spitzig wäre.

39. Eine solche Zeichnung könnte überhaupt wie man glauben möchte, die Berechnung des Winkels ersparen. Und allerdings steht es jedem frey, ob er sie zu dieser Absicht groß und genau genug machen will. Weil man aber doch in einer Zeichnung nie einen Winkel so scharf messen kann, als er sich berechnen läßt, höchstens ihn auf 4 oder 5 Minuten, oft nicht einmahl so genau, aus der Zeichnung weiß, so muß man nach seinem Endzwecke entscheiden, ob man sich mit der Zeichnung befriedigen, oder, die freylich mühsame Rechnung vornehmen will.

40. Diese Rechnung sieht so aus

| | | |
|---|---|---|
| (34) log (I) | = | 4, 4345050 |
| (II) | = | 3, 5872618 |
| (III) | = | 3, 9471886 |
| (IIII) | = | 4, 1606186 |
| S. der Columnn. | = | 11, 2111280 |
| | | 4918452 |
| Ganze Summe | = | 16, 1295740 |

$$
\begin{array}{rcll}
10 + \text{Hälfte} & = & 18,0647870 & = M \\
\log 6361 & = & 3,8035254 & \\
9171 & = & 3,9624167 & \\
2 & = & 0,3010300 & \\
\hline
2\,ab & = & 8,0669721 & = N \\
M - N = \log \sin h & = & 9,9978149 & \\
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{lrr}
\text{gehört zu} & 84^\circ & 15' \\
 & 179 & 60 \\
\hline
h = & 95 & 45 \quad (37)
\end{array}
$$

## Auflösung durch die sphärische Trigonometrie.

41. Ich will zuerst die Vorschriften geben, wie sie jemand, der auch keine sphärische Trigonometrie kennt, verstehen kann, und denn zeigen, woher diese Vorschrift fließt.

42. I. Man ziehe die kleinere Donlege von der grössern ab.

II. Diesen Unterschied addire man zu dem Winkel mit donlegigen Schenkeln,

III. Und ziehe ihn auch davon ab.

IIII. Man halbire II; und III;

V. Dieser Hälfte Sinus multiplicire man mit einander.

VI. Und dieses Produkt multiplicire man in das Quadrat des Sinustotus.

VII. Was so entstanden ist, dividire man durch das Produkt der Cosinusse der Donlegen.

VIII.

VIII. Der Quotient ist das Quadrat des Sinus der Hälfte des gesuchten Winkels.

VIIII. Zieht man also aus dem Quotienten die Quadratwurzel, so hat man diesen Sinus, und sein Winkel verdoppelt, ist der gesuchte.

42. Wenn man die Buchstaben (23; 24; 11) braucht, so ziehen sich diese Regeln in nachstehende Zeile zusammen.

$$(\text{f.}\,\tfrac{1}{2}h)^2 = \frac{\text{f.}\,\tfrac{1}{2}(g+p-q).\ \text{f.}\,\tfrac{1}{2}(g-(p-q)).\ r^2}{\cos p.\ \cos q}$$

43. Für das vorige Exempel ist (30)

$p - q = 27°$; Also (29)

$g + p - q = 102° \; 30'$ halb $= 51° \; 15'$

$g - (p-q) = 48 \; 30 \qquad = 24 \; 15$

log sin $\tfrac{1}{2}$ $(g + p - q)) = 9,8920303$

$\tfrac{1}{2}$ $(g - (p - q) = 9,6135446$

20 + Summe = 39, 5055749 = M

log cos p = 9, 8035105 }
q = 9, 9623978 }

Summe = 19, 7659083 = N

M — N = 19, 7396666

halb = log sin $\tfrac{1}{2}$ h = 9, 8698333

giebt $\tfrac{1}{2}$ h = 47° 49′ 8″

Also h = 95 38 16

Zuvor (40) 95 45

Unterschied beyder Rechnungen 7

44. Die

44. Die Secunden bey dem halben Winkel durch Proportionaltheile zu suchen, ist deswegen nicht überflüßig, damit man den ganzen desto richtiger bekömmt. Betragen sie beym Ganzen noch keine halbe Minute, so kann man sie weglassen.

45. Nur diesen kleinen Theil der Rechnungen für die Secunden, habe ich nicht hergesetzt; Sonst steht alles da, und so erhellt, daß diese ganze Rechnung noch lange nicht so weitläuftig und mühsam ist, als nur der letzte Theil der vorigen in (40.)

46. Daß man aber hie den gesuchten Winkel schärfer findet als dorten, ist daraus klar, weil man dorten so viel Zwischenrechnungen nöthig hatte, durch die man Grössen suchte, nur in der Absicht aus ihnen das letzte Gesuchte zu bestimmen, und diese Grössen fand, und brauchte man nicht in gröster Schärfe, daß also der 40 gefundene Winkel das Resultat einer Rechnung voll kleiner Unrichtigkeiten ist. Daher kömmt der Unterschied beyder Rechnungen. Hätte man in (29) nur a = 1000 angenommen, so wäre Alles, folglich auch h noch mit geringerer Richtigkeit berechnet worden.

47. In den bisherigen Rechnungen nahm ich an, die Schnuren OP, OQ, gingen von der söhligen Ebene, durch O, beyde aufwärts. Dem Markscheider kann sich oft ereignen, daß die erste aufwärts, die andere niederwärts geht, oder, wie er sich ausdrückt: jene steigt diese fällt.

48. Die Rechnung kann alsdenn doch noch nach der Formel (42) geführt werden. Man muß nur wissen, daß ein Winkel, den eine Linie mit dem Horizontalwinkel unterwärts, oder fallends macht, als verneint anzusehen ist, und nun muß man mit verneinten Grössen zu rechnen verstehen. Dieser Winkel nähmlich wird addirt, wenn der ihm entgegengesetzte bejahte abgezogen würde, und umgekehrt. Eines verneinten Winkels Sinus ist dem Sinus des bejahten sonst gleichen Winkels entgegengesetzt, aber Cosinus für bejahte und verneinte Winkel sind einerley.

49. Exempel. Die Schnur OP steigt 12 Gr. 30. Min. Die OQ fällt 20 Gr. 30 M. Ihr Winkel $g = 50$ Gr. Also ist $p = 12° 30'$; $q = -(20° 30')$ $p - q = 12° 30' + 20° 30' = 33°$; Und nun

$g + p - q = 83°$ halb $41° 30'$.
$g - (p - q) = 27$    $13 \; 30$

log sin $41° 30' = 9, 8212646$
$13 \; 30 = 9, 3681853$

20 + Summe = 39, 1894499 = M
log cos p = 9, 9895815
q = 9, 9715876

Summe = 19, 9611691 = N
M — N = 19, 2282808
halb = 9, 6141404
giebt $\frac{1}{2}$ h = $24° 17' 9''$
h = 48 34 18

49. Wenn

50. Wenn beyde Schnuren stiegen, gehörte in vorigen Rechnungen q der, die am wenigsten stiege, oder es bedeutete von den beyden Neigungswinkeln den Kleinsten.

51. Dem Ausdrucke gemäß, daß eine verneinte Grösse weniger als Nichts ist, hat man einen verneinten Winkel allemahl kleiner zu schätzen als einen bejahten, wenn er auch gleich mehr Grade hätte als der bejahte. Denn er ist weniger als Nichts, der bejahte mehr. Dieß ist der Grund, warum ich in (48) q dem Fallen zueignete, obgleich das Fallen mehr Grade beträgt als das Steigen. Denn solchergestalt bleibt dieser Buchstabe immer noch bey dem kleinsten Winkel, wo er war, wenn beyde Schnuren stiegen.

52. Nun könnten auch beyde fallen, das ist: die Linien OP, OQ, beyde von der söhligen Ebene durch O, niederwärts gehen. Alsdenn bedeuteten sowohl p, als q, verneinte Winkel.

53. Dem Gesetze gemäß, daß p den grösten Winkel bedeutet, wenn beyde bejaht sind, muß es von beyden verneinten Winkeln den bedeuten, der die wenigsten Grade hat, der Schnur gehören, die am wenigsten fällt. Von ein Paar verneinten Grössen schätzt man die für die gröste, welcher zum Nichts am wenigsten fehlt.

54. Exempel. Die eine Schnur fiel 27° 30′ die andere 43° 15′ so setzte man

$$
\begin{array}{rl}
p = & -27^\circ - 30' \\
q = & -43 - 15 \\
\hline
p - q = & +16 - 15 \\
= & +15 + 45
\end{array}
$$

Machten nun die Schnuren einen Winkel von 50 Gr. 20 M. $= g$; so wäre

$$g + p - q = 66^\circ \; 5' \quad \text{halb} \quad 33^\circ \; 2' \; 30''$$
$$g - (p - q) = 34 \quad 35 \qquad 17 \; 17 \; 30$$

55. Wenn man hie die Secunden nicht weglassen will, ist es leicht die Logarithmen der Sinusse der halben Winkel durch Proportionaltheile zu finden, weil man nur den Unterschied der beyden nächsten Logarithmen, zwischen die ein solcher Logarithme fallen muß, halbiren darf.

56. Uebrigens würde für dieses Exempel die Rechnung wie vorhin geführt. Die Cosinusse von p und q sind die, von 27 Gr. 30 M. und von 43 Gr. 15 M.

57. Ist eine der beyden Schnuren söhlig, die andere steigt, so darf man nur in (42) q = 0 setzen.

58. Für diesen einfachern Fall aber ist schon vorhin bey Gelegenheit der Eisenscheibe (8 Anm. 53) eine Formel gegeben. Weil dorten die Grössen anders heissen als hie, so will ich, damit man sich in den Buchstaben nicht irrt, die dortigen Bezeichnungen in die hiesigen übersetzen. Es heißt

| dorten | t | h | p |
|---|---|---|---|
| hie | h | g | p |

59. Also

59. Also ist in der gegenwärtigen Bezeichnung

$$\cos h = \frac{r. \cos g}{\cos p}$$

Daß (59) eben den Winkel giebt, den man nach (57) bekäme, läßt sich aus trigonometrischen Lehren zeigen. Wer diese zulänglich inne hat, wird die Vergleichung für sich aufsuchen, und einem andern fiele ich hie ohne Nutzen damit beschwerlich.

60. Ist eine Schnur söhlig, die andere fällt z. E. 12°; So setze man für die söhlige $p = 0$; für die fallende $q$ verneint, im Exempel $= -12°$; damit $q$ wieder den kleinsten beyder Werthe hat. (52). Im Exempel wäre

$$p - q = + 12.$$

61. Ob beyde Schnuren steigen, oder eine steigt die andere fällt, oder beyde fallen, oder eine steigt oder fällt, die andere söhlig ist, diese fünf Fälle sind in der einzigen Formel (42) mit gehörigem Gebrauche der bejahten und verneinten Grössen enthalten.

62. Noch ist also übrig dieser Formel Ursprung zu zeigen.

63. Man stelle sich vor aus O (20 Fig.) werden mit dem Halbmesser a (7) Bogen beschrieben, einer in der Ebene POR, der andere in der Ebene QOS. Jener schneide OR in H; dieser OS in K; So sind diese Bogen HP, KQ, Maasse der Winkel p, q.

 64. Ein

64. Ein Bogen mit eben dem Halbmesser aus eben dem Mittelpunkte, geht also durch H und K, und ist des Winkels h Maaß (11).

65. Die beyden Ebenen, in denen die Bogen (62) beschrieben sind, schneiden einander in einer geraden Linie, die durch O senkrecht auf HOK steht, also vertical ist.

66. Zieht man also jeden der beyden Bogen in seiner Ebene weiter aufwärts, so schneiden sie einander in einem Punkte der Verticallinie (64), welcher von O um den angenommenen Halbmesser entfernt ist. Dieser Punkt heisse Z. Von Z bis H und K sind Quadranten.

67. Ein Bogen mit eben dem Halbmesser in der Ebene POQ geschrieben ist des Winkels g Maaß

68. Also kann man sich eine Kugel vorstellen, deren Mittelpunkt O, Halbmesser = a, auf ihrer Fläche Quadranten gröster Kreise ZH, ZK (25 Fig.), welche mit dem Bogen KH, bey K und H rechte Winkel machen. In diesen Quadranten HP = p; KQ = q; und den Bogen PQ = g.

69. So hat man ein Kugeldreyeck ZQP; in selbigem sind die drey Seiten gegeben PQ = g; PZ = 90° — p; ZQ = 90° — q.

70. Der Winkel Z dieses Kugeldreyecks hat zu seinem Maasse den Bogen KH = h.

71. Und so ist die Frage (11) darauf gebracht, in diesem Kugeldreyecke, aus den drey Seiten, den Winkel zu finden.

72. Aus

72. Aus der sphärischen Trigonometrie (8 Satz) findet sich das Quadrat des Sinus der Hälfte des Winkels folgendergestalt.

$$\frac{f\,\frac{1}{2}\,(PQ+ZQ-ZP).\ f\,\frac{1}{2}\,(PQ-(ZQ-ZP))}{\sin ZP.\ \sin ZQ}.r^2$$

Nun ist ZQ — ZP = p — q; und so übersetzt man leicht den gegenwärtigen Ausdruck in die Buchstaben (42).

73. In dem einfachsten Falle, wenn eine der beyden Schnuren söhlig ist, giebt es bey dem söhligen Winkel, den man berechnet, nicht unbeträchtliche Fehler, wofern man den donlegigen mit einiger Unrichtigkeit gemessen hat. (8 Anm. 65; 69;)

Also läßt sich auch hie urtheilen, daß Unrichtigkeiten in Messung des Winkels g begangen, nicht unbeträchtliche Folgen in dem berechneten Winkel h haben werden. Eine allgemeine Formel, wie ich dorten für den leichtern Fall gegeben habe, würde hie zu verwickelt werden. Diese Bemerkung dient also nur, zu erinnern, daß man sich bemühen soll, g, auch p und q, so genau als möglich zu messen.

74. Von der Aufgabe: Einen Winkel in einer schiefen Ebene auf den ihm gehörigen horizontalen zu bringen, habe ich schon in meinen astronomischen Abhandlungen 1. Samml. 1. Abh. 168 u. f. S. umständlich geredet. Damahls dachte ich aber vornähmlich daran, wenn die Schenkel des Winkels a nur kleine Winkel mit dem Horizonte machen, welches sich beym Feldmessen oft ereignet.

Ich suchte daher für diese Voraussetzung Näherungen aus allgemeinen Vorschriften herzuleiten, fand aber, daß sich hierinnen nichts bequemes erhalten läßt. Daß man solche Untersuchungen auf die Eisenscheiben und überhaupt auf gegenwärtige Aufgabe der Markscheidekunst anwenden kann, habe ich in diesen Abhandlungen II. Sammlung, 92 S. erinnert. Hie aber schiene mir die deutliche Ausführung einen Platz zu verdienen, um desto mehr, weil die Vergleichung der drey Auflösungen (14; 23; 41;) die vorzügliche Bequemlichkeit und Richtigkeit der letzten zeigt.

75. Damit man übrigens diesen ganzen Vorschlag, Winkel durch Abmessung gerader Linien, ohne Hängecompaß und Eisenscheiben zu bestimmen, nicht etwa für blosse Spitzfindigkeit eines Theoretikers hält, so muß ich noch beybringen, daß ihn Voigtel schon gethan hat. Er trägt so was Part. 143 n. 2. 113 Seite unter der Aufschrift vor: wie auf Eisenbergwerken accurater ohne Scheiben, als mit Scheiben, ohne Compaß abzuziehen; Nur mit Waage und Schnur, welches ihm besser, obwohl zu Hause beym Ausrechnen und Zulegen mühsamer zu statten kömmt. Voigtel mißt ebenfalls die Sehne eines Winkels den ein paar gezogene Schnüre machen. Er sucht dieser Sehne Seigerteufe und Sohle (bey mir PT, TQ); die letzte durch Ausziehung der Quadratwurzel. Ob er sich aber dieser Sohle recht bedient, die Lagen der Sohlen der beyden Schnüre zu bestimmen

men (bey mir OR, OS;) das mag man bey ihm nachsehen. Vielleicht hat er richtiger gedacht als sich ausgedruckt. In seiner Figur wenigstens, nennt er noch die Schnüre selbst, wo er nur ihre Sohlen nennen sollte. Die Vortheile welche Geometrie und Trigonometrie hiebey darbieten, waren ihm wohl nicht sehr bekannt, an sphärische Trigonometrie konnte der Markscheider zu V. Zeiten natürlicher Weise gar nicht denken. Daß der Winkel durch die Sehne nicht gar zu richtig gemessen wird, wenn er etwas stumpf ist, hatte V. gleichwohl auch bemerkt.

76. Weidler beschreibt auch so ein Verfahren §. 54. 1. Auflös. 9. Fig. Man soll an die Sehne den Gradbogen henken, um derselben Steigen (bey mir den Winkel PQT) zu finden, wenn es sich ohne Krümmung der Schnüre thun läßt.

Daß es sich nicht wohl ohne Krümmung der Schnur thun läßt, würde man wohl schon urtheilen, wenn es auch Voigtel nicht schon gesagt hätte, der sich ohne Zweifel sonst dadurch gern die Ausziehung der Quadratwurzel (75) würde erspart haben.

77. Wie man die Messungen der Schenkel des Winkels und der Sehne brauchen soll, lehrt Weidler erst §. 66. 1. Fall bey Gelegenheit des Zulegens. Es hängt aber mit gegenwärtigem so natürlich zusammen, daß ich hie davon reden muß.

78. Weidlers Vortrag und seine dazu bestimmte 10 Fig. scheinen mir ganz verwirrt zu seyn. Er will das Dreyeck c d b, wie er sich ausdruckt, horizontal darstellen, und zieht zu dieser Absicht die unterste Horizontallinie zgd.

79. Also muß er sich durch d eine söhlige Ebene vorstellen, die von der seigern durch dc in dz geschnitten wird. Dieß erhellt auch daraus, weil nach seiner eignen Angabe, cz; zd; der Linie cd, Seigerteufe und Sohle sind.

80. Weidler nennt ausdrücklich die Linie zyd, nimmt also an, daß cz, by beydes Perpendikel auf diese Linie sind, folglich ist zyd in der Ebene des Dreyecks cbd; und weil er cz, by für seigere Linien annimmt, ist dieses Dreyeck in einer seigern Ebene.

Es soll aber ohnstreitig das Dreyeck cbd seiner 9 Fig. bedeuten, denn §. 66. will er zeigen, wie das §. 54. gemessene zugelegt wird.

Das Dreyeck cbd der 9 Fig. ist aber nicht in einer seigern Ebene, wenigstens läßt sich dieses nach der Absicht der 9 Fig. nicht allgemein annehmen.

Also hat sich Weidler hie verwirrt, und selbst nicht gewußt, was er wollte.

81. Von diesem Wiederspruche könnte man ihn durch eine etwas gewaltsame Emendation retten. Man müßte im Texte und in der 10. Fig. es für einen Irrthum annehmen, daß y in der Linie dz ist. Man könnte sich diesen Punkt irgendwo sonst

ausser dieser Linie, aber in der söhligen Ebene durch sie, vorstellen, so bliebe das Uebrige noch wahr, was W. sagt; Noch blieben bx, by, cz = xy, die Seigerteufen von bc, bd, cd, und aus cz und cd fände man zd.

82. Nun aber sieht man nicht, was W. ferner macht. Aus den Sohlen, sagt er, soll man das Dreyeck cbd zulegen. Nun sind in seiner Figur cx die Sohle von cb, zd die von cd, und yd die von bd, wo aber y falsch gelegt ist (80). Und was man mit diesen drey Sohlen machen soll, hätte W. deutlich anzeigen müssen, zumahl da die ersten beyden in unterschiedenen Ebenen sind.

Aus den Sohlen das Dreyeck cbd zu machen, wie der deutsche Uebersetzer es gegeben hat, und wie es auch Weidlers Ausdruck wenigstens zuläßt, ist gedankenlos, denn des Dreyecks cbd Seiten sind nicht söhlig, man kann es also nicht aus Sohlen machen. Die einzige verständliche Auslegung von W. Ausdrucke kann seyn: das Dreyeck zu zeichnen, daß der Linien cb, bd, dc, Sohlen machen.

83. Wenn man überlegt, daß W. 19 Fig. den Gebrauch der Messung in seiner 9 lehren soll, so ist leicht zu sehen daß er ohngefähr folgendes hätte sagen sollen:

Man stelle sich durch c der 9 Fig. eine söhlige Ebene vor; In dieser bestimme man den Winkel, den der Linien bc, bd Sohlen mit einander machen.

Das

Das wäre die bisher abgehandelte Aufgabe, zum donlegigen Winkel den zugehörigen söhligen zu finden. Aber in W. Vortrage ist nichts, das dazu diente.

84. Es scheint, daß Weidlern, wenigstens hie, die geometrischen Lehren von den Lagen der Ebenen nicht gar zu gegenwärtig gewesen sind, und da diese Lehren bey dieser Untersuchung nothwendig erfodert werden, so ist kein Wunder daß er darüber etwas sagt, darinnen kein Verstand ist, und darein der deutsche Uebersetzer freylich auch keinen bringen konnte.

## 13. Anmerkung.

## Ueber das Verrichten der Grubenzüge mit dem Compasse.

### W. §. 52.

1. Der Markscheider nennt abziehen, oder einen Zug verrichten, was der Feldmesser: ein Feld aufnehmen nennt.

2. Der Feldmesser braucht gewöhnlichermassen, so viel er kann, Horizontallinien, bey dem Markscheider verstattet die Beschaffenheit der Gebürge in denen er arbeitet dieses nicht. Er muß also geneigte Linien brauchen.

3. Die Neigungen dieser Linien giebt ihn der Gradbogen (4. Anm.).

4. Und

4. Und die die Lage der Verticalfläche durch jede Linie, gegen den Meridian der Magnetnadel der Compaß. (7. Anm).

5. Die Länge jeder Linie, die Lachterschnur. (2. Anm.).

6. Jede dieser drey, vorhin ein eln beschriebenen Arbeiten, bey jeder der Linien, die in einer Reihe nacheinander folgen angebracht, wird also die Figur angeben, welche diese Linien mit einander machen.

7. Man sieht, daß dieses Verfahren mit der Feldmesserarbeit am meisten Aehnlichkeit hat, da man eine Figur, um die man gehen kann, aus ihrem Umfange, mit der Boussole mißt. Nur daß der Feldmesser die Seiten des Umfangs horizontal annimmt, und gewöhnlich die Figur ganz umgeht, daß er am Ende seiner Arbeit wieder dahin kömmt, wo er am Anfange war; beydes geschicht eben nicht allemahl beym Markscheider.

8. Der Markscheider nennt die Linie, die er abzieht, einen Markscheiderwinkel. Von Opp. 623. 626. Ich führe diese Benennung nur an, damit sie nicht unbekannt ist, werde sie aber nicht brauchen, da sie nur Verwirrung verursachen würde.

9. Die Lage der Linie, die man abzieht gegen den Horizont, gebe man so an, daß man bemerkt, ob sie nach der Gegend, nach welcher man zuzieht, steigt oder fällt.

Wenn z. E. die Linie mit dem Horizonte einen Winkel von 60 Gr. machte, so könnte man an ihr

von

von oben herunter, oder von unten hinauf ziehen. Dorten würde man sagen, daß sie so viel fiele, hie, daß sie so viel stiege.

10. Den Compaß stelle man allemahl mit SE nach der Gegend, nach welcher man zuzieht. (7. Anm. 15).

11. Diese beyden Vorschriften (9; 10) dienen dazu, daß man die Lage der Dinge, die man abzieht, kurz, und ohne Gefahr zu irren aufschreiben kann.

12. Der seigern Ebene durch die Schnur, ihre Lage gegen den magnetischen Meridian, giebt der Hängecompaß unmittelbar an, weil er sich vermöge seiner Vorrichtung söhlig stellt (7. Anm. 54).

13. Will man aber einen der andern Compasse brauchen, so muß man in erwähnter seigern Ebene irgendwo eine söhlige Linie haben und dieser Streichen mit dem Compasse abnehmen.

14. Z. E. Man liesse von der gezogenen Schnur zwey Lothe herabhängen nahe genug an einander, daß eine Linie auf dem Compasse beyde durchschneiden könnte. Nun hielte man den Compaß nach einer solchen Linie, dem Augenmasse nach söhlig, an beyde Lothe an, und bemerkte das Streichen der Linie. Oder: Man brauchte nur ein Loth, und legte ein Richtscheid dem Augenmaasse nach söhlig, durch einen Punkt dieses Lothes, und einen Punkt der Schnur; dieses Richtscheids Streichen nähme man mit dem Compasse ab.

15. Solche,

15. Solche, oder wo möglich bessere Vorrichtungen, müßte man hie für den Gebrauch des Setzcompasses oder Grubencompasses machen. Und das erinnert Weidler, in seiner 2. Aufl. 3. Art. mit dem einzigen Worte unter der Schnur; verläßt sich vermuthlich darauf, der Markscheider werde, wenn er so was vornimmt, schon selbst finden, wie er es machen müsse.

15. Methoden, wie ich (14) angezeigt habe, scheinen mir ziemlich mühsam und unsicher, weil man beym Anhalten des Compasses u. s. w. leicht etwas aus der seigern Ebene kommen wird. Man kann aso dabey allerdings leicht in Angebung der Stunde fehlen, wie W. §. 53. sagt, ob ich gleich nicht sehe, daß die Enge der Gruben hiebey besonders beträchtliche Wirkung haben sollte. W. führt in dem lateinischen Originale Voigteln pag. 113 an. Da redet V. aber von Eisenscheiben, wenigstens in der ersten Ausgabe die ich besitze. Der deutsche Uebersetzer hat dieses Allegat weggelassen, vielleicht, weil er es unrichtig befunden hat.

## 14. Anmerkung.

## Ueber die Berechnung eines Zuges, der mit dem Hängecompasse verrichtet worden.

### W. §. 58.

1. Es wird nicht unnütz seyn, dieses Verfahren, das nur Anwendung der bisherigen Lehren ist, durch

durch ein Paar Exempel zu erläutern, wozu einige Zeilen aus W. Tafel bey diesem Absatze dienen können.

2. Diese Tafel enthält in den ersten 7. Columnen, so zu reden, die Geschichte des Zuges; was der Markscheider unmittelbar gemessen hat, wozu noch die Anmerkungen der 11 und 12 Col. gehören. Die übrigen Columnen enthalten Berechnungen aus jenen Messungen hergeleitet. Man könnte sie also auch von den übrigen absondern. So hat es der Hr. v. O. gemacht, und §. 641 einen Grubenzug beschrieben, §. 678. desselben Berechnung mitgetheilt. Die Anmerkungen mußte er alsdenn jedesmahl beyschreiben. Und so ist es freylich natürlich, beydes in einer Tafel vorzustellen, wenn man nur den Ursprung der berechneten Columnen aus dem Gemessenen gehörig erläutert hat.

3. Die Geschichte des Zuges in W. Tafel fängt also in der ersten Zeile folgendergestalt an:

Vom Anhaltungspunkte ist man $\frac{1}{2}$ Lachter seiger aufwärts gefahren.

Also giebt es da kein Streichen, und keine Sohle.

4. Die Geschichte in der zweyten Zeile heißt: Eine Schnur, 4 Lachter lang, fiel 1°, ihre Sohle strich in 1 St. $7\frac{1}{4}$ Acht.

5. Hieraus würde ich (9 Anm. 14.) so rechnen:

Die

Die Länge der Schnur ist 32 Achtheil.

log sin 1° = 0, 2418553 — 2
32 = 1, 5051500

der Seigert. = 0, 7470053
cos 1° = 0, 9999338 — 1
32 = 1, 5051500

der Sohle = 1, 5050838

Diese Logarithmen geben
die Sohle = 31,995 Acht. = 3 L. 7,995 Acht.
Seigert. = 0,55847

Ich habe mich der grössern logarithmischen Tafeln bedient. Aus den gemeinen findet man die Linien in einer Decimalzifer weniger, also doch Sohle in Zehntheilen des Zolls, in tausend Theilen Seigerteufe.

W. in der 8. Col. giebt die Sohle in ganzen Zollen mit mir einerley an. Folglich um 95 Hundertheile eines Zolls, beynahe um einen ganzen zu klein.

Auch so, in der 10. Col. die Seigerteufe fallens, 55 Zehntheile eines Zolls, sie ist aber deren beynahe 56.

6. Man sieht hieraus, wie unbrauchbar die Tafeln der Sohlen und Seigerteufen sind, deren sich W. hie ohne Zweifel bedient hat. Schon bey jeder dieser Linien einzeln ist W. Fehler nicht unbeträchtlich. Nimmt man nun viel Linien zusammen; addirt man z. E. die 11 Seigerteufen fallens

der zehnten Columne, so kommt ihre Summe einen Zoll zu klein, wenn jede nur etwa ein Zehntheil eines Zolls zu klein ist. Und daß nach W. Tafeln jede einzelne Grösse zu klein, nicht manchmahl zu groß kommen wird, läßt sich aus (10. Anm. 25) schliessen.

7. Aus dieser Erläuterung der zweyten Zeile versteht man alle übrigen, nur daß W. in Bezeichnung der Angaben nicht allemahl mathematische Richtigkeit gebraucht, handwerksmäßigen Markscheidern sind solche Undeutlichkeiten eher zu verzeihen, die man sich aus dem Zusammenhange erläutert.

8. Z. E. der 4. Col. Ueberschrift ist: Lachter und Achttheile. Nun steht darinnen in der dritten Zeile 1½. Das heißt nicht 1 Lachter ½ Achttheil, wie aus der Ueberschrift wohl folgte, sondern: Anderthalb Lachter. Da W. in der ganzen Columne, was Achttheile und Vielfache davon beträgt, als Brüche des Lachters geschrieben hat, so müßte ihre Ueberschrift nur heissen: Lachter.

9. Die dritte Zeile heißt also: Eine Schnur von 1½ Lachter fällt 4°. Ihre Sohle streicht in 3 St. 3½ Acht., ist 1 Lachter 3, 9 Acht. Seigertfallens 0, 82 Achtth.

10. Die Berechnung (wie in 5) giebt mir hier Sohle = 1 L. 3, 970 Achtth., Seigerteufe fallens = 0, 83708 — Achtth. Beyde also wieder grösser, als W. sie fand (6).

15. An-

## 15. Anmerkung.
## Vom Abziehen auf Eisengruben.
### W. §. 54.

1. Hie darf man nur das wiederhohlen, was vorhin von Eisenscheiben (8. Anm.) und dem Verfahren, Winkel nur mit Schnüren zu messen, (11. Anm.) ist gesagt worden.

2. Von Achsen der Gruben (Weidler §. 54. II. Auflös. n. 7) habe ich bey keinem Markscheider was gelesen. Man erräth leicht, daß W. ins-künftige lehren will, Zeichnungen der Gruben zu machen.

## 16. Anmerkung.
## Von Grubenrissen.
### W. §. 61.

1. Wenn man sich die Grube, in der gemessen worden ist, mit einer söhligen Ebene durchschnitten vorstellt, und was sich in dieser Ebene befindet, auf einem Papiere, nach einem verjüngten Maaßstabe verzeichnet, so entsteht ein söhliger Riß, so etwas, wie ein Grundriß bey einem Hause.

Einen solchen Riß verfertigen, nennt der Markscheider: zulegen.

2. Weil aber bey einer und derselben Grube ein solcher söhliger Durchschnitt und ein anderer gar sehr unähnlich seyn werden, so sind dergleichen

Risse unterschiedene nöthig, die man sich parallel übereinander in gehörigen Entfernungen vorstellen muß, wie Grundrisse von unterschiedenen Stockwerken eines Hauses.

3. Die Grube liesse sich auch mit seigern Ebenen, nach unterschiedenen Richtungen gesetzt, durchschneiden. Was in eine solche Ebene fällt, läßt sich auf einem Seigerrisse abbilden; den man also, über die gehörige Sohle, senkrecht auf einen söhligen stellen kann. Wie Profile eines Gebäudes.

4. Die allgemeine Beschaffenheit solcher Risse wird sich folgendergestalt vorstellen lassen.

5. FG, GH, 26 Fig. sind ein paar Schnuren, von deren jeder man Länge und Donlege weiß.

6. Auf eine willkührlich angenommene söhlige Ebene fallen FT, GV, HW, seiger, sind also der Punkte F, G, H, Höhen über dieser Ebene.

7. Oder Tiefen unter ihr, wenn die Ebene über einem, oder mehrere dieser Punkte läge.

8. TV ist so lang, als FO, eine ihr parallele Linie durch F zwischen FT und GV, folglich ist TV die Sohle von FG, und eben so, VW, die von GH (9. Anm. 1).

9. Es wird angenommen, daß man das Streichen dieser Sohlen weiß.

10. Nun muß man wissen wie weit einer der drey Punkte (6) von der söhligen Ebene ist.

11. Aus

11. Aus (5) hat man jeder der beyden Linien Seigerteufe in der Bedeutung, die das Wort (9. Anm.) hat.

12. Folglich aus 10; 11; die Perpendikel FT, GV, HW;

13. Nähmlich, wenn FG wie in der Figur angenommen wird, steigt, so ist GO ihre Seigerteufe, und GV = GO + FT, daß man also aus Seigerteufe und einer der beyden andern Linien die übrige hat.

14. Fiel FG, so wäre GV um die Seigerteufe kleiner als FT.

15. Wäre also FGH der Anfang eines verrichteten Zuges, so liesse sich der söhlige Riß davon folgendergestalt zulegen:

16. Man ziehe 27 Fig. TV, VW, in eben den Stunden, in denen TV, VW 26 Fig. streichen;

17. Man mache nach dem verjüngten Maaßstabe die beyden Linien der 27. Fig. so lang, als die beyden der 26; nach dem wirklichen sind.

18. Ein Seigerriß läßt sich diesem söhligen folgendergestalt beyfügen.

19. Man ziehe nach Gefallen eine Linie MN 27 Fig. welche eine Horizontallinie bedeuten soll.

20. Auf sie fälle man Perpendikel Tt, Vv, Ww,

21. In diesen Perpendikeln nehme man tf, vg, wh, nach dem verjüngten Maasse so groß, als TF, VG, WH, 26 Fig. nach dem wirklichen.

22. So stellen f, g, h, die Lagen der Punkte F, G, H, in Absicht auf ihre Höhe und Tiefe, vor.

23. Nähmlich: vg ist um so viel grösser oder kleiner als tf, so viel G höher oder niedriger ist als F u. s. w. zum voraussetzt, daß die Horizontalfläche (6) nicht über F liegt, sonst müßte man diese Ausdrückungen umkehren.

24. Nähme man f in t, so hiesse das die Horizontalfläche würde durch F gelegt.

25. Zieht man fq 27 Fig. mit MN parallel, so hat man der Linie FG 26 Fig. Seigerteufe GO (23).

26. Und ihre Sohle FO = TV 26 Fig; vermöge der TV 27 Fig. im söhligen Risse (17).

27. Will man also die Länge der Linie FG 26 Fig. selbst wissen, so zeichne man 28 Fig. ein rechtwinklichtes Dreyeck, wo IK = gq; KL = TV 28 Fig., dessen Hypothenuse IL ist nach dem verjüngten Maasse so groß, als die gesuchte Länge nach dem wirklichen.

28. So läßt sich die Länge einer donlegigen Linie, aus söhligem und Seigerrisse, durch eine Verzeichnung finden, aber nicht unmittelbar abnehmen.

29. Das letzte ginge für eine einzige Linie so an: Wenn man MN mit TV parallel gezogen, oder selbst in die Richtung dieser Linie gelegt hätte; da würde fq = TV die Sohle also fg 27 Fig.

nach

nach dem verjüngten Maasse so groß, als FG 26 Fig. nach dem wirklichen.

30. Aber nun kann MN nicht zugleich der folgenden Sohle VW 27 Fig. parallel seyn, und also muß man für dieser ihre Linie doch nach (28) verfahren.

31. Uebrigens ist bey dieser Gelegenheit noch ein sehr unrichtiger Ausdruck in Weidlers §. 65. zu verbessern. "Er sagt: die gefundene Sohlen würden auf dem Papiere für die Winkel gegen einander gelegt, welche die Donlegen in den Gruben mit einander machten". Der Uebersetzer hat es auch so beybehalten.

Die Winkel der Donlegen, sind FGH 26 Fig. die Sohlen ihre TVW; beyde sehr unterschieden (11. Anm.)

## 17. Anmerkung.

## Von den Werkzeugen, Winkel söhliger Linien zu zeichnen.

1. Wenn man das Streichen jeder Linie in Stunden angegeben hat, und eine Zeichnung von ihnen verfertiget, so kann man offenbahr annehmen, die erste, die man zeichnet, wie TV 27 Fig. streiche in eben der Stunde in welcher TV 26 von der die, 27 Fig. die Vorstellung ist, streicht.

2. Dieses angenommen, ist die Frage: wie man VW 27 Fig. legt, daß sie in eben der Stunde

 streicht

streicht, in welcher die von ihr vorgestellte Linie VW der 26 Fig. streicht.

3. Oder, überhaupt: Wie ist der söhlige Riß zuzulegen, daß jede seiner Linien, in der gehörigen Stunde streicht, wenn man nur eine von ihnen in die ihr gehörige Stunde gelegt hat?

4. Will man der söhligen Linien Winkel in Graden ausdrucken, (7. Anm. 32) so ist dazu kein ander Werkzeug nöthig, als dergleichen sich der Feldmesser bey seinen Zeichnungen bedient.

5. Diese Verwandlung zu ersparen, bedienen sich die Markscheider des Zuleginstruments (Weidler §. 29.) dessen Gebrauch, von jedem der sonst zu zeichnen versteht, so gleich kann verstanden werden.

6. Weil sie glauben es sey am sichersten, mit eben dem Compasse zuzulegen, mit welchem der Zug ist verrichtet worden, so nehmen sie den Hängecompaß aus seinem Behältnisse, und bringen ihn in das Zuleginstrument.

7. Sorgfältig muß von dem Tische, auf dem sie zeichnen wollen, alles Eisen entfernt werden. Selbst die Zirkel wünscht der Hr. v. Oppel von Silber, oder doch die stählernen Spitzen daran so kurz, als möglich.

8. Das Verfahren (6) ist beschwerlich, und noch mehr die Sorgfalt (7) bey welcher noch der Riß immer in einerley Lage bleiben muß, damit keine seiner Linien in eine andere Stunde kömmt, als in die, in welcher sie streichen soll.

9. Und

9. Und eigentlich, wenn man sich auch die Verwandlung (4) ersparen will, wäre doch nicht nöthig, daß jede Linie auf dem Risse in ihre Stunde gelegt würde, sondern nur daß jede mit der andern den gehörigen Winkel machte. Diesen könnte man in Stunden angeben, und ihn vermittelst eines Kreises auftragen, der in Stunden getheilt wäre.

10. Dergleichen Werkzeuge sind schon unter den Nahmen: Stundentransporteur bekannt; Beyer redet davon, P. II. cap. 13. und bildet sie Tab. 1. fig. 10, ab. Man hat sie gebraucht einen Zug zuzulegen, der mit Eisenscheiben verrichtet worden, offenbahr aber dienen sie allezeit statt des Zuleginstruments.

11. Ein solcher Stundentransporteur ist leichter abzutheilen, als der gemeine Transporteur, weil bey jenem Alles durch Halbirungen der Bogen geschicht.

12. Sturm hat in seiner Markscheidekunst 13 §. die Sehnen angegeben, die man zu einem geradelinichten Stundentransporteur brauchen könnte. Viel Rechnung hat ihn das nicht gekostet, denn es sind nur die Sehnen für alle ganze Stunden, also von 15 zu 15 Graden. Aber eben deswegen ist auch Sturms Tafel nichts nütze. Der Feldmesser braucht den geradelinichten Transporteur, die Winkel etwas schärfer zu zeichnen als vermittelst des gemeinen möglich ist, und würde ausgelacht werden, wenn er die Winkel nicht genauer als

Das sind hie die getüpfelten Linien. Hie brauche ich nur die nordlichen Hälften, und bezeichne jedes nordliche Ende mit P.

6. So ist aus Weidlers Angabe.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 Zeile | PAB | = 1 St. $7\frac{1}{4}$ A. | = 28° 35′ 37″5 |
| 3 | PBC | = 3 $3\frac{1}{2}$ | = 51 33 45 |
| 4 | PCD | = 1 $2\frac{3}{4}$ | = 10 9 22,5 |

7. Die Sohlen AB = 3 L. 7, 9 A. = 31, 9 A.
BC = 1 3, 9 = 11, 9
CD = 4 6, 3 = 38, 9.

8. Der Raum verstattet nicht die Zeichnung groß genug zu einer mässigen Richtigkeit zu machen, hie wird auch nicht Richtigkeit der Zeichnung selbst, sondern nur eine deutliche Anleitung erfordert, wie sie zu machen ist.

9. Die Winkel habe ich mit dem Transporteur aufgetragen, allemahl den halben Grad genommen, dem der Winkel am nächsten kam. Ein Transporteur, der halbe Grade hat, giebt beynahe zwey und dreyßigtheil Stunden an. (1. Anm. XII.) die der Markscheider ohnedem nur geschätzt hat, weil der Compaß nicht so subtil eingetheilt ist. Bey einer grössern Zeichnung würde ich mich eines geradelinichten Transporteurs bedienen, oder anderer bekannten Mittel, Winkel genau zu zeichnen.

10. Für die Sohlen (7) giebt 0, 1 eines rheinländ. Zolls ein Lachter.

11. Folgendes gehört zum Seigerrisse (16. Anm. 18). Nach Weidlers 1. Zeile ist der Anhaltungspunkt

punkt 4 Acht. über einen gewissen angenommenen Horizont.

Und nach der 2; 3;

Ende der 1. Donlege 0, 55 A. niedriger als dieser Horizont

. . . . . 2 . . . . 0, 82 . . . Ende der ersten

Ende der 2 . . . . . . 1, 37 niedriger als der Horizont.

12. Ich ziehe also eine Linie AR 30 Fig., die sich in dem angenommenen Horizonte befinden soll.

13. Auf sie, AA, BB, CC, senkrecht.

14. Von ihr auswärts nehme ich Aa = 4 Acht
niederwärts Bb = 0, 55
Cc = 1, 37

15. Zu dem Seigerrisse habe ich 0, 1 rheinländ. Zoll, ein Achttheil gelten lassen. Bekanntermaassen ist nicht ungewöhnlich Profile, nach einem grössere Maaßstabe zu zeichnen, als Grundrisse. Das Verfahren (16. Anm. 27) geht freylich nicht an, als wenn beyde Risse einerley Maaßstab haben.

## 20. Anmerkung.
## Ueber Weidlers Exempel.
## §. 58, 69; 70.

1. Mir kömmt hie W. sehr undeutlich vor. Er sagt nicht einmahl, daß beyde Exempel zusammengehörige Messungen vorstellen, das muß man erst aus

aus seinem §. 72. errathen. Er ist nun so zu verstehn.

2. In §. 58. Hat der Markscheider von der Gegend des Schachtes, in Weidlers 20 Fig. in der Grube so gezogen, wie dort beschrieben ist, bis an des Stollens Mundloch b.

In §. 70; fängt sich der Tagezug 6, 8 Achtel über der Sohle des Stollens Mundlochs an, geht von da bis an den Schacht, ferner in solchen hinein.

3. Beyder Züge Vergleichung ist folgende

| | | L. | A. |
|---|---|---|---|
| In §. 58. war | Steigen | 0 | 4, 20 |
| | Fallen | 2 | 1, 45 |
| Zusammen | Fallen | 1 | 5, 25 |

4. So tief ist die Stollensohle unter dem §. 58. angenommenen Horizonte, über welchen der Punkt des Anhaltens ½ Lachter war.

5. Diese Stollensohle nun heißt in der Tafel §. 71.; in der 12 Columne 1 Zeile, linea horizontalis, der Uebersetzer hat solches richtig gegeben. Das muß deswegen erinnert werden, weil in der Tafel §. 58; 1. Col. auch eine horizontalis steht, welches aber ganz eine andere, nähmlich im Schachte ist (2).

6. In §. 71. brauche ich hie zuerst die Seigerteufen Steigens der 9. Col. Sie gehen bis mit an den siebenten Pfahl i; oder den Haspel (machina tractoria) der über dem Schachte steht. Sie betragen zusammen 8 L. 6, 08 A. Diese Zahl hat

hat W. selbst in die 9. Columne hingesetzt, aber nicht angezeigt, daß es die Summe der über ihr befindlichen Zahlen ist.

7. Um soviel ist also die Stollensohle tiefer als der Haspel.

8. Die Seigerteufen Fallens in W. Tafel §. 71. 10 Col. betragen zusammen 4 L. 2, 19 Z. Auch diese Zahl steht in erwähnter Columne, ohne Anzeige daß sie eine Summe ist.

9. So tief ist der Schacht vom Haspel abgesunken.

10. H 31 Fig. sey ein Punkt oben im Schachte, wo der Haspel ist (5) HS seiger bis an die Stollensohle (7). T im Tiefsten des Schachts (9) K in Weidlers §. 58 angenommenen Horizonte (4). So giebt sich folgendes

| | | | |
|---|---|---|---|
| | HS = 8 | Lachter 6, 08 Z. | (6) |
| abgezogen | KS = 1 | 5, 25 | (3) |
| | HK = 7 | 0, 83 | |
| abgezogen | HT = 4 | 2, 19 | (8) |
| | TK = 2 | 6, 64 | |

11. Eben diese Grösse, nur wegen weniger scharf geführten Rechnung; 7 Zoll giebt W. §. 72, und sagt: "So weit müsse der Schacht fortgeführt werden, bis er die Horizontallinie des Stollens erreiche."

12. Diese Worte mit der Vorstellung in Zusammenhang zu bringen, welche ich bisher gegeben

ben habe, fällt mir etwas schwer. K ist offenbahr nicht in dem, was (9) Sohle des Stollens Mundlochs heisst, mit welcher S in einer horizontalen Ebene ist. Was heisst also in (11) Horizontallinie des Stollens?

13. Weil Stollen nicht ganz horizontal geführt werden, sondern vom Mundloche an steigen, so könnte man denken, die Stollensohle, die eigentlich also eine geneigte Ebene ist, sey bis an K um SK gestiegen. Aber das wäre ein wenig stark. Wenn man die ersten sieben Sohlen in W. §. 71. 8. Col. zusammen addirt, so kommen $63\frac{3}{4}$ Lacht.; davon beträgt KS weit mehr als den sechzigsten Theil; Und das An- oder Absteigen der Stollensohle, die Stollenrösche ist insgemein 1 Lachter auf 400 (v. Oppel §. 785.) darnach fehlt es viel, daß man die erwähnten Sohlen zusammen addiren dürfte, daraus die Stollensohle zu machen, denn sie haben nicht einerley Streichen. Und so ist die Stollensohle noch viel kürzer als ihre Summe.

14. Allerdings wird unter T noch Gestein seyn, durch welches der Schacht kann abgesunken werden. Aber dieses Gestein kann nicht bis in K reichen; denn im Horizonte durch K befand sich der Markscheider in W. §. 58; und hatte da $\frac{1}{2}$ L. darüber seinen Anhaltenspunkt.

15. Ich bekenne also, daß ich Weidlern hie entweder nicht verstehe, oder daß Er hie Dinge zusammengesetzt hat, die sich nicht zusammen denken lassen.

21. An-

## 21. Anmerkung.
## Weidlers Prüfung von Voigtels Regel.
### §. 74.

Statt der weitläuftigen Buchstabenrechnung läßt sich die Sache gleich durch eine Figur einsehn. Es seyen 32 Fig. ABC; BDE; zwey rechtwinklichte Dreyecke. Voigtels Regel nimmt an: die Summe ihrer Seigerteufen AB + BD = AD, und die Summe ihrer Sohlen, BC + DE, rechtwinklicht zusammengesetzt, geben ein Dreyeck ADF, dessen Hypothenuse AF, die Summe der Hypothenusen AC + BE sey.

Hat man also, wie die Figur zeigt, der beyden einzelnen Dreyecke Seigerteufen in eine gerade Linie an einander gesetzt, folglich ihre Sohlen einander parallel, und soll Voigtels Voraussetzung richtig seyn, so sey DF die Summe der Sohlen = DE + BC; Also ist EF = BC, und BEFC ein Parallelogramm wo CFE = BED.

Soll nun V. Voraussetzung richtig seyn, so muß CF auf der Verlängerung der Linie AC liegen; Folglich ACB = F = BED seyn.

Das heißt: Beyde Dreyecke müssen ähnlich seyn.

So zeigt die Betrachtung der Figur sogleich, unter was für Umständen Voigtels Voraussetzung richtig ist oder nicht.

Ist nicht $ACB = BED$, so fällt die Verlängerung von AC nicht auf CF, und wenn man AC verlängert bis sie DF irgendwo schneidet, so hat man ein rechtwinklichtes Dreyeck, dessen Seigerteufe $AD = AB + BD$; Aber seine Sohle und seine Hypothenuse sind nicht Summen der Sohlen und der Hypothenusen.

Weil W. Voigtels Voraussetzung hypothesin nennt, so hat der Uebersetzer dieses: willkührlicher Satz gegeben. In der deutschen mathematischen Sprache braucht man diesen Ausdruck nur von den Erklärungen, was man durch arithmetische und andere Zeichen andeuten will. Einen Begriff mit dem oder jenem Zeichen anzudeuten ist willkührlich, aber so was wie V. annahm ist es nicht, sondern das ist unter gewissen Umständen nothwendig wahr, unter andern eine falsche Voraussetzung.

## 22. Anmerkung.

### Auf einem Berge einen Punkt anzugeben, von dem eine Linie seiger herabgelassen, ein gegebenes Stück einer söhligen Linie abschneidet.

W. §. 75. cas. 2.

1. DIC ist ein Berg; Man soll sich in denselben hinein, eine söhlige Linie CGB vorstellen, deren Streichen gegeben ist. Nun soll von dieser Linie

nie CG ein Stück von gegebener Länge seyn. Man soll auf des Berges Oberfläche den Punkt I angeben, der seiger über G ist.

2. Man ziehe über Tage eine Schnur CA, so daß eine söhlige Linie in der seigern Ebene durch diese Schnur, in der gegebenen Stunde streicht (1). Das läßt sich mit dem Hängecompasse bewerkstelligen. (7. Anm. 54)

3. So ist in dieser Ebene die söhlige Linie durch C die, nach welcher man in den Berg gehen soll.

4. Man stelle sich die seigern Linien EIG, ADB; vor, die erste soll CG von gegebener Länge = *b* abschneiden, und es fragt sich also, wie man die Punkte E, I durch welche sie geht, findet.

5. W. Auflösung ist folgende: Er mißt ein willkührliches Stücke der donlegigen Linie CA = a und desselben Donlege ACB = C.

Nun sucht er die Sohle CB, welche dieser Hypothenuse und Donlege gehört.

Und nun macht er die Proportion CB : CA = CG : CE in welcher die drey ersten bekannten Glieder das vierte geben.

Also von E ein Loth auf den Berg herabgelassen giebt I.

6. Dieses theoretisch richtige Verfahren wird in der Anwendung kleine Unrichtigkeiten geben, wenn man Weidlers oder andere gemeine Tafeln für die Sohlen braucht. (10. Anm. 26.) Und dann erfodert die Regel Detri eine oft mühsame Rechnung.

7. Unmittelbar findet sich die gesuchte CE = h, aus dem Dreyecke ECG, in welchem Winkel und Sohle gegeben sind.

8. Also $CE = \frac{r. b}{\cos C} = \frac{b. \sec C}{r}$

9. Exempel. Man soll l angeben, daß CG oder b = 6 Lachter = 48 Achttheil wird. Man findet C = 10°

$$10 + \log b = 11,6812412$$
$$\log \cos C = 9,9933515$$
$$\log h = 1,6878897$$

Gehört zu 48,740; Also h = 6 L. 0,740 Acht.

10. W. findet diese Linie ein Zehntheil eines Zolls zu klein, weil seine Tafeln das Meiste zu klein geben. (10. Anm. 25)

11. Wer Tafeln der Secanten hat, kann sich des zweyten Ausdruckes in (8) der Multiplication bedienen; welches besonders nützlich seyn könnte, wenn man nicht mit grossen logarithmischen Tafeln versorgt wäre.

12. Im Exempel ist die Secante gleich mit r = 10 000 000 dividirt, oder auf den Sinustotus = 1 gebracht

$$\begin{array}{r} 1,0154267 \\ 48 \\ \hline 8,1234136 \\ 40\ 617068 \\ \hline h = 48,740481 \end{array}$$

23. An-

## 23. Anmerkung.

## Einige allgemeine Kenntnisse zu Anwendung der Geometrie auf Klüfte und Gänge.

v. Oppel II. Abschnitt, 2. Hauptstück.

1. Wenn man sich eine Ebene, durch einen Berg in willkührlicher Lage gesetzt, vorstellt, so läßt sich diese Lage durch folgende beyde Umstände bestimmen.

2. Was macht diese Ebene für einen Winkel mit der horizontalen Ebene? Das heißt ihr Fallen.

3. Was macht sie für einen Winkel mit der seigern Ebene durch die Magnetnadel, oder jede söhlige Linie in ihr, mit der Magnetnadel? Das heißt ihr Streichen.

4. Man stelle sich nun zwo parallele Ebenen durch den Berg gesetzt vor. Wenn man sich den Raum zwischen denselben leer einbildet, so hat man eine Kluft.

5. Diese Kluft, mit was Andern, als die übrige Materie des Berges, ausgefüllt, heißt ein Gang.

6. Das Gestein, das sie ausfüllt: Gangart, zum Unterschiede von der Bergart aus welcher der übrige Berg besteht.

7. Gewöhnlich hat der Gang, wo er an den Berg gränzt, kenntliche und von Gangart und

Bergart zu unterscheidende Einfassungen, Saalbänder.

8. Der Abstand beyder Saalbänder von einander, was man in der gemeinen Sprache etwa des Ganges Dicke nennen würde, heißt in der Bergsprache seine Mächtigkeit.

9. Des Ganges Streichen und Fallen wird man also nach einer der Ebenen, die ihn begränzen, (4) beurtheilen.

10. Es ist leicht zu erachten, daß die bisherige einfachste geometrische Vorstellung, nicht allemahl in der Natur statt findet. Den Gang begränzen nicht allezeit parallele Ebenen; nicht einmahl Ebenen. Seine Grenzen sind oft an einander gefügte Ebenen, oder gar krumme Flächen.

11. Alsdenn hat er nicht an allen Stellen einerley Streichen und Fallen. Geringe Unterschiede setzt man hiebey aus den Augen, und braucht allenfalls ein Mittel zwischen ihnen. Bey grössern kann selbst die Frage entstehen, wie weit sie gehen dürfen, daß der Gang noch für einen und denselben kann gehalten werden.

Friedr. Jul. Biel, Bergmännischjuristische Abhandlung von dem Hauptstreichen. Schneeberg 1753.

12. Wenn der Gang durch die Oberfläche des Berges setzt, sagt man: Er streiche zu Tage aus.

13. Man stelle sich eine Pyramide vor, deren Grundfläche horizontal ist. Diese Pyramide werde abgekürzt, aber mit einer Ebene, die der Grund-

fläche

fläche nicht parallel, sondern gegen solche geneigt ist. Man setze durch dieses Pyramidenstück willkührlich eine schiefe Ebene. Diese Ebene, und die oberste des Pyramidenstücks, werden einander also auch wohl nicht in einer horizontalen Linie (möglich wäre das manchmahl, nur nothwendig ist es nicht), sondern in einer gegen den Horizont geneigten schneiden.

14. Man wird schon gedacht haben, daß das Pyramidenstück einen Berg, die durchgesetzte Ebene einen Gang bedeutet, und die Meynung also ist: Ein Gang könne in einer donlegigen Linie zu Tage ausstreichen.

15. Wenn man sich durch diese Linie eine seigere Ebene vorstellt, so hat allerdings jede söhlige Linie in dieser Ebene eines und dasselbe Streichen. Aber dieses Streichen ist nicht das Streichen des Ganges, denn die seigere Ebene ist nicht die Ebene des Ganges, auch nicht ihr parallel, und folglich sind beyder Ebenen Durchschnitte mit einer söhligen Ebene nicht nothwendig parallel.

16. Hr. v. Oppel §. 565. nimmt den Satz (15) ohne Beweis an. Mir schien es nicht überflüßig, den Beweis auseinander zu setzen.

17. Aus diesem Satze folgert Er, man müsse das Hauptstreichen des Ganges auf ebenem Gebürge in einerley Teufe abnehmen. Mich deucht dieser Ausdruck sagt nur etwas dunkel: das Hauptstreichen sey, wie jedes Streichen, an einer söhligen Linie abzunehmen.

18. Ein Rechteck, von dem zwo Seiten horizontal sind, die Ebene geneigt ist, kann einen Gang mit Streichen und Fallen vorstellen.

19. Von Gängen unterscheiden sich Flötze geometrisch dadurch, daß sie kleine Winkel mit der Horizontalfläche machen, sehr wenig fallen.

20. Ihr physischer Unterschied gehört nicht eigentlich hieher. Sie sind mehr als Steinlager anzusehen, die was fremdartiges enthalten; v. Opp. §. 531. Sie scheinen auch einen andern Ursprung zu haben, vielleicht jünger als die Gänge zu seyn, und oft von Ueberschwemmungen herzurühren.

Abhandl. vom Ursprunge der Gebürge und der darinnen befindlichen Erzadern, oder der so genannten Gänge und Klüfte. Leipz. 1770.

Lehmann, Versuch einer Geschichte von Flötzgebürgen. Berl. 1756.

Carl Aug. Scheids Versuch einer bergmän. Erdbeschreibung, worinnen der ganze Erdboden als ein Flötzwerk . . betrachtet wird. Abhandl. der Churf. Bair. Akad. der Wiss. zu München. II. Band. Hr. Scheid glaubt 91 S., Ganggebürge wären von Flötzgebürgen nicht unterschieden. Aber seine Gründe überreden mich nicht, ob ich gleich in andern Gedanken dieses Aufsatzes und in den Erfindungen von Maschinen die Hr. Sch. der Akademie mitgetheilt, mit Vergnügen die Einsichten eines alten Leipziger Freundes wahrgenommen habe.

## 24. Anmerkung.
## Das Streichen eines Ganges abzunehmen.

1. Man unterscheidet hie folgende beyde Fälle.

2. Erster Fall. Wenn der Gang aufgefahren ist, das heißt: Man hat Erz, oder was er sonst enthält, weggeräumt, so daß man sich zwischen den Saalbändern befindet. Oder wenigstens hat man diese Saalbänder entblößt, daß man ihre Richtung wahrnehmen kann.

3. In diesem Falle ist begreiflich, daß man nur die obere Fläche eines Saalbandes söhlig darf ebnen lassen, da man denn desselben Streichen, wie jeder andern söhligen Linie ihres mit Setzcompasse oder Grubencompasse abnehmen kann. Oder daß man sonst in der Ebene des Saalbandes eine söhlige Linie zu ziehen suche.

4. Es versteht sich, daß man diese Arbeit etwa an etlichen Stellen vornehmen wird, sich durch die Uebereinstimmung von der Richtigkeit zu versichern, oder wofern sich das Streichen ändert, solches wahrzunehmen.

5. Wollte man den Hängecompaß brauchen, so müßte man eine Schnur den Saalbändern und zwar söhligen Linien auf ihnen parallel spannen. Da sich dieses nicht mit dem Parallelliniale bewerkstelligen läßt, wie auf dem Papiere, so müßte man sich dazu Vorrichtungen erdenken, dergleichen

L 5 freylich

freylich die Geometrie lehrt, aber die parallele Lage in grosser Schärfe zu erhalten, würde immer Mühe kosten.

6. Ich sehe daher nicht, warum Hr. v. O. §. 609. dieses Verfahren als genauer empfiehlt. Es ist doch wohl genauer das Streichen einer Linie an ihr selbst abzunehmen, als erst eine ihr parallel zu ziehen. Vielleicht ist unter den Compassen die der Markscheider braucht, des Hängecompasses Nadel am zuverläßigsten. Aber ich sehe nicht, was hindert, der andern ihre auch so zuverläßig zu machen.

7. II. Fall. Wenn der Gang überfahren ist. Das heißt so viel: Wenn man den Gang nach einer Richtung, die auf ihn schief oder senkrecht steht, durchschnitten hat.

8. In 34. Fig. sey zwischen NM, PO, ein horizontaler Durchschnitt, des Stollens, der Strecke u. d. gl. wo man sich befindet.

Die horizontale Ebene, welche diesen Durchschnitt macht, schneide eines übersetzenden Ganges Saalbänder in FG; HI.

So wird ACDB ein leerer Raum seyn, wo man aber von A bis C und von B bis D den Gang sieht.

A und B sind in einem Saalbande, C und D im andern.

Man ziehe also eine Schnur von A bis B, oder von C bis D, und nehme ihr Streichen. Das ist das Streichen des Ganges.

## 25. Anmerkung.

### Das Fallen eines Ganges anzugeben, ohne daß man sein Streichen weiß.

1. Wenn man für die beyden Grenzen des Ganges parallele Ebenen annimmt, und von jeder dieser Ebenen, die äusere Seite, die welche von dem Gange abgewandt, gegen den Berg gekehrt ist, betrachtet, so heißt von diesen Seiten, die, welche einen spitzigen Winkel mit der Horizontalfläche macht, das Hangende, die, welche einem stumpfen macht, das Liegende.

2. Von einem Dache, gäbe die äusere Seite ein Bild des Liegenden, die innere, stellte das Hangende vor.

3. Der Gang sey aufgefahren, (24. Anm. 2.) und das Hangende entblößt.

4. Wenn man an seiner Ebene eine Horizontallinie, und auf diese ein Perpendikel ziehen könnte, so wäre dieses Perpendikels Neigung gegen die Horizontalfläche, das Fallen des Ganges; Wie man sich leicht aus den Lehren der Geometrie von den Lagen der Ebenen beweißt.

Es möchte aber nicht bequem angehen, am Hangenden die Werkzeuge anzubringen, mit denen man gewöhnlich Horizontallinien zieht.

5. Man kann also einen andern geometrischen Satz brauchen: Unter allen geraden Linien, die in einer schiefen Ebene gezogen werden, macht keine mit dem Horizonte einen grössern Winkel als die, welche

welche mit der Ebene einerley Neigung gegen den Horizont hat.

Ich habe diesen Satz mit andern, welche schiefe Ebenen betreffen, in meiner I. astronom. Abhandl. 269 bewiesen.

6. Man befestige also an einem Punkte des Hangenden eine Schnur, so daß sie sich um diesen Punkt, in der Ebene, wie ein Halbmesser eines Kreises führen läßt. An dieselbe henke man den Gradbogen, und bemerke das Fallen der Schnur, welches er in unterschiedenen ihrer Lagen angiebt. Man führe die Schnur so lange herum, bis sie in die Lage kömmt, wo ihr Fallen am größten, von einer seigern Lage am wenigsten unterschieden wird. Alsdenn hat die Schnur die Lage der in (5) angezeigten Linie, und ihr Fallen ist das Fallen des Ganges.

7. Wenn, bey einer gewissen Stellung der Schnur, ihr Fallen würklich am größten ist, so ist es für etwas andere Stellungen auf jeder Seite der vorigen ein wenig kleiner. Aus den Gesetzen, nach denen eine veränderliche Grösse sich um ihre größten oder kleinsten Werthe herum ändert, folgt, daß die Stellung der Schnur von der, in welcher sie das größte Fallen hat, beträchtlich abweichen kann, wenn ihr Fallen von dem größten nur wenig unterschieden ist.

8. Es verhält sich hiemit ohngefähr so, wie mit dem Schatten eines lothrecht stehenden Stiftes: Dieser Schatten ist im Mittage am kürzesten; einige

nige Zeit vor, oder nach Mittage, nicht viel länger, obgleich zu solchen Zeiten der Schatten nicht unmerklich von der Mittagslinie abweicht.

9. Nach der Vorschrift (6) wird man also wohl das Fallen des Ganges ohne sehr grossen Irrthum finden, aber nicht so sicher die Linie, nach der man es eigentlich schätzen sollte, die welche auf söhlige Linien in ihm senkrecht steht (4).

10. Das Probiren bis man die Schnur in die Lage bringt, wo sie mit dem Horizonte den größten Winkel macht, möchte, wenn man es genau sucht, manchmahl langweilig werden.

Folgendes bietet mir die Geometrie dar.

11. Man ziehe die Schnur in eine willkührliche Lage, und bemerke ihr Fallen; Eben so ihr Fallen in einer andern Lage. Und endlich den Winkel, den beyde Lagen mit einander machen. (11. Anmerk.)

So hat man einen Winkel, und die Neigungen seiner Schenkel gegen den Horizont. Daraus kann man die Neigung seiner Ebene gegen den Horizont berechnen. Das ist das Fallen des Ganges.

12. Die Formel zur Rechnung steht in meiner I. astronom. Abh. 247. 262. Freylich ist die Rechnung etwas mühsam.

13. Die Schatten (8) erinnerten mich an ihren Gebrauch, eine Mittagslinie zu ziehen, und dabey ist mir zu gegenwärtiger Absicht folgendes eingefallen.

14. OG;

14. OG; OH, sind gleich lange Linien, deren eine eben die Neigung gegen den Horizont hat, als die andere. Man weiß diese Neigung und der Linien Winkel mit einander. Man sucht hieraus der Ebene, in welcher beyde Linien sind, Neigung gegen den Horizont.

15. Man ziehe GH und fälle auf sie das Perpendikel OI. Man nenne OG = OH = h; Den Winkel HOG = m; so ist OI = h. $\cos\frac{1}{2}$ h.

16. Man fälle OK senkrecht auf den Horizont, so ist OGK = p der einen Linie wie der andern Neigung gegen den Horizont, und OIK = x die Neigung der Ebene des Winkels gegen den Horizont.

Das erste aus Geom. II. Theil 1. Erkl. Das zweyte aus eben das. 2. Erkl. Weil OIG, KIG, rechte Winkel sind. (Geom. 46. S. 6. Zus.)

17. Also ist OK = h. sin p.

18. Und (15; 16) $\frac{OK}{OG}$ oder $\sin x = \frac{\sin p}{\cos\frac{1}{2} m}$

19. Aus dieser Rechnung geht h weg. Man braucht sich also um die Längen der Schenkel des Winkels nicht zu bekümmern.

20. Weil der Sinustotus = 1 gesetzt worden, so addirt man 10, wenn man die Logarithmen der Tafeln brauchen will.

21. Das Verfahren wäre also Folgendes:

Man bringe die Schnur in eine willkührliche Lage, und bemerke ihr Fallen = p.

Nun

Nun führe man sie herum, bis sie in noch einer andern Lage eben das Fallen bekömmt.

Man bemerke den Winkel zwischen beyden Lagen = m.

Daraus giebt sich nach (18) das Fallen des Ganges = x.

22. **Exempel.** Das Fallen der Schnur sey

$$= 50^\circ\ 30';$$
$$\text{der Winkel} = 75\quad 12'$$
$$\text{halb} = 37\quad 36$$

$$10 + \log \sin p = 19,8874061$$
$$\log \cos \tfrac{1}{2} m = 9.8988840$$
$$\log \sin x = 9,9885221$$
$$x = 76^\circ\ 53'$$

23. Man kann leicht mehr Paare solcher gleichviel fallender Schnuren erhalten, und so das Fallen des Ganges aus unterschiedenen solchen Beobachtungen berechnen, wenn man diese Mühe nützlich findet.

24. Nimmt man in gleichviel fallenden Schnüren, von der Spitze ihres Winkels, gleichlange Stücke, so ist die Linie durch die Endpunkte dieser Stücke OG, horizontal.

Das giebt ein Mittel eine Horizontallinie am Hangenden zu ziehen.

25. Ein Perpendikel aus des Winkels Spitze auf diese Linie, wäre auch die Linie, nach welcher der Gang eigentlich fällt; wenn man solche verlangt.

26. So

26. So viel zur Auflösung von (3).

27. Nun setze man, man könne nur an das Liegende vom Gange kommen, und wolle da sein Fallen finden.

28. Hr. v. O. 613. befiehlt auch hier eine Schnur mit den Gradbogen so lange an der Ebene des Ganges herum zu führen, bis sie der seigern Lage am nächsten kömmt.

Wie er das am Liegenden thun will, verstehe ich nicht allzuwohl. Da schleppt ja der Gradbogen auf der Ebene.

29. Wenn man in das Gestein des Liegenden, senkrecht auf seine Ebene, ein paar Pflöcke oder Spreitzen eintreibt, die beyde gleich weit aus der Ebene hervorragen, und durch derselben Enden eine Schnur spannt, so ist dieselbe der Linie auf der Ebene des Ganges, durch die beyden Stellen wo die Spreitzen eingetrieben sind, parallel, hat also mit ihr einerley Fallen; Und das Fallen der Schnur kann der Gradbogen angeben.

Wie ich bin berichtet worden, machen es die Markscheider so.

30. Spreitzen, die gar sehr von mathematischen Linien unterschieden seyn, immer eine ziemlich unordentliche Gestalt haben werden, senkrecht auf eine schiefe Ebene zu stellen, und gleich lang aus ihr hervorragen zu lassen; das stelle ich mir, wenn es nur mit mittelmäßiger Genauigkeit geschehen soll, als nicht gar zu leicht vor.

30. Und

30. Und mit dieser Arbeit so lange herumzufahren, bis die Schnur den größten Winkel mit dem Horizonte macht, das möchte wohl sehr verdrüßlich seyn.

31. Eine Setzwage giebt die Neigung einer schiefen Ebene, auf welche man sie setzt, ganz bequem an. Liesse sich also dieselbe nicht hie anbringen? Allenfalls genauer eingetheilt, und grössere Winkel anzugeben vorgerichtet, als die gemeinen Werkzeuge dieser Art.

38. Wenn ich auf einem Dache sässe, das ich für eben annehmen dürfte, und desselben Neigung messen wollte, würde ich mich so verhalten:

Ich würde mir einen Faden, an dem eine glatte, etwas schwere Kugel hinge, verschaffen.

Den würde ich an einen Punkt des Daches halten, und sich auf der schiefen Ebene so stellen lassen, wie ihn die Last der Kugel stellt.

Sie stellt ihn nach einer Linie, welche auf die Horizontallinien, die auf dem Dache sich ziehen lassen senkrecht steht. (Statik 95.)

Diese Linie also, und das Dach, haben einerley Neigung gegen den Horizont.

So hätte ich die Neigung der Linie, mit einer Setzwage, die ich an sie brächte.

Oder, ich liesse auf die Linie ein Loth herabhängen. Der Winkel, den es mit ihr macht, ist die Ergänzung ihrer Neigung. Hätte ich kein ander Mittel ihn zu messen, so bediente ich mich der 11. Anmerk.

## 26. Anmerkung.

### Das Fallen eines Ganges anzugeben, wenn man sein Streichen weiß.

1. Ich will hiezu wieder die 35 Fig. anwenden, also zuerst anzeigen, wie sie gegenwärtiger Absicht gemäß entsteht.

2. In der Ebene eines Ganges, sey GH horizontal, und darauf QO senkrecht; diese beyden Linien bestimmen also die Ebene des Ganges OHG.

Wenn OK vertical ist, so ist OQK das Fallen des Ganges; dabey KQ senkrecht auf GH.

3. Es sey nach OQ eine Schnur gezogen, an welche man den Hängecompaß bringt. Er weiset das Streichen der Sohle dieser Schnur, folglich eine Stunde, die um 6 Stunden von der Stunde unterschieden ist, in welcher GH streicht.

Oder, wie es der Markscheider ausdruckt: Er giebt dem Streichen des Ganges das rechte Winkelkreuz.

4. Umgekehrt also, läßt sich OQ, wenn man sie noch nicht hat, so finden: Man befestige an einen Punkt der Ebene des Ganges eine Schnur und bringe an sie den Hängecompaß. Die Schnur führe man in der Ebene des Ganges so lange herum, bis der Hängecompaß dem Streichen des Ganges das rechte Winkelkreuz giebt. So hat man die Linie OQ, und untersucht nun derselben Fallen.

5. Es

5. Es ist leicht zu sehen, daß dieser Gebrauch des Hängecompasses keine andere Absicht hat, als in der Ebene des Ganges ein Perpendikel auf die söhlige Linie zu ziehen, die sein Streichen angiebt. Ich dächte, es wäre eine Entehrung des vornehmsten Markscheiderwerkzeuges, solches als Winkelhaken zu brauchen. Die söhlige Linie nach welcher der Gang streicht, muß man doch schon haben; Und auf sie Perpendikel zu ziehn, giebt es viel Mittel ohne Compaß. Ich vermuthe selbst ein gemeiner Winkelhaken würde bequemere und richtigere Arbeit geben, als dieses Verfahren, zumahl wenn etwa das Streichen des Ganges in kleinen Theilen der Stunden angegeben ist, da das Winkelkreutz schon einige Rechnung erfodert, und leicht mit einen kleinem Fehler wird angegeben werden.

## 27. Anmerkung.

## Das Ausstreichen eines Ganges zu Tage aus anzugeben.

### Beyer Part. V. Prop. XII.

1. AB 36 Fig. sey das Streichen des Ganges in der Grube, FD zu Tage aus, daß also ABDF die schiefe Ebene ist, die man für den Gang annimmt. Den Erdboden über Tage, in dem FD seyn soll, nimmt man horizontal an.

2. Von irgend einem Punkte in FD; stelle man sich NO lothrecht bis auf die Horizontalfläche

durch AB; vor, und NM senkrecht auf AB; ziehe MO; so ist

NMO das Fallen des Ganges

NO zu der Sohle in der Grube, MO an dem Orte wo man das Streichen beobachtet hat, die Seigerteufe unter Tage.

MO, diese Sohle, welche der Hypothenuse, oder im Markscheiderausdrucke Fläche MN zugehört.

3. Wenn man sich nähmlich durch AB die Horizontalfläche vorstellt, und auf dieselbe NO in O trifft, so stelle man sich durch O eine Linie mit AB parallel vor; Auf diese Linie setze man eine Verticalfläche. Die wird den Horizont über Tage in der Linie FD schneiden.

Es wird nähmlich die Ebene OFD seyn.

4. Nun kann man Folgendes messen.

5. In der Grube, das Streichen des Ganges, und sein Fallen.

6. Wenn man von der Grube ausfährt, wie hoch man über Tage, über dem Horizonte der Grube ist, wo man des Ganges Streichen und Fallen genommen hatte.

7. Diese Höhe (6) ist = NO; nicht NO selbst; denn man weiß nicht, wo der Gang ausstreicht, aber in der Horizontalfläche, wo er ausstreichen soll, hat jeder Punkt eben die Höhe über den Horizont der Grube.

8. Ein solcher Punkt in der Horizontalfläche über Tage sey C; oder CFD eine Horizontalfläche

über

über Tage. Weiß man nun, wie hoch C über der Horizontalfläche der Grube ist, oder der Grube Seigerteufe unter Tage = h, = NO und des Ganges Fallen NMO = m; so giebt sich

9. Die Sohle OM = h cot. m
(wo der Sinustotus = 1 gesetzt ist.)

10. Exempel. Beyer 165 S. nimmt an das Fallen m = 50°;

Die Seigerteufe h = 24 Lachter 6 Zoll = 192, 6 Achttheil.

Also log cot 50° = 0,9238135 — 1
log 192, 6 = 2,2846563

log MO = 2,2084698

giebt diese Sohle = 161, 6 Achtel = 20 L. 1 A 6 Zoll.

11. B. hat 20 L. 2 A. 1 Z.; weil er zu 50° Fallen die Seigerteufe und Sohle erst aus den Tafeln für eine gewisse Fläche sucht, und dann eine Regel Detri macht, die so ist

7 A. 6 Z. Seiger geben 6 A. 4 Z. Sohle, was 24 L. 6 Z. Seiger? Da werden nun seine Tafeln in Kleinigkeiten nicht richtig seyn, und deswegen diese kleine Unrichtigkeit geben, wobey seine Rechnung viel mühsamer ist.

12. Es sey CT senkrecht auf die söhlige Linie, in welcher man des Ganges Streichen abgenommen hat.

13. Gesetzt man ist an dieser Linie in der Grube beym Punkte A gewesen, und durch allerley Wen-

dungen in der Grube bis C ausgefahren. Weil man auf diesem Wege alle Umstände durch gespannte Schnuren, deren Donlegen, und das Streichen ihrer Sohlen, bestimmt hat, so weiß man aus diesem zusammen, die Seigerteufe CQ, und wie weit der Punkt Q, der sich im Horizonte durch AB seiger unter C befindet, von genannter Linie entfernt ist, also QT.

14. Nun sey 37 Fig. AB das Streichen des Ganges in der Grube, Q; der Punkt der im Horizonte der Grube seiger unter C ist, man kann ihn nach (13) auf einer Zeichnung vorstellen; QT senkrecht auf AB = der QT der 36 Fig.

Man nehme auf diesem Perpendikel; TG = der Sohle MO der 36 Fig. (9) und ziehe durch G, GH parallel mit AB.

15. So ist GH die Linie in welcher der Horizont durch AB, in der Grube von einer Verticalfläche durch FD geschnitten wird.

Oder GH geht in der Grube gerade unter FD hin.

16. Wenn also über Tage CF senkrecht auf FD ist, so ist CF = QG;

17. Dieses dienet, eine Zeichnung zu machen vermittelst der man das Ausstreichen des Ganges über Tage anzugeben im Stande ist.

18. Es sind einerley A, B, beyder Figuren.

Ferner ist

C 36. Fig. lothrecht über Q 37 Fig.
F G
FD GH

19. Wenn

19. Wenn man also die Zeichnung der 37 Fig. gemacht hat, so lege man AB so, daß sie in der Stunde streicht, welche das Streichen des Ganges erfodert.

20. So giebt sich durch den Compaß, in was für einer Stunde QG streicht. Sie muß von voriger um 6 Stunden unterschieden seyn.

Man kann auch QG messen.

21. Nun stecke man an C, der Stelle wo man ausgefahren ist, mit Stäben einer Schnur u. d. g. eine Linie ab, in die Stunde, in der QG strich. Sie wird auf CF liegen;

Man mache sie so lang nach dem würklichen Masse, als QG nach dem verjüngten.

So hat man F.

22. Durch F stecke man eine Linie in der Stunde ab, in welcher der Gang streicht.

23. Diese Linie giebt das gesuchte Ausstreichen des Ganges.

24. Bey dieser, und ähnlichen Verrichtungen, muß sich der Markscheider mit der Bedingung verwahren: *Wenn der Gang sein Streichen und Fallen behält.* (23. Anm. 10.)

## 28. Anmerkung.

**Man hat an einer Stelle einer Grube eines Ganges Streichen und Fallen gefunden. Man findet an einer andern Stelle, von einem Gange eben das Streichen und Fallen. Die Frage ist, ob dieser Gang mit dem vorigen einerley ist.**

1. Es ist klar, daß seine Ebene mit jenem entweder einerley, oder ihm parallel ist. Vorausgesetzt, daß das Fallen, nicht nur der Grösse, sondern auch der Gegend nach einerley sey, z. E. beydes westwärts.

2. Es sey also 38 Fig. AB das Streichen in der tiefern Stelle, und die Ebene des dasigen Ganges sey durch DC, AB, bestimmt.

3. In der höhern Stelle sey das Streichen MN parallel mit AB, und die dasige Ebene durch PO und MN bestimmt.

4. Man verrichte einen Zug von E in AB bis Q in MN.

5. QF sey lothrecht auf die horizontale Ebene durch AB.

Wäre MN niedriger als AB; so wäre QF, von Q lothrecht aufwärts gezogen, bis an die horizontale Ebene durch AB.

6. Vermöge des Zuges hat man diese QF, auch EF; Seigerteufe und Sohle der Hypothenuse EQ.

7. Man

7. Man weiß auch, was EF für einen Winkel mit AB macht.

8. Man nenne EF = b; QF = h; FEB = q, der beyden Ebenen DCAB, PQMN, Neigung oder das Fallen, das man bey einem Gange so groß, als bey dem andern gefunden hat, sey = p.

9. Man stelle sich vor, die Ebene POMN schneide die horizontale Ebene durch AB, in GH; so sind GH; AB, MN, parallel.

10. Auf GH sey QI senkrecht, und IF gezogen, welche auf GH senkrecht seyn wird (Geom. 46. S. 6 Zus.); also ist QIF die Neigung der Ebene POMN, und = p.

11. Also FI = h. cot p.

12. Man fälle FK senkrecht auf AB; so sind FK; FI, Perpendikel (10) aus einem Punkte, in der Ebene durch zwo Parallelen, auf diese Parallelen (9). Folglich liegen I, F, K, in einer einzigen geraden Linie.

13. KF = b. sin q.

14. Der Punkt F kann zwo Lagen haben.

Erste. Er liegt nicht auf der Seite von AB, nach welcher der Gang DCAB fällt, sondern nach der entgegengesetzten;

Z. E. der Gang fällt von AB gegen Osten, und F liegt westwärts.

Das stellt die 38. Fig. vor.

Zweyte. F liegt auf der Seite, nach welcher der Gang fällt.

Die 39. Fig.

15. Bey der ersten Lage ist der Parallelen AB, GH, Abstand $KI = KF + FI = b. \sin q + h. \cot. p.$

16. Bey der zweyten ist dieser Abstand:

$FI - KI = h. \cot p - b. \sin q$

17. Nun setze man, beyde Gänge sollen einer seyn; so muß GH in AB fallen. Das stellt die 40 Fig. vor.

18. Weil alsdenn Q in der Ebene DCAB ist, so liegt F nothwendig nach der Seite von AB zu, nach welcher der Gang fällt, wie in der zweyten Lage (16).

19. Ferner sind nun I und K nur ein Punkt, also ist (16) $h. \cot p = b. \sin q.$

20. Diese Gleichung könnte bey der ersten Lage (14) statt finden. Alsdenn läge in der 38 Fig. F in der Mitte zwischen AB und GH.

21. Nun muß man aber aus dem verrichteten Zuge wissen, ob die erste oder die zweyte Lage statt findet.

22. Ich setze also man weiß, daß die zweyte Lage statt findet.

23. Erhält man alsdenn die Gleichung (19), so zeigt sie folgendes an:

Aus einem Punkte F, welcher mit den Parallelen AB, GH, 39 Fig. in einer Ebene liegt, und zwar so, daß sich beyde Parallelen auf einer und derselben Seite von ihm befinden, fallen auf diese Parallelen gleich lange Perpendikel.

Folglich

Folglich gehen die Parallelen in eine einzige gerade Linie zusammen.

Und die beyden Perpendikel auch in ein einziges. Und die beyden Punkte I, K, in einen einzigen.

Alsdann entsteht also die 40 Fig.

24. Wenn also 19; 22; zusammen statt finden, sind beyde Gänge in einer und derselben Ebene.

25. Wenn zweene Gänge einerley Fallen nach einerley Gegend haben, so liegen sie in einer Ebene, wofern $\sin q = \frac{h. \cot p}{b}$

Haben sie aber einerley Streichen, so liegen sie in einer Ebene, wofern sie nach einer Gegend fallen, und $\cot p = \frac{b. \sin q}{h}$

Beydes aus (19), wo p und q zum Gange DCAB gehören.

26. So viel ist in dieser Untersuchung geometrisch gewiß. Der Hr. v. O. drückt §. 875; 877; die Vorschriften (19; 25;) mit Worten weitläuftig aus, und doch so viel ich sehe, nicht deutlich genug, mit allen nöthigen Bestimmungen, z. E. der (22), auf welcher doch alles beruhet.

27. Sind aber nun auch die beyden Gänge ein Gang.

Es wäre ja nicht unmöglich, daß in einem grossen Gebürge, in einer und derselben Ebene, aber

aber an weit von einander entfernten Stellen, zweene ganz unterschiedene Gänge befindlich wären, die selbst nicht einerley Gangart führten.

Gegentheils, ändert wohl ein und derselbe Gang sein Streichen und Fallen, und würde also geometrisch betrachtet, an der einen und an der andern Stelle, nicht für einen Gang erkannt werden.

28. Aus solchen Gründen sagt Hr. v. O. a. a. O., es sey, unter den 24 u. f. angezeigten Umständen, nur ziemlich zuverläßig, daß beyde Gänge einer sind.

Nähmlich so zuverläßig als es ist, daß, was in einer Ebene liegt, alles ein Gang ist.

Weil man bey einem Gange was mehr denkt, als das blos geometrische einer Ebene; so muß das physische: Gangart, Saalband, u. s. w. dazu genommen werden. Und bey Streitigkeiten, die über das Eigenthum des Ganges entstünden, würden noch andere Entscheidungsmittel erfordert werden, von denen man Hrn. v. O. nachlesen kann.

## 29. Anmerkung.

## Vergleichungen, zwischen dem Ausstreichen eines Ganges zu Tage aus, seinem Streichen und Fallen.

1. Nachstehende Untersuchungen betreffen Aufgaben, die der Hr. v. Oppel 618. §. erwähnt, aber weder

weder deutlich erläutert, noch weniger ihre Auflösung giebt.

2. Ein Gang streicht in der Linie CE zu Tage aus. 16 Fig.

3. Die Lage dieser Linie ist gegeben.

4. Auch des Ganges Streichen.

5. Man soll daraus sein Fallen finden.

6. CE ist donlegig. Eine lothrechte Ebene durch sie schneide die Horizontalfläche durch C in CR.

7. So ist ECR ihre Neigung, die hat man also (3).

8. Auch, weil die Lage der donlegigen Linie gegeben ist, die Stunde in welcher CR streicht.

9. CN, sey horizontal in der Ebene des Ganges. Die Stunde, in welcher diese Linie streicht, ist das Streichen des Ganges; also bekannt. (4).

10. Also weiß man den Winkel der beyden horizontalen Linien (8; 9;).

11. Man setze E, R, N, in gleichen Weiten von C; und beschreibe durch jedes Paar der ersten drey Punkte Kreisbogen, die den letztgenannten zum Mittelpunkte haben. So entsteht ein Kugeldreyeck ERN bey R rechtwinklicht.

12. In demselben ist der Winkel N des Ganges Fallen.

13. Ich will die Winkel des Dreyecks mit den Buchstaben nennen, die an ihren Spitzen stehen. Man muß aber die Winkel so verstehen, wie es innere des Dreyecks sind; z. E. N bedeutet den

Winkel

Winkel ENR, nie seinen Nebenwinkel. Wenn jener spitzig ist, ist dieser stumpf, und umgekehrt. Das muß also bemerkt werden, besonders wenn man Cosinus oder Tangenten braucht. (Trigon. 3. Erkl. 3. Zus. 4. Erkl. 1. Zus.)

14. Die Seiten des Dreyecks will ich mit den kleinen Buchstaben, welche den Grossen, dadurch die Winkel angedeutet werden, gleichgültig sind.

15. Man hat also in erwähntem Kugeldreyecke aus (7) die Seite ER = n.
. . (10) . . . RN = e

16. Den Winkel (12) hieraus zu suchen, gehört in meiner sphärischen Trigonometrie, 1. Satz 1. Zus. unter δ; und wird durch die zweyte Proportion aufgelößt.

17. Ich will der Kürze wegen der Sinustotus = 1 setzen, und die dortigen Proportionen durch Multiplicirung der äusern und mittlern Glieder in Gleichungen verwandeln.

| 18. So ist dorten | r | BP | BA | PA | B |
|---|---|---|---|---|---|
| hie | 1 | EN = r (14) | e | n | N |

19. Und die II. Proportion giebt

$$\text{tang}\, N = \frac{\text{tang}\, n}{\sin e}$$

20. Oder auch (Trigon. 5. Erkl. 1. Zus.)

$$\cot N = \sin e . \cot n.$$

21. Ist noch (3) gegeben, und des Ganges Fallen, so findet man für sein Streichen (19)

$$\text{tang}\, N . \sin e = \text{tang}\, n$$

22. Hie-

22. Hieher läßt sich folgende Aufgabe bringen. Beym Hrn. v. O. §. 619. Man hat irgendwo auf einem ganz seiger fallenden Gange Firste und Sohle ausgehauen und abgebaut. Da setzt ein anderer unbetriebener und unaufgefahrner Gang über, welcher demnach blos im Hangenden und Liegenden des ersten sichtbar ist. Man soll die letzte Fallen angeben.

23. Die 34 Fig. wird sich zur Erläuterung so brauchen lassen.

Zwischen NM, OP, ist der abgebaute Gang; der durchsetzende zeigt sich in AC; BD; wie in der 24. Anmerkung.

Man kann also, wie dorten, das Streichen des durchsetzenden Ganges abnehmen, sowohl als des abgebauten seines. Jenes möchte die Linie AB bedeuten, dieses die Linie NM; beyde söhlig angenommen.

Die Grenzen des abgebauten Ganges stelle ich mir als parallele seigere Ebenen durch NM, PO, vor.

Des übersetzenden seine, auch als parallele donlegige Ebenen durch FG, HI.

Dieser donlegigen Ebenen Neigung gegen den Horizont sucht man, als des übersetzenden Ganges Fallen.

25. Also: die Ebene durch FG, und die durch NM, werden einander in einer Linie schneiden, die durch A geht.

Auch

Auch ein solcher Durchschnitt der Ebenen durch HI, NM, geht durch C.

Und durch B, D, gehen zweene Durchschnitte der Ebenen durch FG, HI, mit der durch PO.

26. Man suche die Donlege dieser Durchschnitte. Sie müßte eigentlich für alle einerley seyn, wenn jeder Gang mit unter sich parallelen Ebenen begränzt wäre.

27. Nun bedeute in der 16 Fig. die seigere Ebene durch CR, eine der Grenzen des seigern Ganges, also CR sein Streichen.

Des übersetzenden Ganges Streichen sey CN.

Und CE ein Durchschnitt wie (25).

28. So weiß man RN (23) RE (26) und sucht N (24).

29. Formeln hiezu stehen (19; 20;).

30. Wüßte man RE nicht, aber den Winkel eines Durchschnittes (25) mit dem Streichen des übersetzenden Ganges; also EN = r;

31. So ist sphär. Trig. 1. Satz 3. Zus. 2;

$$\cos N = \tan e . \cot r.$$

32. Des Hrn. v. O. Vorschrift ist folgende: Man addire die Logarithmen von dem Sinustotus, und dem Sinus der Donlege der Linie, in welcher die Gänge über einander setzen; von der Summe ziehe man den Logarithmen des Sinus des Winkels ab, den der Gänge Streichen machen. Der Rest ist der Logarithme des Sinus des Fallens des überfahrnen Ganges.

33. Ich sehe nicht daß der Winkel, der Streichen der Gänge was anders seyn kann, als mein e; und

und das Fallen mein N. Des Hrn. v. Oppel Donlege heisse D, der Sinustotus = 1; So ist seine Regel: $\sin N = \frac{\sin D}{\sin e}$; und da kann D weder den Bogen ER (28) noch EN (31) bedeuten.

34. Allerdings ist $\sin N = \frac{\sin n}{\sin r}$

und da steht rechter Hand im Dividendus die Donlege der Linie, in welcher beyde Gänge über einander setzen; Aber im Divisor ist nicht der Winkel der Streichen, sondern der, welchen beyder Gänge Durchschnitt mit dem Streichen des übersetzenden macht.

35. Habe ich den Hrn. v. Oppel aus Mangel einer Figur nicht recht verstanden, so wird man mir das desto eher verzeihen, weil ich bey der Veranlassung eine Aufgabe aufgelöset habe, die, wo nicht seine, doch sonst nützlich ist. Mit dem, was eigentlich unter die Ueberschrift gegenwärtiger Anmerkung gehört, hängt sie so zusammen, daß man, anstatt: zu Tage ausstreichen, setzen muß: durch eine seigere Ebene ausstreichen.

## 30. Anmerkung.

### Die Lage von zwo Ebenen ist gegeben, man sucht die Lage ihres Durchschnittes.

1. Mit andern Worten: Von ein paar Gängen ist Streichen und Fallen gegeben. Man sucht die Lage der Linie, in der sie einander schneiden.

2. Die beyden Ebenen schneiden den Horizont in KA, KB, 41 Fig. einander in KC. So giebt sich, auf diesen Linien gleiche Längen von K aus genommen, das Kugeldreyeck ABC.

3. In demselben ist folgendes gegeben.

AB das Maaß des Winkels den beyder Ebenen Durchschnitte mit dem Horizonte, (der Gänge Streichen) mit einander machen.

A, und B, der beyden Ebenen Neigungen gegen den Horizont. (der Gänge Fallen.)

4. Ich benenne die Grössen in diesem Dreyecke nach dem 29. Anm. 13; 14; angeführten Gesetze. So heissen die beyden gegebenen Winkel A, B, die gegebene Seite = c.

5. Man zieht auf die gegebene Seite den Bogen CD senkrecht, und nenne ihn y. Er mißt der Linie CK Neigung gegen den Horizont.

6. Man nenne AD = x. Also BD = c — x Diese Bogen geben die Lage der Linie KD.

7. Hat man die beyden unbekannten Grössen (5; 6;) gefunden, so ist der Linie KC Lage gegeben.

8. In jedem der beyden rechtwinklichten Dreyecke sehe man die Grundlinien als bekannt an, und suche die beyden gemeinschaftliche Höhe aus dem schiefen Winkel, der in jedem gegeben ist.

9. Es ist in meiner sphär. Trig. 1. S. die II. Proportion; und man findet

tang y

$$\tang y = \tang A . \sin x$$
$$= \tang B . \sin (c - x)$$

10. Nun ist (Trig. 19. S.)

$$\sin (c - x) = \sin c \cos x - \cos c . \sin x$$
$$= \sin x . (\sin c . \cot x - \cos c).$$

11. Beyde Werthe von tang y; einander gleich gesetzt, geben also

$$\tang A = \tang B . (\sin c . \cot x - \cos c)$$

12. Folglich $\cot x = \frac{\tang A + \cos c . \tang B}{\sin c . \tang B}$

$$= \frac{\tang A . \cot B}{\sin c} + \cot c$$

13. Hat man x berechnet, so giebt sich y aus dem ersten Werthe (9).

14. Exempel. Es sey

$A = 50^\circ\ 12'$;
$B = 70\quad 23$
$c = 63\quad 45$

| | | |
|---|---|---|
| log tang A | = 0, 0792671 | |
| log cot B | = 0, 5519521 | — 1 |
| | 0, 6312192 | — 1 |
| abgez. log sin c | = 0, 9527308 | — 1 |
| | 0,6784884 | — 1 |

Diese ist der Logarithme des ersten Theils von dem zweyten Werthe, der Cotangente.

Er gehört zu $0,476967$
dazu addirt $\cot c = 0,4931454$

$$\cot x = 0,9701124$$

Diese Zahl ist ein wenig kleiner, als die Tangente von $44^\circ\ 8'$. Folglich ist

$$x = 45\ 52$$
$$c - x = 17\ 53$$

Ferner $\log tab \sin x = 9,8559558$
$\log tab \tang A = 10,0792671$

$$\log tab \tang y = 9,9352229$$
giebt $y = 40^\circ\ 45'$

Der gefundenen Cotangente niedrigste Zifer ist freylich nicht richtig. Ich schreibe sie aber mit hin, damit ich die gefundene Cotangenten in Zehenmillionentheilchen des Sinus totus ausdrücken, und so, was ihr am nächsten kömmt, in den Tafeln bequem aufsuchen kann. Ich suche nähmlich in den Tafeln unter den Tangenten, deren beyde höchsten Zifern 97 sind, und noch fünf niedrigere neben sich. Die Grösse der niedrigsten Zifern wird, wie die Rechnung zeigt, ohnedem hie nicht in Betrachtung gezogen, nur daß sie ihre Stellen ausfüllen.

15. Wenn $c = 90^\circ$; oder die Streichen der Gänge um 6 Stunden unterschieden wären, ist

$$\cot x = \tang A . \cot B.$$

16. Im Exempel wäre der Tafellogarithme dieser Cotangente $= 9,6312192$

Also

Also hie $x = 66^\circ. 50'$ ist $x - c$
und $y = 47^\circ. 49$. kleiner

17. Sind beyde Ebenen gleichviel gegen einander geneigt, also $A = B$, so wird bekannter massen das Dreyeck gleichschenklicht, also $AD = DB$, wie auch die Formel (12) giebt.

18. Neigen sich beyde Ebenen nach einerley Gegend, oder: fallen beyde Gänge nach einer Seite, so ist $B = 180^\circ - A$ also $\tang B = - \tang A$.

Daher in (12) $\cot x = \frac{-1}{\sin c} + \cot c$. das giebt zusammen ein Bruch, dessen Nenner $= \sin c$; der Zähler $= -(1 - \cos c) = -2 \sin(\frac{1}{2} c)^2$ (Trig. 9. Satz 7. Zus.). Der Nenner aber läßt sich auch so ausdrucken: $2 \sin \frac{1}{2} c . \cos \frac{1}{2} c$. (das 6. Zus.) Folglich kömmt $\cot x = - \tang \frac{1}{2} c$ also $x = \frac{1}{2} c - 90^\circ$ und $\sin x = - \cos \frac{1}{2} c$; und $\tang y = - \tang A . \cos \frac{1}{2} c$. und $c - x = \frac{1}{2} c + 90^\circ$, wovon die Cotangente auch $= - \tang \frac{1}{2} c$ ist.

Jedes Kugeldreyeckes Seite ist kleiner, als 2 Quadranten. Folglich ist $x$ verneint; Nähmlich D fällt auf den Bogen BA, über dem letztgenannten Buchstaben fortgezogen.

Der entgegengesetzte Werth von $x$; der bejahte Bogen $90^\circ - \frac{1}{2} c$ ist kleiner, als ein Quadrant, dessen Tangente und Cotangente bejaht, folglich Tangente und Cotangente von $x$ verneint.

$c - x$ ist ein Bogen, grösser als ein Quadrant, aber kleiner als der Halbkreis. Folglich auch von ihm Tangente und Cotangente verneint.

19. Sind beyder Ebenen Durchschnitte mit dem Horizonte parallel, so muß man sich K als unendlich entfernt vorstellen. Da ist $c = 0$; Auch werden $x$; $y$; jedes $= 0$. Nähmlich CK auch parallel mit beyden Durchschnitten.

20. Nähmlich: wenn von ein Paar Ebenen die Durchschnitte mit dem Horizonte parallel sind, so kann beyder Ebenen Durchschnitt keinen Punkt im Horizonte haben. Dieser Punkt wäre in beyden Ebenen, und im Horizonte, also in beyden Durchschnitten mit dem Horizonte. Daher ist dieser beyden Ebenen Durchschnitt mit einander, jeder ihrem Durchschnitte mit dem Horizonte parallel.

Zwey Dächer, über parallele Mauren gegen einander geneigt, sind ein Beyspiel hievon.

21. So bestimmt man die gesuchte Lage des Durchschnitts beyder Ebenen, aus den gegebenen Grössen, so unmittelbar als möglich ist. Die einzige Beschwerlichkeit hiebey ist, daß die gesuchte Cotangente (12) aus zwey Stücken besteht, deren jedes man einzeln berechnen muß.

22. Indessen erhellt aus dem Exempel, wie man zu dieser Berechnung die Logarithmen bequem brauchen kann.

Ich habe mich dabey der grössern logarithmischen Tafeln, und noch Proportionaltheile, bedient.

Aus

Aus den gemeinen, und ohne Proportionaltheile, findet man diesen ersten Theil doch = 0,4769, und das giebt cot x = 0, 9700 das schränkt den Winkel ebenfalls zwischen 52 und 53 Minuten über 45 Grad ein.

23. Nur, wenn einer der beyden gegebenen Winkel nahe bey einem rechten, der andere weit davon unterschieden wäre, könnte der erste Theil so groß werden, daß ihn die Logarithmen nicht gar zu scharf gäben.

24. In diesem Falle könnte man mit dem trigonometrischen Linien selbst rechnen; welches freylich auch sonst niemanden verboten ist.

25. In der bisherigen Rechnung habe ich beyder gegebenen Winkel Tangenten bejaht angenommen; also die Winkel spitzig.

26. So fällt das Perpendikel CD zwischen sie und ist spitzig. (Sphär. Trig. 2. Satz 1.)

27. Ebenfalls sehe ich die gegebene Seite als spitzig an, folglich Cosinus und Tangente bejaht.

28. Wird also etwas in 25; oder 27; stumpf, so muß man wissen, wie die trigonometrischen Linien alsdenn verneint werden, und wie alsdenn die Formel (12) zu brauchen ist.

29. Zur Erläuterung hievon, so viel als möglich von der Rechnung des Exempels (14) zu brauchen, bleibe alles wie dorten, nur sey A = 129° 48'; des Winkels, der dorten mit diesem Buchstaben angedeutet ist, Supplement zu 180°.

Man muß also dieses Winkels Tangente als verneint ansehn; Und so wird der erste Theil, den man dort durch den Logarithmen fand, nur verneint, behält sonst eben die Grösse; ist also

$= - 0, 476967$

addirt $\cot c = + 0, 493154$

$\cot x = + 0, 016184$

Diese Grösse gehört als Tangente zu 55′ +. Also ist $x = 89° \ 6' -$

Das beträgt mehr als c; und giebt $c - x = - (25° \ 21')$

Die Bedeutung ist offenbahr: Man müsse den Bogen AB durch B weiter fortziehen, und da hinaus von B an $BD = 25° \ 21'$ nehmen.

Ferner log tab sin $x = 9, 9999464$

log tab tang $A = 10 \ 0792671$

log tab tang $y = 10, 0792135$

Diesem Logarithme gehört zur Tangente von $50° \ 12'$. So groß wäre y, wenn seine Tangente bejaht wäre. Sie ist aber verneint, weil tang A verneint, und sin x bejaht, ist. Also giebt des angezeigten Bogens Supplement zu 180 Graden; $y = 129° \ 48'$

Das Perpendikel CD fällt nähmlich hie zwischen die beyden stumpfen Winkel, welche die Ebenen der Bogen CA, CB mit dem Horizonte machen, und ist also stumpf (Sphär. Trig. 2. Satz 3.)

Daß

Daß es aber in Minuten mit dem stumpfen Winkel A einerley ist, kömmt, wie man so gleich sieht, daher daß x so nahe an 90 Graden ist, und zeigt an, auch AC werde beynahe ein Quadrant seyn, also CD das Maaß des Winkels A.

30. Durch die gemeine sphärische Trigonometrie fände man die beyden unbekannten Grössen (5; 6;), so:

31. Im Dreyecke ABC suche man aus der gegebenen Seite, und den anliegenden Winkeln, die Seite AC, die b heißt.

32. Nun im rechtwinklichten Dreyecke ACD, aus dem schiefen Winkel (3) und der Hypothenuse (31), die beyden Schenkel x; y;

33. Die Frage (31) ist in meiner sphär. Trig. der schiefwinkl. 8 Fall, und die dortigen Zeichen sind in die hiesigen so zu übersetzen:

Man nenne den dortigen Winkel BPA, der in gegenwärtiger Figur nicht vorkömmt, u.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Nun ist dorten | BP | DP | B | P | BPA |
| hie | c | b | B | A | u |

Also zuerst $\cot u = \text{tang } B. \cos c.$

Ferner $\text{tang } b = \dfrac{\text{tang } c. \cos u}{\cos (A - u)}$

34. Nun für (33) $\sin y = \sin A. \sin b.$ (1. Satz 1. Zus. 3.) und $\cot x = \dfrac{\cot b}{\cos A}$ (1. Satz 1. Zus. 2).

35. Man sieht leicht, daß diese Rechnung weitläuftiger ist, als die vorige. Man muß zwo Zwi-

 schen-

schengrössen a, b, berechnen, ehe man an x und y kömmt.

36. Besondere Fälle (15; 18; 19;) sind auch aus der Formel (12) leichter zu beurtheilen, als aus der Rechnung (31).

37. Bleibt man also bey der Formel (12), so hat man ferner

38. Für die Winkel welche bey der Ebenen Durchschnitt, mit jeder Ebene Durchschnitte mit dem Horizonte macht.

Dieser Winkel Maasse sind die beyden Seiten des Dreyecks. Also (nach 34)

$\cot b = \cos A. \cot x$; und eben so

$\cot a = \cos B. \cot (c - x)$.

39. Endlich für beyder Ebenen Winkel mit einander

$$\sin C = \frac{\sin A. \sin c}{\sin a}$$

40. Für $c = 90^\circ$ (15) kömmt

$\cot b = \sin A. \cot B$

$\cot a = \sin B. \cot A$.

41. Für (18) $\cot b = - \cos A. \tan \frac{1}{2} c$;

Und cot a bekömmt den entgegengesetzten, sonst gleichen, Werth. Also haben auch die Tangenten von a, b; entgegengesetzte, sonst gleiche Werthe. Das ist; Diese beyden Bogen machen zusammen 180 Grad.

42. Die

42. Die bisherigen Berechnungen dienen auch zu folgender

## Aufgabe.

43. Man hat den Winkel, den die Durchschnitte von ein Paar Ebenen mit dem Horizonte, mit einander machen; also c (4).

Imgleichen die Lage der Linie in der beyde Ebenen einander schneiden. Also x; y; (5; 6).

Aus diesen unmittelbar gegebenen Grössen sucht man der Ebenen Neigungen gegen den Horizont, und die Winkel, welche ihr gemeinschaftlicher Durchschnitt, mit jeder Durchschnitte mit dem Horizonte macht.

44. Für das erste, ist aus (9)

$\cot A = \sin x . \cot y ; \cot B = \sin (c - x) . \cot y$

45. Für das zweyte; Aus sphär. Trig. 1. Satz 3. Zus. α.

$\cos b = \cos x . \cos y$ und $\cos a = \cos (c - x) . \cos y$

46. Die Untersuchung (1) erwähnt Hr. v. O. §. 618; als eine Anwendung schiefwinklichter Kugeldreyecke, nachdem er drey Aufgaben erwähnt hat, deren jede sich soll auf ein rechtwinklichtes Dreyeck bringen lassen. Die ersten beyden von ihnen stehen in der 29. Anm.

47. Die dritte heißt bey ihm so: Man weiß das Streichen und Fallen eines Ganges, und das Ansteigen eines Gebürges nach einer zugleich gegebe-

gebenen Gegend in Graden. Man soll daraus die Linie finden, in welcher der Gang sein Ausstreichen hat.

48. Weil Hr. v. O. diese Aufgaben mit keiner Figur erläutert hat, so ist mir besonders in dieser dunkel, was er durch Ansteigen des Gebürges nach einer zugleich gegebenen Gegend sagen will. Ich stelle mir die Sache so vor:

49. Die Oberfläche des Berges wird als eine geneigte Ebene angesehen. Man weiß die Lage dieser geneigten Ebene; also: ihre Neigung gegen den Horizont, das Ansteigen; und die Stunde, in welcher eine söhlige Linie auf dieser donlegigen Ebene streicht. Eine andere söhlige Linie, die jener das rechte Winkelkreutz giebt, bestimmt die Gegend des Ansteigens.

So, wenn in der 35 Fig. HG die erste söhlige Linie, QK die zweyte, O in der geneigten Ebene wäre, wäre KQO das Ansteigen in Graden, nach der Gegend KQ.

50. Nun ist der Gang eine andere schiefe Ebene, von der man Streichen und Fallen weiß.

In der 16 Fig. sey RCN im Horizonte, CN, CE, im Gange, ECR vertical; So weiß man die Stunde in welcher CN streicht, und den sphärischen Winkel N, des Ganges Fallen.

51. Soll nun CE des Ganges Ausstreichen in der geneigten Ebene seyn, so weiß man im Kugeldreyecke ERN nichts mehr, als den rechten Winkel bey R; und den schiefen N.

52. Denn

52. Denn ob man gleich das Streichen von CN weiß, so weiß man doch das von CR nicht. Ausser wenn man annähme, CE der 16 Fig. wäre mit QK der 35; einerley, das ist: die Lini, in welcher der Gang ausstreicht, sey auf die söhlige Linien, die in der geneigten Ebene (50) gezogen werden, senkrecht. Ich sehe aber nicht, was uns berechtiget, dieses anzunehmen; Und also läßt sich nach meiner Auslegung des Hrn. v. O. Aufgabe nicht auf ein einziges rechtwinklichtes Kugeldreyeck bringen.

53. Ich stelle mir die Sache so vor: Gang, und Oberfläche des Berges, sind ein Paar geneigte Ebenen, wie CKA; CKB; 41 Fig.

Man weiß jeder ihr Streichen; also den Winkel AKB = c.

Auch jeder ihr Fallen; also die Winkel A, B.

Daraus sucht man die Lage ihres Durchschnittes, KC des Ausgehenden vom Gange.

Das ist also völlig die Untersuchung (1).

## 31. Anmerkung.

## Ueber die krummen Linien, in denen ein Gang fällt und zu Tage ausstreicht.

v. Oppel §. 620.

1. Wenn man einen Gang nicht nur in dem kleinen Theile der Erde betrachtet, in dem man ihn

ihn würklich verfolgen kann, in einem Theile, der gegen die ganze Erdkugel für nichts zu achten ist, sondern annimmt, er solle in dem Streichen und Fallen, das man bey ihm an einer gewissen Stelle gefunden hat, durch die ganze Erdkugel setzen, so kann man fragen, was hieraus von seiner Figur folgt?

2. A 42 Fig. sey ein Punkt in der Oberfläche der Erdkugel, C ihr Mittelpunkt. Durch CA lege man eine willkührliche Ebene, die also allemahl für alle die Oerter auf der Oberfläche der Erde, durch welche sie geht, vertical seyn wird.

3. In dieser Ebene soll eine krumme Linie M so liegen, daß sie an jeder Stelle, eine und dieselbe Neigung, gegen die horizontale Ebene durch diese Stelle hat.

4. M sey eine solche Stelle. Die horizontale Ebene an ihr steht senkrecht auf CM. Gegen die horizontale Ebene hat das Element der krummen Linie eine gewisse Neigung.

5. Diese Neigung ist die Ergänzung zu 90 Graden von dem Winkel CMm der $\phi$ heissen mag.

6. Soll also jene Neigung überall, wo man M in der krummen Linie nimmt, eine und dieselbe seyn, so ist auch überall der Winkel, den das Element der krummen Linie mit einer daran gezogenen Linie CM macht, einer und derselbe.

7. Man

7. Man nenne CA $= r$; CM $= y$; den Winkel ACM $= \zeta$. Sein Differential ist MCm.

8. Die krumme Linie kömmt dem Mittelpunkte der Erde immer näher und näher. Wenn man also mit Cm den Kreisbogen mR beschreibt, der $= yd\zeta$ ist, so ist MR $= - dy$ und $\frac{mR}{MR}$ oder

$$\frac{yd\zeta}{-dy} = \text{tang}\ \varphi.$$

9. Also $\frac{d\zeta}{\text{tang}\ \varphi} = -\frac{dy}{y}$; und $\frac{\zeta}{\text{tang}\varphi} =$ Const $- \log y$.

Es ist aber $\zeta = 0$, für $y = r$; Also Const $= \log r$. und $\frac{\zeta}{\text{tang}\ \varphi} = \log \frac{r}{y}$

10. Diese krumme Linie ist also die logarithmische Spirallinie. Ich habe von ihr in der Analysis des Unendlichen 510; gehandelt. Wollte aber doch lieber die kurze Rechnung, durch die man ihre Gleichung findet, hie beybringen, zumahl da hie die Gleichung ein wenig bequemer ausgedrückt ist als dorten, und unmittelbar so, wie zu gegenwärtiger Absicht erfodert wird, für den Theil der krummen Linie, welcher sich von der Oberfläche dem Mittelpunkte der Erde immer nähert.

10. Von einem Gange, der immer tiefer und tiefer geht, sagt der Bergmann: er gehe in ewige Teufe;

Teufe; und sagt diß richtig, weil er sich unter der Oberfläche der Erde gleichsam einen Abgrund vorstellt. Ob aber der Hr. v. O. hie eben den Ausdruck mit Rechte gebraucht habe, das ist mir zweifelhaft, denn für den Geographen ist unter der Oberfläche kein Abgrund, sondern ihr Mittelpunkt in bestimmter Entfernung.

11. Also, wenn ein Gang nicht in ewige Teufe, sondern dem Mittelpunkte der Erde immer näher und näher niedergeht, und dabey beständig einerley Fallen behalten soll: So kann er, allgemein betrachtet, keine Ebene seyn, sondern jeder Durchschnitt einer Ebene durch den Mittelpunkt der Erde, mit ihm, ist eine logarithmische Spirallinie, deren Winkel $\varphi$ mit des Ganges Fallen 90 Grad macht.

12. Ist $\varphi = 90°$ also die Tangente davon unendlich, so giebt die Gleichung (8) $o = \log \frac{r}{y}$ also $r = y$. Nähmlich des Ganges Fallen ist = o; und sein Durchschnitt (11) ein größter Kreis auf der Oberfläche der Erde.

13. Ist $\varphi = o$, so giebt die Gleichung (8) $\log \frac{r}{y}$ unendlich, also $y = o$. Der Gang ist alsdenn eine seigere Ebene, die einzige Bedingung, unter welcher der Gang eine Ebene seyn kann. Jede Ebene, durch den Mittelpunkt der Erde, schnei-

der

det ihn in einer geraden Linie durch den Mittelpunkt, das ist die Bedeutung von $y = 0$.

Soviel vom Gange der immer mit einerley Fallen weiter und weiter in die Teufe setzt.

14. **Ein Gang streicht in einer gewissen Stunde zu Tage aus.** Das heißt: Sein Durchschnitt mit der Horizontalfläche des Ortes, wo er ausstreicht, macht mit dem dasigen Meridiane einen gewissen Winkel.

15. Sollte er also über die ganze Oberfläche der Erdkugel ausstreichen, und immer in eben der Stunde, so müßte er auf dieser Oberfläche eine krumme Linie angeben, die mit jedem Meridiane eben den Winkel wie mit dem andern machte.

16. Man kann dergleichen krumme Linien auf den meisten künstlichen Erdkugeln sehen. Von jeder Windrose, die auf einer solchen Erdkugel abgebildet ist, gehen Striche aus, die sich durch die Meridiane weiter fortziehen, und deren jeder, alle Meridiane unter einem und demselben Winkel, ein anderer unter einem andern, aber auch immer demselben andern schneidet.

17. Nach einer solchen Linie würde ein Schiff gehen, das beständig von einem und demselben Winde nach der Richtung des Windes getrieben würde. Z. E. Wenn es immer Nordwestwind hätte, ginge es aus jedem Meridiane in den nächsten, nach Südosten.

18. Von diesem schiefen Laufe des Schiffes heißt man solche Linien Loxodromien.

19. Der Gang (15) streicht also in einer loxodromischen Linie zu Tage aus.

20. Wenn er gerade von Süden nach Norden, oder umgekehrt streicht, so wird diese Linie ein Meridian.

21. Wenn er aus einem Punkte, der von jedem Pole 90 Grad absteht, gerade Ost oder Westwärts streicht, wird sie der Aequator.

22. Von den Loxodromien hat Jacob Bernoulli theoretisch und praktisch in den Leipziger Actis Erud. 1691; 1699; gehandelt. Man s. Opera Jacob. Bernoullii n. 42. u. n. 91. Gleichwohl sagt Leonh. Christoph Sturm, in seinem kurzen Begriff der gesammten Mathesis (Frankf. a. d. Oder 1710.) III. Theil 233 Seite, man suche noch jetzo diese Linie recht accurat herauszubringen, und wenn eines Schiffs Loxodromie accurat determinirt wäre, könnte man seine geographische Länge auf der See finden. Ein Paar Sätze, welche zeigen, was sonst schon von Sturmen bekannt ist, daß er von den Theilen der Mathematik, die nicht nahe mit Baukunst, Fortification und etwa gemeiner praktischen Geometrie verwandt sind, auch nicht einmahl historische Kenntnisse zulänglich besessen hat.

32. An-

## 32. Anmerkung.

## Nachricht von des Hrn. v. Oppel Anhang der Anleitung zur Markscheidekunst.

1. Vielleicht ist diese kleine Schrift nicht allen bekannt, welche die Anleitung zur Markscheidekunst selbst besitzen. Sie ist 1752 auch zu Dresden bey Walther herausgek. 36 Quartſ. 1 Kupfert. Die Paragraphen werden in ihr mit denen der Markscheidekunst in einem fortgezählt und gehen von 930 bis 955.

2. Zuerst betrachtet der Hr. v. O. die söhlige Figur, welche aus den Arbeiten eines Markscheiderzuges entstehet, und zwischen den Sohlen aller gezogenen Schnuren auf einen und denselben Horizont gebracht, enthalten ist, wenn man noch von dem Punkte, der in einer seigern Linie mit dem Anhaltenspunkte ist, an den, welcher in einer seigern Linie mit dem ist wo man aufhörte, eine gerade Linie zieht.

3. Diese gerade Linie hat man nicht aus unmittelbarer Messung so wenig, als die beyden Winkel welche sie, einen mit der ersten Seite der Figur, vom Anhalten an, den andern, mit der letzten ohne eine am Endpunkte, macht. Die gerade Linie selbst kann als die letzte Seite der Figur angesehen werden.

4. Aber aus unmittelbarer Messung, oder vermittelst der Lehre von Sohlen und Seigerteufen, hat man alle übrigen Seiten der Figur, die letzte ausgenommen; auch alle Winkel die sie mit einander machen, vermittelst des Hängecompasses (7. Anm. 56.) oder der 12. Anmerk. Es ist nähmlich so viel, als eine Figur aus ihrem Umfange gemessen. (13 Anm. 7.).

5. Die letzte Seite nun, und ihre Winkel (2) lehret der Hr. v. O. zuerst in diesem Anhange berechnen.

6. Man sieht leicht, wie dieses geschehen kann, wenn man die Figur durch Diagonalen aus dem Anfangspunkte in Dreyecke zerlegt, da man immer von einem ins andere gehen, und was man im vorhergehenden berechnet hat, im nächstfolgenden brauchen kann.

7. Hr. v. Oppel aber giebt bey jedem Vielecke Formeln in Buchstaben ausgedruckt, durch welche, z. E. beym Fünfecke, die letzte Seite und ihre beyden Winkel bestimmt werden.

8. Beyspiele solcher Formeln, und zwar die einfachsten unter ihnen, wären. Wenn in einem Dreyecke zwo Seiten mit dem eingeschlossenen Winkel gegeben sind, die dritte Seite und ihre beyden Winkel zu finden. Sie stehen in meiner Trigonom. 20. S. 1. Zus. und I. astron. Abhandl. 52; 53. Des Hrn. v. O. seine für das Dreyeck stimmen damit überein, nur wird ihr Ausdruck

weit-

weitläuftiger, weil er statt des Sinustotus nicht 1 setzt.

9. Man sieht leicht voraus, daß bey Figuren von viel Seiten dergleichen Formeln sehr zusammengesetzt ausfallen. Man kann auch die Logarithmen nicht gar zu bequem anbringen; und trigonometrische Linien selbst mit einander zu multipliciren und zu dividiren, wie man vor Bekanntmachung der Logarithmen thun mußte, dazu würden sich jetzo Astronomen schwerlich verstehen, denen man doch immer noch mühsamere Rechnungen anmuthen darf als Markscheidern.

10. Nachdem in der Figur stumpfe Winkel vorkommen, oder gar einwärtsgehende, die man für grösser als 180 Grad annehmen muß (G om. 13. S. 7. Zus. Anm) ist Aufmerksamkeit nöthig, welche von dieser Winkel trigonometrischen Linien, bejaht bleiben, oder verneint werden.

11. Mir scheint es also nicht, als ob des Hrn. v. O. so zusammengesetzte Formeln sehr brauchbar wären, und ich würde lieber bey der gemeinen trigonometrischen Rechnung (5) bleiben.

12. Ein anderer Vorschlag, den Hr. v. O. im angeführten Anhange thut, kömmt auf folgende Betrachtung an. Man stelle sich drey Ebenen vor, eine söhlig, die beyden andern seiger auf jener, über Linien, deren eine die Richtung der

Magnetnadel, die andere die sechste Stundenlinie, also auf jener senkrecht ist: So machen die drey Ebenen jede mit einander rechte Winkel, und jeder Punkt ist durch die drey Perpendikel von ihm auf diese Ebenen bestimmt. Hr. v. O. lehrt nun, wie man bey einem Markscheiderzuge, aus dem was ist gemessen worden, die Lage eines Punktes auf erwähnte Art bestimmen kann.

13. Dieses Verfahren ist eben das, was man sonst in der Analysis braucht, wenn man die Lage eines Punktes durch drey rechtwinklichte Coordinaten bestimmt. (Analys. endl. Grössen 514). Der Hr. v. O zeigt seine Anwendung ausführlich auch in einem Exempel. Die Beweise seiner Regeln würde man sich freylich aus der Lehre von der Lage der Ebenen und sphärischen Trigonometrie aufsuchen müssen.

---

Abhand-

# Abhandlung

## Von Höhenmessungen durch das Barometer.

1. Von diesem Gegenstande mit bey Gelegenheit der Markscheidekunst zu handeln, braucht wohl keine grosse Rechtfertigung. Er gehört ohnstreitig mit zu den Mitteln, welche die Geometrie zu brauchen sucht, Kenntniß von Gebürgen zu geben, und um alle solche Mittel bekümmert sich doch wohl der Berggeometer, wenn er nach Vollkommenheit in seiner Art strebet.

2. In den gewöhnlichen Anleitungen zur Mathematik kann von diesem Verfahren nicht gründlich gehandelt werden, besonders weil es etwas von der Rechnung des Unendlichen voraussetzt, freylich nur ihre Anfangsgründe, die jedem, der sich mit Abmessungen abgeben will, bekannt seyn sollten.

3. Man hat auch Tafeln oder sonst Vorschriften aus dem Stande des Quecksilbers im Barometer, die Höhe des Ortes, wo es diesen Stand hat, zu berechnen. Aber jede solcher Vorschriften giebt immer für einerley Stand des Quecksilbers eine andere Höhe als die andere. Es ist also wohl der Mühe werth zu wissen, woher dieser Unterschied rührt, ob, und wie weit die Erfinder solcher Regeln in ihren Grundsätzen von einander abgehen.

4. Fast allgemein nehmen sie an: die Dichte der Luft an jeder Stelle verhalte sich, wie die Kraft, mit welcher sie zusammengepreßt wird.

5. Dieses haben Mariotte und andere durch Versuche gefunden, bey denen die Luft, mit der doppelten oder dreyfachen Kraft, in die Hälfte, oder in den dritten Theil des vorigen Raums zusammengepreßt ward. (Man s. meine Anfangsgr. der Aerometrie 62.)

6. Umgekehrt läßt sich also schliessen, wo die Luft halb so stark, oder den dritten Theil so stark gedruckt wird als bey uns, da sey sie nur halb, oder den dritten Theil so dicht.

## Von Prüfungen des angenommenen Gesetzes bey verdünnter Luft.

7. I. Es gibt auch Mittel, sich durch Erfahrungen zu versichern, ob das Gesetz eben so bey verdünnter Luft, wie bey verdichteter, beobachtet wird.

II. Hiezu könnte Einem die Luftpumpe einfallen. Man könnte ihre Cylinder und die Glocke ausmessen, und so berechnen, wie viel die Luft nach einer gegebenen Menge von Exantlationen verdünnt wäre, (Aer. 41) nun aus der Quecksilberprobe beurtheilen, ob sie in eben dem Verhältniß schwächer wäre.

Genaue Ausmessungen aber sind nicht so gar leicht, und aus der Beschaffenheit der Luftpumpen erhellt, daß man die Regel, aus der Zahl der Auspumpungen die Verdünnung zu berechnen, nicht mit völliger Sicherheit anwenden dürfte.

III. Man

III. Man stelle sich eine Röhre vor, wie zu Barometern genommen, nur an beyden Enden offen. Sie sey durchaus gleich weit, oder wenn das nicht ist, muß man Mittel wissen, die unterschiedenen Weiten in Berechnung zu bringen. Ich will es aber jetzo annehmen, um die Sache kürzer vorzutragen.

IIII. Die Barometerhöhe zu der Zeit, da man den Versuch, der jetzt soll beschrieben werden, machen will, sey = f.

Die Länge der Röhre = g.

V. Man halte sie vertikal, und verschliesse ihr unterstes Ende, mit einem Stöpsel, oder mit dem Finger.

Zum obersten schütte man Quecksilber hinein, so daß über dem Quecksilber ein Theil der Röhre, dessen Länge = a; von Quecksilber leer bleibt.

In diesen Theil tritt also Luft, so dicht als die umliegende.

VI. Nun verschliesse man die Röhre oben, so daß die Verbindung mit der äusern Luft abgeschnitten wird.

Und öffne sie alsdenn unten.

Es ist klar, daß alsdenn unten Quecksilber herausfliessen wird.

Denn die Luft, welche den Raum = a einnimmt, wäre im Stande, den Druck der Atmosphäre, oder welches eben so viel ist, eine Quecksilbersäule von der Höhe f zu erhalten.

Also ist die Atmosphäre nicht stark genug, zugleich diese Luft, in diesem Raume, und eine Quecksilbersäule von der Höhe g — a (V) zu erhalten.

Wenn aber Quecksilber heraus läuft, und die über dem Quecksilber befindliche Luft sich ausbreitet, so werden diese beyden Kräfte, welche dem Drucke der Atmosphäre entgegengesetzt sind, geringer, und so wird diese Verminderung so weit gehen, bis beyde dem Drucke der Atmosphäre gleich werden. Unter was für Umständen dieses geschicht, läßt sich so bestimmen.

VII. Die Luft über dem Quecksilber breite sich aus dem Raume a, in den y aus.

VIII. Im ersten Raume konnte sie eine Quecksilbersäule = f erhalten, also kann sie im zweyten eine Quecksilbersäule = $\frac{f.\, a}{y}$ erhalten, wenn man annimmt, die ausdehnende Kraft von einerley Luft verhalte sich wie ihre Dichte, also verkehrt, wie der Raum, den sie einnimmt.

VIIII. Noch bleibt in der Röhre eine Quecksilbersäule = g — y.

X. Diese beyden Kräfte (VIII; VIIII;) erhält die Atmosphäre. Also ist

$$\frac{fa}{y} + g - y = f$$

Oder $y^2 = a.\, f - (f - g).\, y.$

XI. Die

XI. Die Auflösung der quadratischen Gleichung giebt $y = \sqrt{(\frac{1}{4}(f-g)^2 + af)} - \frac{1}{2}(f-g)$ für der Gleichung bejahte Wurzel, welches offenbahr die ist, welche man hie braucht.

XII. So läßt sich aus dem VIII; angenommenen Satze berechnen, wie tief das Quecksilber fallen muß. Und wenn denn die Erfahrung zeigt, es falle so tief, so bestätigt sie den angenommenen Satz.

Diese Aufgabe mit ihrer Auflösung ist von Jacob Bernoulli vorgetragen worden, unter dem Titel: Vsus logicae in physica. Op. Iac. B. T. I. n. 32.

Hie will ich bequemer zu gegenwärtiger Absicht eine andere Anwendung der quadratischen Gleichung (X) machen, die B. zu der seinigen nicht brauchte.

XIII. Man setze, die Luft soll n mahl dünner werden; also $y = n.a$ seyn. Dieses in die quadratische Gleichung gesetzt, giebt

$$n^2 a = f - (f-g).n$$

Oder $a = \frac{f + n.(g-f)}{nn}$

XIIII. Exempel. Das Barometer steht 28 Zoll = f. Die Länge der Röhre ist 30 = g. Man will haben, daß sich die Luft über dem Quecksilber viermahl (also n = 4) verdünnen soll; Wie viel muß man oben in der Röhre von Quecksilber leer lassen?

Also

Also $a = \frac{28 + 4 \cdot 2}{16} = \frac{9}{4}$

Rückwärts läßt sich dieses so erläutern: In der Röhre sind $\frac{9}{4}$ Zoll natürliche Luft, die in diesem Zustande 28 Zoll Quecksilber tragen könnte. Sie breitet sich in den vierfachen Raum = 9 Zoll aus, und so kann sie nur den vierten Theil = 7 Zoll Quecksilber halten. Ferner bleiben in der Röhre 30 — 9 = 21 Zoll Quecksilber. Also ist das, was in der Röhre befindlich ist, = 7 + 21 = 28 Zoll Quecksilber, gleich so viel als die Atmosphäre erhalten kann.

XV. Wenn man also bey einem gegebenen Barometerstande = f; für eine gegebene Röhre = g, unterschiedene Werthe von n annimmt, und das jedem zugehörige a berechnet; So kann man für jede dieser Rechnungen, so viel als sie angiebt, natürliche Luft über dem Quecksilber lassen, alsdenn den Versuch nach (VI) anstellen und nun sehen, ob der Raum oben in der Röhre, der von Quecksilber leer ist, y = n. a ist. Dieß Verfahren würde bequemer seyn, die Voraussetzung (4) zu prüfen, als wenn man nach Bernoullin allemahl eine quadratische Gleichung auflösen wollte. Auch hatte B. keine solche Prüfung zur Absicht.

XVI. Wenn die Röhre länger ist, als die Barometerhöhe, also in XIII; g — f bejaht, so bekömmt man allemahl für a einen bejahten Werth, so groß man auch n nimmt; Nur wird dieser Werth

Werth für ein grosses n sehr klein ausfallen, und sich also nicht wohl abmessen lassen. Allenfalls müßte man zu dieser Absicht die Röhre sehr lang nehmen, und sich in den Stand setzen, die kleinen Theilchen, in denen a durch die Rechnung angegeben wird, sehr scharf abzunehmen.

XVII. Man setze $f = 28$; $g = 40$; $n = 100$; so kömmt $a = 0, 1228$. Wenn man so viel Platz in der Röhre oben für natürliche Luft läßt, so breitet sich solche in den hundertfachen Raum = 12, 28 aus, in welchem Zustande sie 0, 28 Quecksilber halten kann. In der Röhre aber bleiben $40 - 12,28 = 27,72$ Quecksilber, die also mit der verdünnten eingeschlossenen Luft, zusammen 28, dem Drucke der Atmosphäre gleich sind.

XVIII. So zeigt sich, wie man die Voraussetzung auch für grosse Verdünnungen prüfen könnte, wobey freylich allerley Schwürigkeiten eintreten würden, sehr sichere Versuche zu machen.

XVIIII. Ist die Röhre kürzer, als die Quecksilbersäule im Barometer, so wäre in (XIII) ein bequemerer Ausdruck des Zählers $f - n. (f - g)$; und $n = \frac{f}{f - g}$ gäbe die Gränze, der n sich nähern darf, aber solche nicht erreichen.

Denn im letzten Falle bliebe keine Luft über dem Quecksilber. Es sänke nicht, weil es im Barometer durch die Atmosphäre noch höher erhalten wird. Nähmlich $y = n. a$ wäre hie $= n. 0$.

Nähme

Nähme man n noch grösser als die angegebene Gränze, so käme der Werth von a verneint, dergleichen sich hie gar nicht anbringen läßt.

XX. In dem bisherigen habe ich nur die Theorie solcher Versuche auseinander setzen wollen. Die Handgriffe zur Ausübung wird jeder sich leicht erdenken, dem torricellianische Röhren und Barometer bekannt sind.

Begreiflich wird man das unterste Ende der Röhre in ein Gefäß mit Quecksilber gehen lassen, oder ihm einen aufwärts gebogenen Schenkel anfügen. Sonst würde die Rechnung mit der Erfahrung nicht übereintreffen. Denn weil das Quecksilber durch den Fall eine Geschwindigkeit bekömt, so fließt anfangs mehr aus der Röhre als die Rechnung angiebt, das tritt aber nachdem aus dem Gefässe oder dem aufwärts gebogenen Schenkel wieder hinein, und es entstehen gleichsam Oscillationen; erst wenn Alles ruhig ist, kann man y abmessen.

Wenn man ein Gefäß, oder einen aufwärts gebogenen Schenkel braucht, sind solche Erinnerungen wie (Aerometr. 74.) inacht zu nehmen.

8 Zu gegenwärtiger Untersuchung ist eben nichts daran gelegen, wie es sich bey sehr grossen Aenderungen der druckenden Kraft der Luft verhält. Denn in Luft, die nur noch einmahl so dicht, oder in solcher, die nur halb so dicht wäre, als die uns gewöhnliche, könnten wir schwerlich lange leben, und so kann man in den Oertern, wohin wir

mit

mit dem Barometer kommen, das Gesetz (4) annehmen.

9. Aber eine andere beträchtliche Einschränkung dieses Gesetzes ist, daß man die Wärme der Luft ungeändert beybehalten muß. Eben die Masse Luft breitet sich in einen grössern Raum aus, wenn sie erwärmt wird, und so trägt dünnere Luft, eben den Druck, oder noch stärkern als zuvor dichtere trug.

Auch könnten wäßriche oder andere Dünste verursachen, daß die Luft, in der sie sich aufhalten, eine andere Federkraft äusert, als sie ohne Beymischung salcher fremden Materien zeigen würden.

10. Folgen aus diesen Ursachen, und wenn es noch mehr Aenderungen geben sollte, das alles setzt man anfangs beyseite, um die Untersuchung nicht allzu verwickelt zu machen. Nachdem muß man untersuchen, ob, und wie sie bey der Anwendung anzubringen sind.

## Aufgabe.

**11. Die Vergleichung, zwischen dem Stande des Barometers, und Höhe über dem Horizonte, in der Voraussetzung (4) zu finden.**

12. In der 31 Fig. sey S im Horizonte, K darüber um die Höhe SK = x erhoben.

Die Höhe des Quecksilbers im Barometer sey = f bey S; und = y bey K.

13. Bey

13. Bey S verhalte sich die Dichte der Luft, zur Dichte des Quecksilbers wie $m : 1$. Begreiflich wird $m$ ein sehr kleiner Bruch seyn.

14. Indem man aus K um dx steigt, falle das Quecksilber im Barometer um dy. Die Höhe der Quecksilbersäule nimmt ab, indem die Höhe, auf welche man steigt, zunimmt, also gehören beyden Höhen entgegengesetzte Aenderungen zu, zu $+ dx$ gehört hie $- dy$.

15. Umgekehrt, wenn man niederwärts geht, gehören zusammen $- dx$ und $+ dy$.

16. Der Druck der Luft auf das Quecksilber verhält sich in S und K wie f und y, die Quecksilbersäulen die er erhält. Eben so verhalten sich also die Dichten der Luft in S und K (4).

17. Folglich ist in K, die Dichte der Luft $\frac{my}{f}$

18. Diese Luft sieht man von K bis T als durchaus gleich dicht an. Soll also eine Säule von ihr, mit einer Säule Quecksilber in der Barometerröhre im Gleichgewichte seyn, so müssen sich der ersten und der zweyten Säulen Höhen verhalten, wie die Dichte des Quecksilbers zur Dichte der Luft. (Hydrostat. 35).

19. Diese Luftsäule hat KT zur Höhe. Und die Quecksilbersäule mit der sie im Gleichgewicht ist, hat so viel Höhe, um so viel das Quecksilber gefallen ist, indem man von K bis T stieg, denn so viel höher ward es in K von erwähnter Luftsäule erhalten.

20. Also

20. Also ist (18; 14) $dx : - dy = 1 : \frac{my}{f}$

Folglich $\frac{mydx}{f} = - dy$ oder $dx = \frac{-f}{m} \cdot \frac{dy}{y}$

21. Die Integration hievon kömmt auf die natürlichen Logarithmen an. (Anal. des Unendl. 219; 225) und so ist

$$x = Const - \frac{f}{m} \text{ lognat } y$$

Weil $x = 0$ für $y = f$ (12) so ist $Const = \frac{f}{m} \log \text{nat } f$.

22. I. Also $x = \frac{f}{m} \log \text{nat} \left(\frac{f}{y}\right)$

II. Setzt man in (17) die Dichte der Luft $= v$; und bedeutet $a$; die Länge einer Säule einer flüßigen Materie, deren Dichte $= m$, ihr Druck so stark als der Druck der Quecksilbersäule $f$ ist, also $f = m \cdot a$; so kömmt $x = a$. lognat $(m : v)$, für die Vergleichung zwischen Höhe, und Dichte der Luft.

III. Wenn lognat $e = 1$: so erhält man $v = m. e^{-x : a}$, wodurch sich die Dichte der Luft in jeder angenommenen Höhe, aus der am Horizonte berechnen läßt.

23. Die Regel (22; I) mit Worten ausgedruckt wäre, also diese: Man suche den natürlichen Logarithmen des Quotienten den die Barometerhöhe in S, mit der in K dividirt, giebt.

Diesen Logarithmen, als eine Zahl betrachtet, multiplicire man mit der Barometerhöhe in S.

Und dividire das Produkt mit der Dichte der Luft in S (12).

Was heraus kömmt, ist die Höhe SK.

24. Man begreift, daß so die gesuchte Höhe in eben solchem Maasse herauskömmt, in welchem man die Barometerhöhen angiebt. Sind diese in Zollen, und etwa in Decimaltheilen von Zollen angegeben, so findet sich auch die gesuchte Höhe in Zollen und deren Decimaltheilen. Hat man die Barometerhöhen etwa in Zwölftheilen eines Zolls, in Linien, ausgedruckt, so findet sich die gesuchte Höhe in eben solchen Linien.

25. Aber Höhe eines Berges, auch nur eines Thurms, wird man wohl nicht durch eine Menge von Zollen oder Linien ausdrucken wollen, wenn man auch der Methode zutraute, daß sie diese Menge genau angäbe. Also fügt man zu (23) noch folgendes.

26. Was in (23) herauskömmt, dividire man mit 12 oder mit 144; nachdem man die Barometerhöhen in Zollen oder in Linien ausgedruckt hat. So bekömmt man die gesuchte Höhe in Fußen.

27. Hiebey

27. Hiebey ist beschwerlich, daß natürliche Logarithmen erfodert werden, die nicht so gar gemein sind. Und die man gedruckt hat, reichen nicht so weit, als man wünschen könnte. Hr. Lambert, in s. Zusätzen zu den logarithmischen und trigon. Tabellen (Berl. 1770) 13 Taf. hat sie bis 100 gegeben, auch Simpsons seine mitgetheilt die bis 1000 zu brauchen sind. (Man s. Hr. L. Erklärung der Tafeln 60. §.). Die letzten stehn auch in den zu Avignon 1770 herausgekommenen Tables de logarithmes.

28. Wer mit solchen Tafeln nicht versorgt ist, kann sich der gewöhnlichen briggischen Logarithmen so bedienen, daß er den briggischen Logarithmen des Quotienten (23) mit dem natürlichen Logarithmen der 10 oder mit 2, 302585 ... = k multiplicirt.

Das Produkt giebt den natürlichen, welchen man eigentlich brauchen sollte.

Es kann auch hiebey dienlich seyn, den briggischen Logarithmen von k zu wissen. Diese Grösse, so weit sie hie angegeben ist, bis auf Milliontheile, ist = 5. 0, 460517. Ich finde des letzten Factors Logarithmen durch Proportionaltheile, addire dazu den von der 5; und finde so

$$\log k = 0,3622157.$$

Dieses kann für gegenwärtige Rechnungen genug seyn. Da aber der briggische Logarithme von k auf unterschiedene Art brauchbar seyn kann,

so wäre es nicht unnütz, ihn schärfer zu suchen, eben wie man den Logarithmen der Peripherie für den Durchmesser 1; genau gesucht hat. (I. astr. Abh. 96.)

Etwas schärfer ist derselbe schon vom Hugen gesucht, und eben zu der Absicht gebraucht worden, durch briggische Logarithmen zu finden, was unmittelbar, natürliche erfodert. Man s. Hugens Obseruationes in libr. Iac. Gregorii de vera circ. et hyp. quadrat. In der Sammlung von Hugens Werken die s'Gravesande besorgt hat in dem Bande: Opera Varia; Vol. 2. p. 463.

H. braucht 0,3622156868 welches, mit dem, was ich vorhin angegeben habe, so genau übereinstimmt, daß man keine andere Angabe, als meine brauchen kann, wenn man nur bis auf sieben Decimalstellen der Logarithmen gehn will.

Man sieht leicht, daß Hugen sich Tafeln bedient hat, wo die Logarithmen in mehr Decimalstellen angegeben sind; Er hat auch, für Zahlen von viel Decimalstellen, sich des Vortheils der trigonometrischen Logarithmen bedient, wovon ich 9. Anm. 20; geredet habe.

29. Die Dichte der Luft in S muß man aus Erfahrungen der Naturforscher annehmen. Bekanntermassen sind diese Erfahrungen nicht ganz übereinstimmend, können es auch nicht seyn, weil sie nicht alle an einem Orte, und unter einerley Umständen, angestellt sind.

30. Nimmt

30. Nimmt man sie also an, so giebt $\frac{f}{m}$; noch mit 12 oder 144 dividirt, (26) einen beständigen Coefficienten, der, mit jedem natürlichen Logarithmen des veränderlichen Quotienten in (22) multiplicirt, allemahl die Höhe x in Fussen angiebt, die dieses Quotienten jedesmahligem Divisor y gehört.

Multiplicirt man diesen beständigen Coefficienten mit k (28), so hat man einen andern beständigen Coefficienten, der bey dem briggischen Logarithmen eben so gebraucht wird, wie jener beym natürlichen.

### Wie sich der Barometerstand für eine gewisse Höhe ändert, wenn sich der Barometerstand im Horizonte ändert.

31. I. Weil bekanntermassen, das Barometer, an einem und demselben Orte nicht immer einerley Höhe hat, so setze man, da, wo sein Stand jetzo f war, sey er zu einer andern Zeit = F. Die Dichte der Luft sey alsdenn M.

II. So ist f : F = m : M. (4)

III. In eben der vorigen Höhe über diesem Orte, oder in der Höhe = x, sey der Barometerstand nun = Y.

IIII. So ist aus (22) jetzo

$$x = \frac{F}{M} . \log nat \, (F : Y)$$

so wäre es nicht unnütz, ihn schärfer zu suchen, eben wie man den Logarithmen der Peripherie für den Durchmesser 1; genau gesucht hat. (I. astr. Abh. 96.)

Etwas schärfer ist derselbe schon vom Hugen gesucht, und eben zu der Absicht gebraucht worden, durch briggische Logarithmen zu finden, was unmittelbar, natürliche erfodert. Man s. Hugens Obseruationes in libr. Iac. Gregorii de vera circ. et hyp. quadrat. In der Sammlung von Hugens Werken die s'Gravesande besorgt hat in dem Bande: Opera Varia; Vol. 2. p. 463.

H. braucht 0,3622156868 welches, mit dem, was ich vorhin angegeben habe, so genau übereinstimmt, daß man keine andere Angabe, als meine brauchen kann, wenn man nur bis auf sieben Decimalstellen der Logarithmen gehn will.

Man sieht leicht, daß Hugen sich Tafeln bedient hat, wo die Logarithmen in mehr Decimalstellen angegeben sind; Er hat auch, für Zahlen von viel Decimalstellen, sich des Vortheils der trigonometrischen Logarithmen bedient, wovon ich 9. Anm. 20; geredet habe.

29. Die Dichte der Luft in S muß man aus Erfahrungen der Naturforscher annehmen. Bekanntermassen sind diese Erfahrungen nicht ganz übereinstimmend, können es auch nicht seyn, weil sie nicht alle an einem Orte, und unter einerley Umständen, angestellt sind.

30. Nimmt

30. Nimmt man sie also an, so giebt $\frac{f}{m}$; noch mit 12 oder 144 dividirt, (26) einen beständigen Coefficienten, der, mit jedem natürlichen Logarithmen des veränderlichen Quotienten in (22) multiplicirt, allemahl die Höhe x in Fussen angiebt, die dieses Quotienten jedesmahligem Divisor y gehört.

Multiplicirt man diesen beständigen Coefficienten mit k (28), so hat man einen andern beständigen Coefficienten, der bey dem briggischen Logarithmen eben so gebraucht wird, wie jener beym natürlichen.

## Wie sich der Barometerstand für eine gewisse Höhe ändert, wenn sich der Barometerstand im Horizonte ändert.

31. I. Weil bekanntermassen, das Barometer, an einem und demselben Orte nicht immer einerley Höhe hat, so setze man, da, wo sein Stand jetzo f war, sey er zu einer andern Zeit $= F$. Die Dichte der Luft sey alsdenn M.

II. So ist $f : F = m : M$. (4)

III. In eben der vorigen Höhe über diesem Orte, oder in der Höhe $= x$, sey der Barometerstand nun $= Y$.

IIII. So ist aus (22) jetzo

$$x = \frac{F}{M} . \log nat\ (F : Y)$$

 V. Die-

V. Dieser Werth soll dem (22) gleich seyn; Der Coefficient in beyden ist einerley (II). Also auch der Logarithme, folglich $f : y = F : Y$.

VI. Oder: Wenn sich der Barometerstand im Horizonte ändert, so ändert sich auch der Barometerstand in einer bestimmten Höhe, und zwar so, daß sich die beyden ersten Barometerstände im Horizonte, und in der Höhe, verhalten, wie die beyden zweyten.

VII. Exempel. Der Barometerstand im Horizonte sey = 28 Zoll; in einer gewissen Höhe darüber = 27. Nun ändere er sich im Horizonte und werde 28, 5 Zoll; So wird er in der angenommenen Höhe; $\frac{28,5 \cdot 27}{28} = 27,583$ Zoll.

VIII. Der Barometerstand y gehörte also nun zu einer andern Höhe q; so daß

$$q = \frac{F}{M} . \text{lognat}\ (F : y).$$

VIIII. Und da wäre $q = x. \frac{\text{lognat}\ (F : y)}{\text{lognat}\ (f : y)}$

X. In diesem Ausdrucke könnte man auch die beyden briggischen Logarithmen statt der natürlichen setzen; weil sich für einerley Zahlen briggische Logarithmen, wie natürliche, verhalten.

Halley.

## Halley.

32. Halley hat solche Berechnungen anzustellen gewiesen, und, wie zu seinen Zeiten gewöhnlich war, zum Grunde derselben die Hyperbel zwischen den Asymptoten gelegt. Seine Schrift führt den Titel: A discourse of the rule of the decrease of the height of the Mercury in the Barometer... Sie steht in einer zu London 1705 in 8vo. herausgek. Sammlung, die Miscellanea Curiosa heißt, aus den philosophischen Transactionen.

1686 Pa. Tr.

33. Halley nimmt an, die eignen Schweren von Wasser und Luft verhalten sich, wie 800 : 1 und von Quecksilber und Wasser, wie 13,5 : 1 das giebt also das Verhältniß der eignen Schweren von Quecksilber und Luft, wie 10800 : 1 oder m

$$= \frac{1}{10800}.$$

34. Die Stelle, wo dieses statt findet, nimmt er am Ufer des Meeres an, und die Barometerhöhe daselbst 30 englische Zoll = f.

35. So wird der beständige Coefficient (30)

$$\frac{10800 \cdot 30}{12} = 27000.$$

36. Exempel. Wie groß ist die Höhe, wo das Quecksilber bey 20 Zoll = y steht.

$$\begin{array}{rl} \log \text{nat } 30 = & 3,4011974 \\ 20 = & 2,9957323 \\ \hline \frac{30}{20} = & 0,4054651 \end{array}$$

 Dieses

Dieses mit dem Coefficienten (35) multiplicirt giebt 10947, 557... Die ganzen Fuß stehen als die Höhe, welche diesem Barometerstande zugehört, in einer Tafel, welche Halley seinem Aufsatze beygefügt hat.

## Wie man die Dichte der Luft an einem gegebenen Orte, blos durch das Barometer, selbst findet.

37. Man steige von S auf eine Höhe, die man messen kann, so daß man weiß, man sey daselbst um c Fuß höher als in S.

Man bemerke, wie hoch daselbst das Quecksilber steht. Es sey g Zoll.

So ist aus 22; 26;

$$c = \frac{f}{12\,m} \cdot \log nat \frac{f}{g}.$$

38. Folglich $m = \frac{f}{12 \cdot c} \log nat \frac{f}{g}$.

39. Hieraus läßt sich die Höhe zu finden, eine Formel herleiten, die deswegen sehr bequem ist, weil man bey ihr sogleich Briggische Logarithmen brauchen kann.

Wenn man den Werth von m (38) in (22) setzt, so bekömmt man

$$x = c \cdot \frac{\log nat\,(f : y)}{\log nat\,(f : g)}$$

Aber

Aber die Briggischen Logarithmen von f: y und von f: g verhalten sich, wie die natürlichen, wie man leicht aus der Theorie der Logarithmen, z. E. An. Unt. 228; herleitet.

Versteht man also unter der Benennung der Logarithmen schlechtweg briggische, so ist auch

$$x = c. \frac{\log (f: y)}{\log (f: g)}$$

Also, wenn B den beständigen Coefficienten bedeutet.

$$x = B. \log (f: y)$$

### Mariotte.

40. Man hat vom Mariotte eine Schrift de la nature de l'air. Sie befindet sich in den Oeuvres de Mr. Mariotte (Haag 1740; 4°) im I. Theile.

41. In dieser Schrift 174 u. f. S. der angeführten Ausgabe, erzählt er unterschiedene Erfahrungen, wie tief das Quecksilber sinke, wenn man es von einer Stelle an eine höhere bringt. Von dem Keller, unter der pariser Sternwarte, bis hinauf fiel es ihm etwas mehr als $\frac{4}{3}$ einer pariser Linie, und von der letztgenannten Stelle, bis an die Platteforme, wieder eben so viel. Jede dieser Höhen ist 84 Fuß. Andere solche Erfahrungen, geben ihm 63 Fuß Höhe, für eine Linie Quecksilber. Um sich aber die Rechnung zu erleichtern, nimmt er, einer zu Orleans angestellten Erfahrung gemäß, 60 Fuß, für eine Linie, an einer Stelle, wo das Barometer 28 Zoll steht.

42. Aus diesen Angaben läßt sich nach (39) berechnen, was er für eine Dichte der Luft annehmen muß.

43. Es ist nähmlich $f = 28$ Zoll; die betragen 336 Linien, und g eine Linie weniger, also 335 oder 67. 5 Linien. Drucket man also beyde in Zollen aus, so kömmt $\frac{f}{m} = \frac{28.\ 12.}{67.\ 5}$ Für diesen Ausdruck läßt sich der natürliche Logarithme des Divisors, und des Dividendus, aus denen, die man hat, (27) durch die Addition finden. Die Rechnung sieht so aus: Es sind die natürlichen Logarithmen

| | | |
|---|---|---|
| von 28 | = | 3, 3322045101 |
| 12 | = | 2, 4849066497 |
| Summe (I) | = | 5, 8171111598 |
| 67 | = | 4, 2046926193 |
| 5 | = | 16094379124 |
| Summe (II) | = | 5, 8141305317 |
| (I - II) | = | 0, 0029806281 |

Dieß also der natürliche Logarithme des Quotienten $\frac{28.\ 12}{67.\ 5}$.

44. Die gedruckten Logarithmen sind nur in 7 Decimalstellen, ich habe mich hie geschriebener bedient, die der Hr. von Stramford auf zwanzig Decimalstellen berechnet hat.

45. Was

45. Was mit diesem natürlichen Logarithmen (43) multiplicirt werden muß (39) ist

$$\frac{28}{12.\ 60} = \frac{7}{180}$$

46. Das Produkt finde ich m = 0, 000115.

47. Aus den angegebenen Zahlen, und dem natürlichen Logarithmen, läßt sich diese Dichte auch durch die gewöhnlichen briggischen Logarithmen so berechnen.

48. log 0, 0029806 = 4, 4743036 — 7
log 7 = 0, 8450980

0, 3194016 — 2
abgez. log 180, = 2, 2552725

log m = 0, 0641291 — 4

$$\log \frac{1}{m} = 3,9358708$$

abgez. log 13, 5 = 1, 1303338

$$\log \frac{1}{13,5.\ m} = 2,8055370$$

Vermittelst dieser Logarithmen findet sich m = 0, 00011591; $\frac{1}{m}$ = 8628, 2, oder Quecksilber, so vielmahl dichter als Luft. Und wenn man mit Halleyen (33) das Quecksilber 13, 5 mahl dichter als Wasser setzt, so findet sich $\frac{1}{13,5\ m}$ =

639, 0, als oder das Wasser so vielmahl dichter als Luft.

49. Also, wenn man beym Mariotte und Halley (33) einerley Wasser und Quecksilber versteht, so kömmt der Dichte dieses Wassers die Dichte von Mariottes Luft viel näher, als die vom Halleys seiner.

50. Wenn ich $c = 63$ setze, wie M. seinen eignen Erfahrungen gemäß hätte setzen sollen, (41) so wird das, was man mit dem natürlichen Logarithmen multipliciren muß, in (45) $= \frac{7}{189}$. Wenn ich damit rechne wie in 48; so finde ich $m = 0,00011039$; das Quecksilber 9058 mahl und das Wasser 671, 0 mahl dichter als Luft.

51. Mariotte setzt also viel dichtere Luft voraus, als man gewöhnlich annimmt. Denn Halleys Angabe ist die gewöhnliche.

Hiemit sage ich aber nicht, daß man so unmittelbar Mariottes und Halleys Dichten vergleichen könne. Denn sie gehören nicht für einerley Barometerstand, jene für 28 pariser Zoll, diese für 30 englische. Will man also genauer gegen einander halten, was jeder für eine Dichte der Luft annimmt, so muß man etwa berechnen, wie dichte Halleys Luft bey 28 pariser Zoll seyn würde. Das geschicht unten (66).

52. Die Bestimmung der Dichte also nach 48; oder 50; angenommen, muß man bey Mariotten

den-

den natürlichen Logarithmen von 28 : y mit $\frac{28}{12.m}$ multipliciren, das giebt x in Fussen (22; 26;)

53. Oder aus (39) mit briggischen Logarithmen.

$$x = c.\frac{\log (336 : y)}{\log (336 : 335)}$$

54. Wo y eine Menge Linien bedeutet aber c; 60 oder 63 Fuß.

55. Man brauche die letzte Voraussetzung, so ist der Coefficient, den man in den veränderlichen Logarithmen multipliciren muß $= \frac{63}{0,0012945}$

56. Diesen Coefficienten berechnet man bequem durch die Logarithmen

$\log 63 = 1,7993405$ davon abgezogen
$\log 0,0012945 = 0,1121021 - 3$

$\log$ des Coeff. $= 4,6872384$
gehört zu 48667.

57. Nach dieser Vorbereitung läßt sich, der Formel 53 gemäß, so rechnen, daß man nicht einmahl zu multipliciren braucht, sondern Alles mit den Logarithmen ausrichtet.

58. Exempel. Es sey y = 27 Zoll. Hie kann man den Ausdruck in Zollen beybehalten, wie allemahl, wo die Barometerhöhe lauter ganze Zoll beträgt. Da muß man auch 28 Zoll statt 336 Linien schreiben, und so ist

log 28

$$\log 28 = 1,4471580$$
$$27 = 1,4313638$$
$$28:27 = 0,0157942$$
$$\log 0,0157942 = 0,1984976 - 2$$
des Coeff. (56) $= 4,6872384$
$$\log x = 2,8857360$$
gehört zu 768,66

59. So rechnet Mariotte nicht. Er stellt sich die Atmosphäre in Schichten getheilt vor, so beschaffen, daß, wenn man aus einer in die nächsthöhere kömmt, das Barometer um $\frac{1}{12}$ einer Linie fällt. Dergleichen Schichten bekömmt er 336. 12 = 4032, wenn das Barometer in der niedrigsten 28 Zoll Quecksilber enthalten, in der obersten ganz leer seyn soll. Weil er zu unterst 60 Fuß Höhe auf eine Linie Quecksilberfall rechnet, so bekömmt die unterste Schicht den zwölften Theil davon, also fünf Fuß. So könnte er nach und nach berechnen, wie viel Fuß jede Schicht beträgt, oder wie viel zwischen derselben niedrigsten und höchsten Grenze enthalten sind; Er sieht auch selbst ein, daß man das Wachsthum der Schichten nach den Regeln berechnen könnte, deren man sich bedient, die Logarithmen zu finden. Indessen wird ihm diese Arbeit zu langweilig; er glaubt, eine Summe geometrischer Progressionen sey nicht sehr von dem unterschieden, was man findet, wenn man diese Progressionen nach der arithmetischen Proportion nimmt, und nun stellt er sich für jeden Stand des

Barome-

Barometers so viel Glieder einer Progression, vor soviel Linien der Barometerstand unter 28 Zollen ist, findet die Summe dieser Glieder . . .

Ich habe die Geduld nicht, M. Regeln weiter abzuschreiben. Meine Absicht ist auch nicht, daß man sie hier lernen soll, sondern daß man aus dem Angeführten sehn soll, in was für Verwirrung und Weitläuftigkeit M. gerathen, ist, nur weil er die Rechnung des Unendlichen nicht kannte. In der gemeinen cartesianischen Algebra war er nicht ungeübt.

Seine Schichten, in deren jeder das Quecksilber $\frac{1}{12}$ einer Linie mehr fällt, sind in der That ein Schritt nach der Rechnung des Unendlichen, nach Schichten deren jede die Höhe $dx$ hat, indem das Quecksilber um $dy$ fällt (15). Nun wußte aber M. nicht, wie er die Summe vieler solcher Schichten bequem finden sollte. Er suchte durch **Addiren**, was man durch **Integriren** finden muß.

## Wie hoch muß man steigen, damit das Barometer um eine gegebene Grösse fällt?

60. I. Ich setze, man befindet sich an einer Stelle wo der Barometerstand $y$ ist. Man will von dieser Stelle um eine Höhe $= u$ steigen, damit der Barometerstand $y - t$ werden soll; $t$ ist eine gegebene Grösse.

Also (39) $x + u = B. \log (f : (y - t))$
Und (39; 80;) $u = B. \log (y : (y - t))$

Wenn

Wenn t immer einerley bleibt, so wächst der veränderliche Logarithme, indem y abnimmt, denn er gehört zu einer Grösse die sich so ausdrücken läßt.

$$1 : \left(1 - \frac{t}{y}\right)$$ und da nimmt der Divisor immer ab, wenn y bey einerley t abnimmt.

II. Wenn man sich die Luft in Schichten getheilt einbildet, da von jeder in die nächsthöhere, das Quecksilber immer um gleichviel $= t$ fällt, so sind die beyden Gränzen einer solchen Schicht, weit von einander, wenn sich die Schicht hoch in der Atmosphäre befindet, wo der Barometerstand niedrig ist.

III. Beym Mariotte (59) ist t eine Linie. Man berechne die Schicht wo das Quecksilber von 14 Zoll $= 168$ Linien auf 167 fällt.

Man findet $\log (168 : 167) = 0,0025928$;

$$\log 0,0025928 = 0,4137690 - 3$$
$$\log B = 4,6872384 \; (56)$$
$$\log u = 2,1010074$$

giebt $u = 126,18$ Fuß $= 126$ F. 2, 16 Zoll

IIII. Setzte man in (1) $t = dy$ also $u = dx$; so verwandelt sich $\log (y : (y - t))$ in $d \log y$; Das wäre das Differential eines briggischen Logarithmen; also $= dy : k.\, y$ (28); und, wenn man nicht darauf sieht, daß von den beyden veränderlichen Grössen eine zunimmt, indem die andere abnimmt, so bekömmt man $dx = B.\, dy : ky = c dy : k.\, \log (f : y)$ (39).

V. Ma-

V. Mariotte rechnet die Schichten (de la nat. de l'air. Oeuvres de Mr. M. p. 175.) nach einer Regel, die sich in meinen Zeichen kurz so ausdrucken läßt. Die Grösse einer Schicht, was ich u nenne, bey Mariotte = v gesetzt, und t = 1 Linie, so ist v = c. f: y.

VI. Wenn c = 63 Fuß, f = 28 Zoll = 336 Linien, so ist der Dividend in (V) = 63. 336 = 21168.

VII. Dieses Verfahren wäre richtig, wenn die Luft von der untersten Gränze einer Schicht bis an die oberste durchaus gleich dicht wäre. Aber die Luft wird von unten nach oben zu dünner; Also muß die oberste Gränze weiter von der untersten abstehen, als Mariottens Rechnung angiebt, oder: er findet jede Schicht etwas zu klein.

VIII. Dieser Fehler muß bey einem kleinern y mehr betragen als bey einem grössern, denn bey jenem muß man um eine grössere Höhe steigen, damit das Barometer um eine Linie fällt.

VIIII. Also kann man, wie groß dieser Fehler etwa werden mag, so bestimmen, wenn man ihn für den geringsten Barometerstand, den man etwa brauchen will, berechnet; Das sey y = 14 Zoll = 168 Linien; Man suche also, wie hoch man von da steigen muß, daß das Barometer auf 167 fällt.

Nach meiner Formel ist log (168 : 167) = 0, 0025928

log 0, 0025928 = 0, 4137690 — 3
log B = 4, 6872384 (56

log u = 2, 1010074

Q Giebt

Giebt $u = 126, 18$ Fuß $= 126$ Fuß $2, 16$ Zoll.
Aber $v = 126$,

X. Setzt man $y = 16$ Zoll $= 192$ Linien, so ist

$\log (192 : 191) = 0, 0022678$; $u = 110, 36$ Fuß $= 110$ F. $4, 32$ Z.

Aber $\frac{63. 28}{16}$ oder $v = 110$ F. 3 Zoll.

XI. Also $u - v$ kleiner in X als VIIII; wie VIII erfodert.

XII. Mariottes Verfahren, eigentlich nach seinen Grundsätzen zu rechnen, wäre folgendes: Jede Schicht zu berechnen, die einer Linie Barometerfall gehört, und sie zusammen zu addiren; z. E. von der Stelle wo das Barometer 336 Linien steht, bis an die wo es 168 L. steht, sind 168 Schichten, deren man jede einzeln berechnen, und zusammen addiren müßte, der letzten Stelle Höhe über die erste zu haben.

XIII. Weil nun M. jede einzelne Schicht zu klein findet, so wird auch ihre Summe zu klein, oder: eine Höhe, nach dieser Art berechnet, muß kleiner herauskommen, als nach (58).

XIIII, Dieser Fehler kann aber doch nicht gar zu viel betragen. Im Exempel (XII) muß er viel kleiner seyn als $\frac{168}{4} = 42$ Fuß (VIIII) Das wäre sehr unbeträchtlich bey 14650 Fuß, wie diese Höhe nach 58 gefunden wird.

61. I. Hr. de Luc, in seinem Buche, von dem ich unten (275) rede, hat sich viel Mühe gegeben, Mariottes Verfahren zu erläutern, und darnach zu rechnen, wobey er 63 statt 60 braucht (41).

II. In der Tafel, die ich (unten 283) erwähne, ist eine Columne, nach Mariottes Grundsätzen berechnet, und das sind, wie ich nicht anders verstehen kann, die bisher von mir beschriebenen. Die Zahlen dieser Tafel müßten also, bey einerley Barometerständen, kleiner seyn als die, welche ich nach (58) finde; Ich weiß aber nicht, woher es kömt, daß sie immer grösser sind. Ich will einige hersetzen

| y | Meine R. | Hr. D. L. |
|---|---|---|
| 27 | 768, 66 | 771 |
| 26 | 1566, 3 | 1571 F. 1 Zoll |
| 17 | 10546 | 10580; 7 |
| 16 | 11828 | 11866; 1 |

III. Zwischen den Barometerständen 336 und 335 Linien setzt Hr. D. L. die Höhe 63 Fuß, wie meine Formel; (56). In diesem Grunde der Berechnung sind wir also eins.

IIII. Zwischen den Barometerständen 192; 191; Linien giebt er die Höhe so an, wie v in (60; X) gefunden worden; Also hat er Mariottes Schichten zum Grunde gelegt.

V. Wie es nun kömmt, daß die Zahlen seiner Tafel grösser sind als meine, anstatt kleiner zu seyn, weiß ich nicht zu erklären. Bey dem Ba-

rometerstande 17 Zoll, habe ich mir die Mühe genommen, die Höhe nach der Art, wie ich urtheilte, daß Hr. D. L. müßte gerechnet haben, nachzurechnen, und 768,47 herausbekommen, etwas kleiner als meine Zahl; folglich mit meinen Schlüssen (60; XIII.) übereinstimmt. Daraus möchte man vielleicht schliessen, Hr. D. L. habe sich verrechnet, und bey einer an sich nicht künstlichen, aber weitläuftigen Arbeit, dem Addiren vieler Schichten, wäre das Verrechnen sehr verzeyhlich.

Gleichwohl ist auch nicht so leicht einzusehen, warum er sich bey allen seinen Zahlen eben auf die Art verrechnet hätte, daß er mehr herausbekommen, als er nach seinem Verfahren bekommen sollte.

Wie er eigentlich verfahren hat, hat er nicht umständlich gezeigt, es hätte nur durch ein weitläuftiges Exempel geschehen können.

VI. Ob mein Verfahren (58) Mariottes Grundsätzen gemäß ist, und ob ich nach meiner Formel richtig gerechnet habe, kann jeder leicht prüfen. Hat aber Hr. de Luc, in der Hypothese nach der er zu rechnen angiebt, stillschweigend etwas geändert, so habe ich jetzo keine Lust aufzusuchen, worinn diese Aenderung besteht.

## Horrebow.

62. I. Viel ähnliches mit Mariottes Verfahren hat des berühmten Dänischen Astronomen Peter

Horre-

Horrebows seins, in s. Element. Philos. Natur. Cap. 8. Er stellt sich auch die Atmosphäre in Schichten getheilt vor, in deren jeder das Quecksilber um eine Linie fällt, berechnet wie weit jede unterste Gränze von ihrer obersten ist, und findet daraus die Höhe, die einem gegebenen Barometerstande gehört.

II. Die bestimmten Zahlen seiner so berechneten Tafel gründet er auf eine Erfahrung, die er im August 1737 angestellt hat. Er hat mit fleißiger Beobachtung gefunden, daß das Quecksilber am Horizonte des Meers bey 28 Zollen gestanden, und er 75 Fuß oder 12, 5 Hexapedas steigen müssen, bis es eine Linie gesunken.

Er sagt nicht, was er für Maaß gebraucht. Wenn er aber auch nicht gleich zuvor die pariser Astronomen genannt hätte, so zeigt doch der Barometerstand am Meere, daß er pariser Zoll, und folglich auch Toisen versteht. So wird sich seine Berechnung mit Mariottes seiner sehr bequem vergleichen lassen.

III. Ich will der Kürze wegen gleich hinter einander zeigen, wie man, Horrebows Angabe gemäß, nach (39) den Coefficienten, und ferner die Höhe für den Barometerstand 27 Zoll (58) bestimmt.

Es ist also bey Horrebow;

$c = 12,5$ Toisen, $f = 336$ Linien; $g = 335$.

wo log (f: g) in (55) angegeben, und der Logarithme dieser Grösse in (56) gebraucht ist. Also

$$\begin{array}{lr} & \log 12,5 = 1,0969100 \\ \text{abgezogen} & 0,1121021 - 3 \\ \hline & \log B = 3,9848079 \\ \text{addirt} & 0,1984976 - 2 \\ \hline & \log x = 2,1833055 \end{array}$$

gehört zu 152, 51 = 915, 06 Fuß

H. hat 152, 4

Uebrigens ist B = 96572

Warum H. weniger bekömmt, als ich, erhellt aus 60; VII. Für den Barometerstand 26 Zoll habe ich 310, 78 Toisen berechnet. H. hat 310, 6.

V. Viel grösser aber als Mariottes Höhe ist H. seine, bey einerley Barometerstande, welches schon daraus begreiflich wird, weil er zur ersten Linie Fall 75 Fuß erfodert, M. nur 63.

VI. H. hat also eine dünnere Luft als Mariotte, und könnte hierinnen leicht mehr Recht haben, (51).

VII. Das Buch, in dem H. Methode steht, hat so was besonders, daß eine kleine Nachricht davon nicht unangenehm seyn wird. In der Zueignungsschrift meldet er, das Lehramt der Physik sey auf der Kopenhagner Universität besoldungslos, und wechsele zwischen den Medicis und Mathematicis ab. Als es nun in seinem Alter an ihn kam, ließ er Caspar Bartholins Compendium wieder drucken, darüber er in seiner Jugend gehört

gehört hatte, und änderte nur, was ihm in diesem 56 Jahr alten Buche zu verbessern nöthig schien. Wer sonst weiß, daß Hr. H. die newtonischen Sätze nicht angenommen, und in den meisten Stücken ziemlich cartesianisch gedacht, wird sich nun leicht eine Vorstellung machen, wie sehr diese 1748 herausgekommene Physik von andern eben der Zeit unterschieden ist. Indessen sind diese Untersuchungen von den Dichten der Luftschichten und andere einzelne Bemerkungen immer noch lehrreich. Ich habe das Buch von einem Sohne des Verfassers Hrn. Christian Horrebow geschenkt bekommen. P. H war d. 25. May 1679 gebohren, und starb den 15. Apr. 1764. Im alten Hamburgischen Magazine IIII Band habe ich aus dieser Physik einen Auszug gegeben, wo ich 679. S. H. Vorstellung der Schichten, umständlicher, und mit Buchstabenrechnungen erläutert habe.

## Halleys Formel mit der verglichen, welche aus Mariottes Angabe folgt.

63. Zuerst muß man Halleys englisches Maaß auf französisches bringen. In der Rechnung, die ich hierüber geführt habe, habe ich mit Hr. de Luc im (61) angeführten Buche §. 264 die Verhältniß so angenommen, daß engl : franz = 144 : 153.

Ich will diese Verhältniß beybehalten, weil es sich nicht der Mühe verlohnt, die Rechnung

von neuem zu machen, da ich blos ein Exempel geben will, wie man ein paar Formeln mit einander vergleicht. Sonst hält nach Crusens Contoristen der gemeine Londner Fuß 135, 16 pariser Linien, ist also $= \frac{135,16}{144}$ Londner Fuß, und das giebt die Verhältniß des französischen Fußes zum englischen $= 153 : 143,60$ die doch also der angenommenen sehr nahe kömmt. S. unt. 356.

64. Also ist Halleys f (34) $= \frac{144 \cdot 30}{153} =$ 28, 235 pariser Zoll. Wie ich durch die Logarithmen finde.

Hr. de Luc hat 28 $\frac{4}{17}$.

65. Wo das Barometer so hoch steht, als nur jetzo in Pariserzollen ist berechnet worden, da nimmt Halley die Dichte der Luft so wie in (33) an. Wie dicht ist also diese Luft wo das Barometer 28 Zoll hoch steht? Diese Frage beantwortet das vierte Glied nachfolgender Proportion:

$$28,235 : 28 = \frac{1}{10800} : \frac{28}{28,235 \cdot 10800}$$

Mit Logarithmen wird die Regel Detri so gemacht

log

$$\begin{array}{rl} \log 108\,00 = & 4,0334238 \\ 28,235 = & 1,4507923 \\ \hline \text{Summe} = & 5,4842161 \quad \text{davon} \\ \text{abgezogen} \log 28 = & 1,4471580 \\ \hline & 4,0370581 \end{array}$$

gehört zu 10891. Die Dichte ist ein Bruch, der diesen Nenner, zum Zähler 1 hat.

66. Versteht man also in (22) Pariser Maaß so ist

$$x = \frac{28}{12} \cdot 10891. \log nat (28 : y)$$

Die Barometerhöhe in Zollen verstanden, die Höhe über den Horizont in Fußen.

67. Diese Formel ist also von der, welche aus Mariottes Angaben fließt (52), nur in dem Coefficienten vor dem Logarithmen unterschieden; wo in diesem Coefficienten hie 10891 steht, müßte nach dem Mariotte 9058 oder 8628 stehen. (50; 48)

68. Nähmlich: wer annimmt, die Dichte der Luft verhalte sich wie der Druck den sie leidet, der muß allemahl Höhe und Barometerstand nach einer Formel wie (22) vergleichen. Wenn er also für diese Dinge einerley Maaß mit einem andern braucht, so können ihrer beyden Formeln in nichts unterschieden seyn, als in dem Coefficienten vor dem Logarithmen; Und dieser Unterschied beruht nur darauf, daß für einerley Barometerstand, der

eine, eine andere Dichte der Luft annimmt, als der andere.

## Halleys Formel, in französischem Maasse zur Berechnung mit Briggischen Logarithmen eingerichtet.

69. I. Dieses erfodert nur, den beständigen Coefficienten (66) noch mit k zu multipliciren (28) so ist

$$x = \frac{7}{3} . 10891 . \log (28 : y)$$

Da kann man auch dieses beständigen Coefficienten, beständigen Logarithmen berechnen.

II. Ich will, den Platz zu sparen, gleich ein Exempel für $y = 27$ berechnen, an dem man die Rechnung im Zusammenhange sehen kann.

Der Logarithme von 28: 27 und was man mit ihm auch hie, nur mit gehöriger Aenderung, machen muß, steht (58).

| | | |
|---|---|---|
| log k | = 0, 3622157 | |
| 10891 | = 4, 0370581 | (65) |
| 7 | = 0, 8450980 | |
| | 5, 2443718 | |
| 3 | = 0, 4771212 | |
| log d. Coeffic. | = 4, 7672506 | |
| log 0,015.. | = 0, 1984976 — 2 | (58) |
| log x | = 2, 9657482 | |

gehört zu 924, 16

III. Hr.

III. Hr. de Luc im (61) angeführten Buche §. 264. lehrt auch die Berechnung der halleyischen Höhe nach französischem Maasse mit briggischen Logarithmen. Seine Formel ist

$$x = \frac{907 \text{ Fuß } 7 \text{ Zoll. } \log (28 : y)}{155110}$$

Er hat also nur den Coefficienten so unbequem als möglich ausgedruckt, und doch die Geduld gehabt, eine Tafel nach seiner Formel zu berechnen, die bey seinem 334 §. steht.

IIII. Ein Glied aus dieser Tafel zu prüfen, habe ich y = 20 gesetzt, wo 28 : 20 = 1, 4.

Mein Verfahren (II) giebt mir 8549, 7 Fuß
Hr. de L. hat 8550 Fuß 3 Zoll

V. Uebrigens hätte ich die Berechnung mit briggischen Logarithmen aus (28) schon bey (36) zeigen können. Weil es aber ziemlich gewöhnlich ist, bey solchen Beobachtungen französisches Maaß zu brauchen, so wollte ich sie lieber bey Halleys Formel in demselben ausgedruckt beybringen.

VI. Zieht man von dem Logarithmen des Coefficienten (II) den Logarithmen der 6 ab, so bekömmt man 3, 9990994 = log 9979, 2. Das wäre der Coefficient, mit dem man (log 28 : y) multipliciren müßte, um die Höhe in Toisen zu bekommen.

Wenn

Wenn man für einen Barometerstand die Höhe über den Horizont nach einer gewissen Formel berechnet hat, zu finden, was eine andere Formel zu eben dem Barometerstande für eine Höhe über eben dem Horizont gäbe.

70. Es versteht sich, daß man in beyden einerley Maaß gebraucht, und beydemahl die Höhen von einem Horizonte rechnet, wo das Barometer einen und denselben Stand hat. So können beyde Formeln, nur nach der (68) angezeigten Art, im Coefficienten unterschieden seyn.

71. Die erste Formel sey also die (22).

In der zweyten sey n die Dichte der Luft, welche bey ihr angenommen wird, wenn das Barometer den Stand f hat. Die gesuchte Höhe = z.

72. So ist sie: $z = \frac{f}{n} . \text{lognat}\ (f : y)$

73. Also $z = \frac{mx}{n}$

Oder: Die Höhen, welche einerley Barometerstande zugehören, verhalten sich verkehrt wie die Dichten.

74. Wer für irgend einen Stand des Barometers geringere Dichte der Luft annimmt, als ein Anderer, der nimmt auch für jeden Stand des Barometers an dem Orte, wo es diesen Stand hat, geringere Dichte an, als der andere, und zwar in eben

eben der unveränderlichen Verhältniß. (17) Denn beyde lassen sie die Dichte der Luft in eben der Verhältniß abnehmen, in welcher die Quecksilbersäule im Barometer kürzer wird. (4)

75. Steigen also beyde von einem Horizonte, wo sie einerley Barometerstand haben, so glaubt der erste durch leichtere Luft zu steigen, der zweyte durch schwerere.

76. Jeder nimmt an: die Luftsäule, durch die er gestiegen ist, sey im Gleichgewichte mit der Quecksilbersäule, um welche das Quecksilber in seinem Barometer gesunken ist.

77. Der also leichtere Luft annimmt, erfodert eine grössere Höhe dieser Luftsäule, als der sie schwerer annimmt, und zwar in der verkehrten Verhältniß der Dichten, die sie beyde für einerley Barometerstand annehmen. Das ist eine Probe, wie Schlüsse mit Worten ausgedruckt aussehen, die eine Rechnung wie 72; 73; in ein paar Zeilen zusammenzieht.

## Exempel zu 73.

78. Wie groß gäbe Halleys Rechnung die Höhe zu dem Barometerstande (58).

Da gehören also m; x; zum Mariotte, n; z; zum Halley. Den Logarithmen der ersten dieser vier Grössen habe ich in (50) nicht hingeschrieben, hie brauche ich ihn.

log m

$$\begin{array}{lrl} \log m & = + & 0,0429398 - 4 \\ \log x & = + & 2,8857360 \\ \hline \text{Summe} & = & 0,9286758 - 2 \\ \text{abgez. } \log n & = - & 4,0370581 \quad (66) \\ \hline \log z & = & 2,9657339 \end{array}$$

gehört zu 924, 13.

So viel Pariser Fuß wäre man nach Halleys Formel von der Stelle, wo der Barometerstand 28 pariser Zoll ist, bis an die gestiegen, wo er 27 Zoll ist.

Stimmt sehr wohl mit 69; II überein, da hie auf Hunderttheile eines Fusses nichts ankömmt, und bestätiget, daß meine Rechnung (58) richtig ist, Hrn. de Luc seine (61; II) falsch.

79. Bisher hat f beym Halley und beym Mariotte den Barometerstand am Ufer des Meeres bedeutet. Es könnte aber auch vorkommen, daß man den Barometerstand an zwo ungleich hohen Stellen eines Gebürges hätte, daraus eine Formel wie (39) herleitete, welche für Höhen über der untersten Stelle des Gebürges diente, und nun wissen wollte, wieviel diese Höhen über dem Ufer des Meers betrügen.

80. Da könnte man die Untersuchung allgemein so anfangen: h sey ein Barometerstand, grösser als f, folglich an einer niedrigern Stelle. Dieser Stelle Abstand, von der wo f der Barometerstand ist, ist völlig nach (39).

$$\frac{c. \log (f : h)}{\log (f : g)}$$

81. Dieser

81. Dieser Werth wird verneint seyn, denn der Logarithme in seinem Zähler gehört einem eigentlichen Bruche, und ist folglich verneint. Die Bedeutung dieses Verneintem ist aber nur, daß dieser Abstand von der Stelle, von welcher x aufwärts geht, niederwärts geht.

82. Der Ort, wo der Barometerstand y ist, ist über dem, wo er h ist, um die Summe von x und dem Abstande (81) erhoben. Will man also diese Höhe, die v heissen mag, berechnen, so muß man zu dem Werthe von x, den vom Abstande (80) mit entgegengesetzte Zeichen setzen, damit man ihn bejaht macht. So kömmt

$$v = \frac{c.\ (\log (f:y) - \log f:h))}{\log (f:g)}$$

oder

$$v = \frac{c.\ \log (h:y)}{\log (f:g)}$$

83. Da kann nun h den Barometerstand am Ufer des Meeres bedeuten.

## Joh. Jac. Scheuchzer.

84. Nach Hrn. de Luc Erzählung §. 274; maaß Scheuchzer mit der Schnur, beym Pfeffersbade, einen Felsen 714 pariser Fuß.

Das Quecksilber stand unten 25 Zoll $9\frac{1}{3}$ Linie pariser Maaß; oben 10 L. niedriger.

85. Also in 37; c = 714;

f =

$$f = 25 \text{ Zoll } 9\tfrac{1}{3} \text{ L.} = \frac{928}{3.\ 12}$$

$$g = 24 \text{ Zoll } 11\tfrac{1}{3}. = \frac{898}{3.\ 12}.$$

86. Daher (28)

$$m = \frac{928}{3.\ 144.\ 714}.\ k.\ \log (928 : 898)$$

87. Der Coefficient ist $\frac{29}{9639}$. k und der Logarithme gehört zu 464 : 449.

88. Wenn ich mit diesen Zahlen wie in (47) rechne, auch wie dorten Halleys Verhältniß zwischen den Dichten von Quecksilber und Wasser beybehalte, um Alles besser vergleichen zu können, so finde ich für die Luft an der untersten Stelle, wo Scheuchzer beobachtete, die Verhältnisse der Dichten folgendergestalt:

89. Luft : Quecks. = 0,000098890 : 1
Quecks : Luft = 10114 : 1
Wasser : Luft = 749, 20 : 1

Diese Luft ist helvetische, viel dünner als solche, wo das Barometer bey 28 Zoll steht.

90. Man kann also fragen, was für eine Dichte solcher Luft aus Scheuchzers Erfahrung folgt.

Diese Dichte ist $\frac{28.\ 12.\ 3}{928}$ oder $\frac{63}{58}$ der berechneten (85) welches 1, 0862 beträgt.

Ich

Ich finde für sie folgendes:
Luft : Quecks. = 0, 00010739 : 1
Quecks: Luft = 9311, 5 : 1
Wasser: Luft = 689, 74 : 1

91. Auch Scheuchzers Erfahrung giebt also die Luft gegen das Wasser dichter an, als man sonst annimmt (51).

92. Der Logarithme von 464 : 449 ist = 0,0142717; statt dieser Grösse habe ich in den bisherigen Rechnungen 0, 014272 angenommen, und hievon den Logarithmen gebraucht, weil ich, indem ich nächstvorhergehende Rechnung machte, nicht daran dachte, daß ich in Papieren, woraus gegenwärtige Untersuchung in Ordnung gebracht wird, schon der genannten Grösse Logarithmen genauer durch Proportionaltheile gefunden hatte. Mit diesem verbesserten Logarithmen die Rechnung von vorne zu machen, wäre die Zeit verschwendet, ich will ihn aber in nächstfolgenden Rechnungen brauchen. Diese Nachricht war ich dem schuldig, der mir etwa hie zur Uebung nachrechnen wollte.

93 Ich suche nähmlich, für Scheuchzers Erfahrung, den beständigen Coefficienten (39).

log c = 2, 8536982 (85)
abgezogen der
verbesserte Logar. = 0, 1544757 — 2 (92)

log B = 4, 6992225

Dieser Coefficient ist 50029.

Wenn man ihn mit 6 dividirt, bekömmt man 8338; den Coefficienten, mit welchem log (h : y) muß multiplicirt werden, die Höhe zwischen den Barometerständen h und y in Toisen zu bekommen.

94. Wie hoch die unterste Stelle, wo Scheuchzer beobachtete über einem Horizonte war, wo das Barometer bey 28 Zollen stünde?

95. Diese Frage beantwortet man aus (80). Es ist $\frac{f}{h} = \frac{928}{3.\ 12.\ 28}$ (85) $= \frac{58}{63}$. Der Logarithme hievon ist $= -0,0359125$. Diese Grösse mit B (93) multiplicirt, gäbe das Gesuchte; der verneinte Werth nach (81) zu verstehen.

Von dieser Grösse finde ich durch Proportionaltheile den Logarithmen $= 0,5552455 - 2$; und der zu log B addirt giebt 3,2544680, welches zu 1796,6 gehört. So viel Fuß betrug die gesuchte Höhe.

96. Wie hoch die Höhe für jeden Barometerstand über den Horizont (94) ist, berechnet man nach (82), so daß man log (h : y) sucht, und mit B (93) multiplicirt.

97. Für $y = 20$; hat man $h : y = 1,4$; der Logarithme hievon ist 0,1461280; dieser Grösse Logarithmen finde ich durch Proportionaltheile $= 0,1647335 - 1$; dazu log B addirt, kömt log $v = 3,8639560$; giebt $v = 7310,6$ Fuß $=$ 7310 Fuß 7,2 Zoll. Hr. de Luc in seiner bey ihm 184 Sei-

184 Seite befindlichen Tafel giebt auch so viel Fuß, und 8 Zoll an, welches sehr wohl zusammentrifft.

98. Zum Ueberflusse kann man auch x nach (39) berechnen.

99. In dem Exempel (97) wird $f : y = \frac{928}{720}$; der Logarithme davon ist 0, 1102155; dieser Grösse Logarithmen finde ich durch Proportionaltheile = 0, 0422427 — 1; und dazu log B addirt, kömmt log x = 3, 7414652 gehört zu 5514, 0.

So viel Fuß ist die Stelle, wo das Barometer bey 20 Zoll steht, über der untersten, wo Scheuchzer beobachtet hat.

Addirt man dazu, was (95) gefunden worden, so kömmt, wie gehörig, genau (97).

100. Den Barometerstand 28 Zoll nennt man gewöhnlich am **Ufer des Meeres**. Hr. de Lüc aber sagt §. 276; da stehe das Barometer bey $28\frac{1}{12}$ Zoll.

Wenn ich diese Angabe Hrn. de L. statt h brauche und daraus nach (82) für y = 20 rechne, so bekomme ich v = 7375, 2 Fuß; weit unterschieden von dem, was ich (97) mit Hrn. de L. so übereinstimmend herausbrachte. Er hat also selbst nicht nach dieser Angabe gerechnet, sondern auch hie, wie durchgängig in angeführter Tafel, 28 Zoll für den Barometerstand in dem Horizonte angenommen, über welchen man die Höhen gewöhnlich rechnet und den man am Meere nennt.

101. Das bisherige habe ich alles berechnet, wie mich dazu Hr. de Luc Nachricht von Scheuchzers Beobachtung veranlaßte. Die historische Quelle zu dieser Beobachtung ist Joh. Jac. Scheuchzers Bergreise 1707.

Diese Bergreise ist die sechste im II. Theile der Ausgabe, die Hr. Joh Ge. Sulzer von Scheuchzers **Naturgeschichte des Schweizerlandes** veranstaltet hat (Zürch 1746). Der II. Th. enthält nähmlich Sch. Bergreisen. Auf der 260 S. meldet Sch., er habe beym Pfeffersbade an einer Wand eine Höhe von 766 Zürcher Fuß, mit einem Lothe bestimmt und mit der Schnur gemessen; das Queckfilber habe unten 23 Zoll 2 Linien, oben 22 Zoll 4½ Linie Zürcher Maaß gestanden, die Abzählung sey aber nicht von der Höhe des Quecksilbers im untern Behältniß genommen worden.

Hr. Sulzer erinnert, Scheuchzer in Oreographia Helvet. 20 S. und dessen Sohn in Philos. Transact. n. 405 hätten die Höhe dieser Felswand und den Unterschied der Barometerstände; 714 Pariser Fuß, und 10 Pariser Linien angegeben, (wie 84) Es sey aber entweder in dieser Bestimmung oder in der Messung der Höhe des Quecksilbers ein offenbahrer Fehler; denn aus dieser Bestimmung folge: daß Pfeffers nicht einmahl 1200 Fuß über dem Meere sey, und das sey nach allen Beobachtungen falsch.

Die Höhe von 1200 Fuß folgt, wenn man Hrn. Daniel Bernoullis Formel annimmt, (Man s. unten

s. unten 172), aus dem, was Scheuchzer und sein Sohn angeben, berechnet, das Barometer falle in selbiger Gegend um 1 Linie in einer Höhe von 71, 4 Fuß, und hieraus die mittlere Barometerhöhe selbigen Orts herleitet, wie (unten 179) gelehret wird.

Nun aber giebt Hr. Daniel Bernoulli selbst das, worauf er seine Regel gründet, nur für eine Hypothese an, (170) und unter den Erfahrungen, die er dabey zum Grunde legt, sind nicht alle ganz zuverläßig (174).

Wie kann also Hr. Sulzer etwas, das als Erfahrung angegeben wird, deswegen eines offenbahren Fehlers beschuldigen, weil es mit einer so hypothetischen, unsichern Rechnung nicht übereintrifft? Hypothesen müssen aus Erfahrungen beurtheilet werden, nicht Erfahrungen aus Hypothesen.

Ich habe untersucht, was die Zürcher Maasse, die Scheuchzer hie nennt, in pariser betragen möchten.

Nach Crusens Contoristen hält der Zürcher Fuß 133, 1 pariser Linie. Daraus aber finde ich 766 Zürcher Fuß = 708, 02 pariser, und so kann Scheuchzer diese Vergleichung nicht gebraucht haben.

Aber den Zahlen von Zürcher und pariser Fuß die er einander gleichgültig setzt, gemäß, finde ich log (714: 766) = 0, 9694694 — 1, und dazu log 144 addirt, bekomme ich einen Logarithmen, welcher am nächsten zu 134, 22 gehört. So viel

pariser Linien hält der Zürcher Fuß, wenn 766 Zürcher = 714 pariser sind.

Aber die Verhältniß zwischen beyden Fussen läßt sich auch daraus berechnen, daß Scheuchzer die beyden Barometerstände in Zürcher Maasse angiebt, und darnach ihren Unterschied in pariser Linien.

Nur muß man dabey folgendes bemerken: Scheuchzers Zürcher Zoll und Linien sind Zehntheile und Hundertheile seines Zürcher Fusses. Also sind, den Fuß zur Einheit genommen, seine beyden Barometerstände in Zürcher Maasse folgende:

| | |
|---|---|
| unten; | 2, 32 |
| oben | 2, 245 |
| Unterschied | 0, 075 |

Daß man Decimaltheile des Fusses verstehen muß, erhellt auch daraus, daß Sch. selbst sagt, der Unterschied betrage $7\frac{1}{2}$ Linie, welches vollkommen mit meiner Rechnung übereinstimmt.

Also ist 0, 075 Zürch. F. $= \frac{10}{144}$ par. Fuß

oder Zürch. Fuß $= \frac{10}{10,8}$ pariser.

Das giebt den Zürcher Fuß = 133, 33 pariser Linien.

Und log (10 : 10,8) + log 766 giebt einen Logarithmen, der zu 709, 2 gehört. Also gäben 766 Zürcher Fuß nur 709, 2 pariser, statt 714.

Folglich

Folglich stimmen Scheuchzers Ausdrückungen seiner Höhe, und seines Unterschiedes der Barometerstände, in pariser Maasse nicht überein.

Und so zeigt sich, daß, bey der Verwandlung des Zürcher Maasses in pariser, vermuthlich ein Rechnungsfehler vorgegangen ist. Wo derselbe steckt, und wie das zürchische ins französische zu übersetzen ist, hätte vielleicht Hr. Sulzer entdecken und Scheuchzers Fuß ausfündig machen können.

Uebrigens giebt Sch. selbst einen Fehler bey seiner Beobachtung an, ohne daß man nöthig hat, einer Hypothese wegen, einen anzunehmen. Er habe die Abzählung nicht von der Höhe des Quecksilbers im untersten Behältnisse genommen.

Er hat also nur bemerkt, wie viel es oben gesunken, nicht wie viel es unten gestiegen ist, und weiß so nicht ganz eigentlich, wie viel sich die Quecksilbersäule verändert hat.

Bey gewöhnlichen Barometerbeobachtungen macht man aus dieser Unrichtigkeit eben nicht gar zu viel, wenn das Gefäß nur mäßig weit gegen die Röhre ist.

Beym Höhenmessen aber, wo man den Barometerstand selbst in kleinen Theilen einer Linie zu haben wünscht, könnte sie doch wohl nicht ganz unbeträchtlich seyn.

Und dieser Umstand erregt schon den Verdacht, Scheuchzers Barometer, von dem mir keine ausführliche Beschreibung bekannt ist, könnte

 vielleicht

vielleicht nicht alle Vollkommenheit gehabt haben, die man fodern könnte, wenn man aus Beobachtungen mit demselben allgemeine Regeln herleiten sollte, ob es gleich immer gut genug gewesen wäre, Höhen an den Oertern, wo Sch. es gebraucht, einigermaassen anzugeben; Zu der ersten Absicht, allgemeiner Regeln, gehört, daß es mit andern übereingestimmt hätte.

Scheuchzer hat wohl auf solche Erfodernisse nicht die gröste Aufmerksamkeit gewandt, das zeigt unter andern, daß er den Capuzinern auf St. Gotthard ein Barometer gelassen, und ihre Beobachtungen daran bekannt gemacht hat, man kann aber nicht leicht beurtheilen, wie dieses Barometer beschaffen gewesen, weil er die wirklichen Stände desselben nicht angegeben hat, das erinnert Hr. Lambert 116 Seite der unten (365) angeführten Schrift.

## Bouguer.

102. Bouguer giebt in seinem Buche la figure de la Terre . . . (Par. 1749; 4°) in vorangesetzter Voyage au Perou XXXVIIII Seite in einer Note, folgende Regel: manchen Lesern, wie er sagt zu gefallen.

Man drücke die Quecksilberhöhen im Barometer in Linien aus.

Man schlage in gewöhnlichen Tafeln, dieser Zahlen Logarithmen auf, und nehme derselben Unterschied.

Von

Von diesem Unterschiede ziehe man seinen dreyßigsten Theil ab.

Von dem, was übrig bleibt, behalte man nur die Kennzifer und die vier nächsten höchsten Zifern.

Das ist die relative Höhe der Oerter in Toisen.

103. B. nennt seine Regel sehr einfach, und so mag sie freylich auch manchem Barometerbeobachter scheinen, der nach einer leichten Regel, die man ihm angiebt, rechnet, ohne sich zu bekümmern, ja ohne im Stande zu seyn, einzusehen, worauf sie beruhet. B. sagt von ihrem Grunde nur: "Sie komme darauf an, daß sich die Dichten der Luft in geometrischer Progression ändern, indem sich die Höhen in arithmetischer ändern." Also diese wie die Logarithmen von jenen; Also nimmt B. das an, woraus die Formeln (22; 28) sind hergeleitet worden.

104. Noch erwähnt B., er habe am Ufer des Meeres das Barometer 28 Zoll 1 Linie = 337 Linien gefunden.

105. Man sieht hieraus, wo Hr. de Luc diese Zahl her hat. (100).

106. Von dem Unterschiede der Logarithmen die Kennzifer und die vier nächsten behalten, heißt, wie man leicht erräth, diese Zifern alle als ganze ansehen, folglich ihre niedrigsten, die Zehntausendtheile bedeuten, in Einer verwandeln, oder eigentlich: den Unterschied mit Zehntausend multipliciren,

 107. Den

107. Den dreyßigsten Theil vom Unterschiede abziehen, heißt: Neun und zwanzig behalten.

108. Bedeutet also h; y, zweene Barometerstände, z die Menge Toisen, welche auf die Höhe zwischen ihnen gehen, so ist nach 106; 107; Bouguers Regel

$$z = \frac{29000}{3} . \log (h : y)$$

109. Hie scheint es nun gleichgültig, ob man die beyden Barometerstände in Linien, oder in Zollen ausdrücken wollte, weil der Logarithme ihres Quotienten beydemahl eben derselbe bleibt.

Aber B. könnte sich vermuthlich gleich darnach gerichtet haben, daß er am Meere den Barometerstand (104) in Linien ausdrücken mußte.

Wenigstens leitet diese Anzeige von B., wie sich gleich in der Folge zeigen wird, darauf, zu entdecken, was er bey seiner Regel zum Grunde gelegt haben möchte; wofern seine Regel so beschaffen wäre, wie alle bisher gelehrte

110. Weil die Toise 6. 144 Linien hält, so ist aus 22; 26; 28;

$$z = \frac{h.\ k}{m.\ 6.\ 144} . \log (h : y)$$

111. Also (110; 108;) die Coefficienten gleich gesetzt; dazu (104) genommen, und die einzige Grösse, die so noch unbekannt bleibt, gesucht.

$$m = \frac{337 . k . 3}{29000 . 6 . 144}$$

112. Wenn

112. Wenn ich Quecksilber vierzehnmahl schwerer als Wasser annehme, welches der Wahrheit näher ist, als Halleys Verhältniß (33), so finde ich durch die Logarithmen die Verhältnisse der Dichten

Luft : Quecks. = 0, 000092958 : 1
Quecks. : Luft = 10764 : 1
Wasser : Luft = 768, 80 : 1

113. Also könnte B. seine Regel folgendergestalt erfunden haben: Er hätte eine gewisse Verhältniß zwischen den Dichten des Wassers, und der Luft am Meere, angenommen, daraus die zwischen Luft und Quecksilber hergeleitet, und sich so eine Formel nach der Anleitung gemacht, die Halley vorlängst gegeben hatte. Nun hätte er, um eine leichte Rechnung zu bekommen, das, was in den veränderlichen Logarithmen muß multiplicirt werden, so einfach als möglich zu machen gesucht. Dabey würde er sich denn freylich kleine Aenderungen in den Zahlen, aus denen dieser Coefficient entsteht, verstattet haben, um ihn endlich auf $\frac{290000}{30}$ zu bringen, welches die Bequemlichkeit gab, daß man nur $\frac{1}{30}$ abziehn darf. Es ist also nicht zu behaupten, daß B. genau die in vorigem Absatze berechnete Dichte der Luft angenommen, sondern nur eine die ihr nahe kömmt.

114. B. Coefficient (108) ist = 9666, 6...;

115. Setzt man Wasser 800 schwerer als Luft, und

und 14 mahl leichter als Quecksilber, so wird in (110) der Coefficient $= \frac{337 . 11200 . k}{864} = 10058$, sein Logarithme ist 4, 0025499.

116. Wenn man von diesem Logarithmen den Logarithmen von B. Coefficienten (108) abzieht, kömmt 0, 0172711; welcher zu 1, 0405 gehört. Berechnet man also nach B. Vorschrift eine Höhe zwischen zween Barometerständen, und addirt zu ihr 0, 0405 von ihr, so bekömmt man die Höhe zwischen eben den Barometerständen nach der Voraussetzung (115).

## Bouguers Exempel seiner Vorschrift.

117. Auf dem Pichincha, einem Gebürge in Peru, stand das Barometer 15 Zoll 11 Linien, zu Carabourou 21 Zoll $2\frac{3}{4}$ Linien. Dieser Grössen, in Linien ausgedruckt, ihre Logarithmen sind folgende:

| | | |
|---|---|---|
| log 254, 75 | = | 2, 4061141 |
| 191 | = | 2, 2810334 |
| Unterschied | = | 0, 1250807 |

Wenn man in diesem Unterschiede die Zehntausendtheile als Einer ansieht, was so herauskömmt mit 30 dividirt, und diesen dreyßigsten Theil abzieht, so bekömmt man folgendes:

| | | |
|---|---|---|
| | | 1250, 807 |
| Davon $\frac{1}{30}$ | = | 41, 693 |
| z | = | 1209, 114 |

Die

Die ganzen Toisen giebt B. als die gesuchte Höhe des Pichincha über Carabourou, und meldet, dieses komme mit der geometrischen Bestimmung überein.

118. Braucht man eben so statt des grössern beyder Logarithmen, den von 337 (104) so bekömmt man des Pichincha Höhe über das Meer 2383, 77 Toisen.

Und folglich die Höhe von Carabourou, welches der Erdmesser niedrigste Station war, über das Meer 1174, 6 Toisen.

119. Die Brüche von Toisen wird man freylich nicht für zuverläßig annehmen und zufrieden seyn, wenn nur die Ganzen erträglich richtig sind.

120. Observations des hauteurs, faites avec le baromètre au mois d'Aout 1751, sur une partie des Alpes . . . par M. Needham, sind zu Bern 1760 auf 34 Quartſ. herausgek. Dabey befindet sich ein Brief, den Hr. Bouguer kurz vor seinem Tode an Hr. Needham geschrieben hat.

121. Hr. B. meldet darinnen: seine Methode sey nur für Berge gut, die hoch genug sind, daß des Quecksilbers Stand im Barometer nicht sehr veränderlich ist.

122. Es ist begreiflich, daß jede Höhenmessung mit dem Barometer voraussetzt, das Quecksilber sinke, wenn man höher steigt, nur weil der Druck der Luft in grösserer Höhe abnimmt. Hätte, indem man höher steigt, der Druck der Luft durchaus abgenommen, so daß ein Barometer, welches

ches man unten gelassen hätte, auch gesunken wäre, so dürfte man offenbahr das Sinken dessen, das man auf die Höhe gebracht hat, nicht ganz allein auf die Rechnung der Höhe schreiben.

Was also Hr. B. sagt, ist nicht, wie es anfangs scheinen möchte, eine Unvollkommenheit seiner Regel, sondern eine allgemeine Bemerkung.

Wenn man mit einem Barometer von einer niedrigern Stelle auf eine höhere steigt, und dazu so wenig Zeit braucht, daß man annehmen darf, der Druck der Atmosphäre verändere sich indessen nicht merklich, so kann man freylich nach jeder Regel, die man sonst für richtig annimmt, rechnen.

Ist aber zu diesem Steigen lange Zeit nöthig, wie wenn man etwa auf einer Bergreise solche Beobachtungen machen wollte, so müßte man wohl an einem gewissen Orte ein Barometer zurücklassen, das mit dem, welches man auf der Reise braucht, übereinstimmte. Das müßte jemand, von Zeit zu Zeit beobachten, und nur die Vergleichung dieser Beobachtungen mit jenen gäbe an, woraus man die Höhen, auf denen man gereiset ist, berechnen müßte.

Diesen Vorschlag hat auch Hr. de Luc gethan.

123. Hr. B. erinnert ferner im angef. Briefe, seine Methode gebe nicht unmittelbar die Höhe der Berge über das Meer, sondern, wieviel ihre Höhe weniger beträgt, als des Pichincha seine, den er zur Gränze genommen habe, weil er ihn für den höchsten der Berge hielt, auf die man kommen

men könne. Er habe ihn durch geometrische Messung 2434 Toisen über das Meer gefunden.

Diese Höhe ist also etwa um 50 Toisen grösser als die, welche nach Hr. B. Regel berechnet würde (118).

124. Aus ihr = z in (110) dem dortigen h = 337 (104) y = 191 (117) findet sich

$$m = \frac{337 \cdot k. \log (337 : 191)}{864 \cdot 2434}$$

Hieraus habe ich berechnet (wie 112)

Luft : Quecks. = 0, 000090991 : 1
Quecks. : Luft = 10990 : 1
Wasser : Luft = 785, 01 : 1

Logarithme des Coefficienten (110) = 3, 9943337

Der Coefficient selbst = 98703

Welchen man also mit Bouguers seinem (114) vergleichen kann.

125. Der im vorigen Absatze gefundene Coefficient, mit log (h; y) multiplicirt, gäbe die Höhe des Orts, wo y der Barometerstand ist über dem Meere (110). Und diese Formel wäre aus Grössen, die B. als beobachtet angiebt, aus seinen Barometerständen am Meere und auf dem Pichincha, dem Grundsatze, den er annimmt, gemäß hergeleitet.

Wenn ich in ihr y = 254, 75 setze (117) so finde ich die Höhe über dem Meere

von

| | | |
|---|---|---|
| von Caraboußou | 1199, 4 | Toisen |
| Aber von Pichincha | 2434 | aus geom. Meſſ. |
| P. über Carab. | 1235 | |
| auch geom. beſtimmt. | 1209 | |
| Unterſchied | 36 | |

126. Aus B. Erfahrungen folgt alſo eine Formel, die nicht völlig ſeiner Vorſchrift gemäß iſt. Hat er in ſeiner Vorſchrift nur eine leichte Rechnung zu erhalten geſucht, und dabey die Schärfe etwas beyſeite geſetzt, weil ſich doch freylich das Geſuchte hie nicht in größter Genauigkeit erhalten läßt? Oder hat er bey den Erfahrungen, die ich aus ihm angeführt habe, Verbeſſerungen nöthig gefunden, nach denen ſie wohl etwas geben könnten, das ſeiner Vorſchrift näher käme? Es wäre gut, wenn Bouguer ſich hierüber erklärt, und auch an Leſer gedacht hätte, die nicht blos nach einer einfachen Regel rechnen, ſondern auch gern wiſſen wollen, warum ſie ſo rechnen.

127. Hiebey klingt nun noch ſonderbarer, daß B. Regel unmittelbar die Tiefe unter dem Pichincha, nicht die Höhe über dem Meere, angeben ſoll.

Die Formel (108) müßte eigentlich für ſie ſo ausgedruckt werden, daß z, Tiefe unter dem Pichincha, und h den Barometerſtand auf ihm bedeuten, da denn

$$z = \frac{29000}{3} \cdot \log (y : h)$$

Die

Die Rechnung, welche man ihr gemäß führen muß, läßt sich in folgendem Exempel vorstellen, das beym Needham 16. S. steht. Auf dem Mont Tourné ist das Barometer 225 Linien. Von diesem Logarithmen den für 191 (117) abgezogen, bleibt 0,0711491 hie die Zehntausendtheile zu Ganze gemacht, kömmt 711,491

Davon $\frac{1}{30}$ = 23,716

bleibt 687,675 = O

abgezogen von 2434, = P

bleibt 1747, = Q

nähmlich O ist des Berges Tiefe unter dem Pichincha, P des Pichincha Höhe über dem Meere, also Q des Berges Höhe über dem Meere.

Needham braucht in seiner Berechnung dieses Exempels sogleich die Logarithmen nur bis auf Zehntausendtheil mit Weglassung der niedrigen Ziffern, und so findet er des Berges Tiefe = 688; Höhe = 1746.

128. Warum B. seine Regel so sonderbar abgefaßt hat, daß man bey ihr erst von oben herunter rechnen muß, und darnach wieder von unten rechnen soll; darüber wage ich eine Muthmaassung, wie ein Criticus in einem alten Autor eine Emendation ex ingenio.

Des Pichincha Höhe über dem Meere nahm B. für zuverläßig an, wie er sie geometrisch gemessen hatte.

Auch den Stand des Barometers auf diesem Berge, weil er vermuthlich glaubte, der Druck der Atmosphäre ändere sich daselbst nicht merklich. (120).

Dem Stande am Meere aber mochte er aus der entgegengesetzten Ursache nicht so viel trauen.

Und das könnte die Ursache seyn, warum er die Formel nicht braucht, die ich (125) aus seinen Barometerständen am Meere und auf dem Pichincha, und des Pichincha geometrischer Abmessung hergeleitet habe.

Diese Untersuchungen scheinen mich endlich auf die Spur zu bringen.

## Auf was für Abmessungen Bouguer seine Regel gegründet hat.

129. Er giebt die Barometerstände zu Carabourou und auf dem Pichincha an, auch wie tief der erste Ort unter dem letztern ist (117). Diese Zahlen brauche man in (39), den Coefficienten zu bestimmen, so:

Es ist $c = 1209$. Bedeutet dieses, als bejaht betrachtet, wie tief Carabourou unter dem Pichincha ist, so zeigen auch alle nach der Formel berechnete x; wenn sie bejahte Werthe bekommen, Tiefen unter dem Pichincha an; und so verwandelt sich sogleich die Rechnung, die man bisher von unten hinauf geführt hat, in eine von oben hinunter.

Ferner

Ferner $f = 191$; $g = 254, 75$; so ist log $(f : g)$ der (117) gefundene Unterschied, nur verneint, weil der grössere beyder Logarithmen abgezogen wird.

131. Nun finde ich dieses Unterschieds Logarithmen durch Proportionaltheile, und rechne damit so:

$$\begin{array}{rl} \log c = & 3,0824263 \\ \text{abgezogen } \log 0,1250807 = & 0,0971903 - 1 \\ \hline \log B = & 3,9852360 \end{array}$$

gehört zu 9665, 7 welches sehr wohl mit (114) übereinstimmt.

Dieser Coefficient ist verneint, weil log $(f : g)$ verneint ist. Er muß mit log $(f : y)$ multiplicirt werden; und dieser veränderliche Logarithme ist auch verneint. Also kömmt das Produkt: bejahte Tiefe unter dem Pichincha.

Wenn man des Coefficienten Logarithmen zu log 0, 0711491 addirt, kömmt 2,8377104; welcher Logaritme zu 688, 19 gehört. So genau stimmt dieses mit der Rechnung (127) überein.

132. Also hat Bouguer zum Grunde seiner Regel die Barometerstände zu Caraboureu, und auf dem Pichincha gelegt, nebst der geometrischen Bestimmung, wie tief der erste Ort unter dem letzten gelegen ist.

Des Pichincha Höhe über dem Meere hat er geometrisch gemessen, nicht aus seiner Regel berechnet. (123)

Daher muß man für jeden andern Berg, nach seiner Regel, erst die Tiefe unter dem Pichincha berechnen, und, aus ihr und des Pichincha geometrisch gemessenen Höhe über dem Meere, des Berges Höhe.

Auch wird seine Regel richtiger zutreffen, wenn der Berg nicht so gar tief unter dem Pichincha ist. Ist der Berg viel tiefer darunter als Carabourou, so ist das z, das B. Regel giebt (108), grösser als der Abstand der Horizonte vom Pichincha und von Carabourou, den B. zum Grunde gelegt hatte. Das heißt ohngefähr soviel: Man hat ein Paar Punkte in einer geraden Linie bestimmt, (P. u. C.) und nun soll man die Linie weit über diese Punkte hinaus verlängern.

So erhellt, warum B. Regel bey grossen Höhen für richtiger angegeben wird als bey geringen, auch die Veränderungen im Drucke der Atmosphäre bey diesen (122) beyseite gesetzt.

133. Mir ist nicht bekannt, daß jemand, was zu Bouguers Regel im Zusammenhange gehört, so vorgetragen hätte. Es ist freylich sonderbar, daß dieser Zusammenhang erst durch einen Brief, den Bouguer kurz vor seinem Tode geschrieben hat, muß entwickelt werden.

Hiedurch werden nun freylich die Untersuchungen von 109. 116 zu ihrer Hauptabsicht, den Grund von Bouguers Regel zu entdecken, fruchtlos, ich hätte aber doch das meiste oder Alles, was

in

in ihnen enthalten ist, beybringen müssen, zu zeigen, worinnen sich B. Regel von der unterscheidet, die man finden würde, wenn man die Erfahrungen die B. in seinem Buche angiebt, auf die sonst gewöhnliche Art braucht. Und so habe ich lieber die Gestalt von Untersuchungen behalten wollen.

## Wenn man Bouguers Regel (127) seinen Barometerstand auf dem Pichincha (117) und dieses Berges geometrisch bestimmte Höhe (123) annimmt; was folgt daraus für ein Barometerstand am Meere?

134. Es versteht sich, daß man voraussetzt B. Regel gelte vom Pichincha bis ans Meer herunter, welches er freylich nicht behauptet.

Also in (127) $z = 2434$; $h = 191$; und

$$\log y = \frac{3 \cdot 2434}{29000} + \log 191$$

Von der Zahl suche ich den Logarithmen, und finde aus ihm durch Proportionaltheile die

$$\begin{aligned} \text{Zahl} &= 0,2517931 \\ \text{addirt zu } \log 191 &= 2,2810334 \\ \hline \log y &= 2,5328265 \end{aligned}$$

giebt den Barometerstand am Meere 341,05 Linien, also 3 Linien mehr als B. ihn angiebt (104).

Zur Probe ziehe man von dem nur gefundenen Logarithmen den von 191 ab, und verfahre mit

mit dem Reste nach B. Vorschrift, so bekömmt man genau 2434.

135. Ich weiß also nicht, wie groß der Gefallen ist, den B. manchem Leser gethan hat (102), daß er ihnen eine so einfache Regel giebt, und dabey zu sagen vergißt, daß man nach ihr nicht, wie sonst gewöhnlich ist, vom Meere aufwärts, sondern vom Pichincha herunterwärts rechnen muß, und was er sonst noch alles Herrn Needham belehret, der aus Mangel, dieses Unterrichts, zuvor wirklich in Fehler gefallen war, in die zum Theil jeder fallen mußte, der eines so grossen Mannes Regel auf Treu und Glauben brauchte.

## Needham.

1713
1781

136. Ich sage zum Theil. Nähmlich daß Hr. Needham nach B. Regel vom Meere aufwärts rechnete, das hätte jeder andere, ehe B. das Gegentheil befahl, auch gethan. Aber da B. ausdrücklich den Barometerstand am Meere 337 Linien setzt, (104) so war Hr. N. nicht berechtigt, denselben nur 336 anzunehmen, und doch nach B. Regel zu rechnen, wie er in einer Tafel, die sich gleich im Anfange seiner Schrift befindet, gethan hat. Nachdem er Bouguers Unterricht bekommen hatte, und demselben gemäß, wie (127) zeigt, rechnete, bekam er die Höhen der Berge über das Meer 63 Toisen grösser, als er sie zuvor gefunden hatte. Und nun meynt er sey die Frage, wer von

1760

beyden

beyden fehle, ob Bouguer 63 Toisen zu viel, oder er so viel zu wenig, rechne?

Ich dächte: wer eines Andern Regel braucht, ohne ihre Gründe einzusehen; und diese Regel nicht so braucht, wie der Erfinder es vorschreibt, der sollte doch nicht fragen: ob Er fehlt oder der Erfinder.

137. Uebrigens meynt er: bey grossen Höhen über das Meer, auf welche allein B. seine Regel wolle angewandt haben, seyen 63 Toisen nicht beträchtlich. Daß sie es bey Höhen von ein paar Hundert Toisen sind, läugnet er nicht.

Nun ist doch die größte Höhe, wo Hr. N. gewesen ist, Mont Tourne' (127) und in ihr sind 63 Toisen 27½ mahl enthalten. Es ist wohl keine grosse Richtigkeit um den 28 Theil dessen, was man angeben will, ungewiß zu seyn.

138. Und nun schlägt Hr. N. 22. S. vor: Man soll ein Barometer am Meere beobachten lassen, ein anderes mit auf die Reise nehmen, und geringere Höhen, bis sich etwa das Quecksilber 38 oder 40 Linien senkt, d. i. Höhen von 5 bis 6 Hundert Toisen, nach B. Regel von unten hinauf rechnen, nicht zu vergessen, obbenannte 63 Toisen abzuziehen. Grössere Höhen soll man mit B. zuerst vom Pichincha herunter rechnen.

139. Vorschläge, welche zeigen, daß Hr. N. die Gründe von B. Regel nicht aufgesucht hat, und so was an sie flicken will, das nicht an sie paßt.

Ueberhaupt sieht man in dieser Schrift Hrn. N. keine Einsicht in die eigentliche Theorie der Höhenmessungen durchs Barometer, und deswegen wußte er freylich weder Bouguers ihm überschriebenen Unterricht zu brauchen, noch den Aufsatz von dem ich gleich reden werde, den er doch anführt.

## Noch einige vom Bouguer gemachte Erinnerungen.

140. Sie befinden sich in den Memoires de l'Acad. des Sciences 1753. 515 Seite der Pariser Ausg. des Aufsatzes Ueberschrift heißt: Ueber die Erweiterungen der Luft in der Atmosphäre. (Sur les dilatations de l'air dans l'atmosphère).

141. Hr. B. führt an: wenn man auch die Luft, sich hundertmahl, und zweyhundertmahl mehr ausbreiten lasse, als sie auf dem Gipfel der höchsten Berge ausgebreitet seyn kann, so verhalte sich doch die Federkraft einer und derselben Masse Luft genau, wie ihre Dichte.

142. Die Art sich hievon zu versichern, die B. nur allgemein und kürzlich andeutet, ist die in (7) beschriebene. Er berichtet, er habe in America, mit seiner Reisegesellschaft zusammen, auch mit Hr. de la Condamine besonders, sehr viele Versuche darüber angestellt, und das Gesetz allemahl richtig befunden. Bey Röhren, die nicht durchaus gleich weit waren, hat er sich nicht begnügt, die Längen zu messen, sondern den innern Raum gemessen und

erklärt.

erklärt die Verhältnisse der Dichten, die er beobachtet hat, bis auf 0, 002 oder 0, 003 sicher.

143. Er trägt seine Regel vor, wie sie (102) erzählt ist, nur scheint es als liesse er gleich von den Logarithmen die Zifern, die niedriger als Zehntausendtheile sind, weg (127). Als den Grund seines Verfahrens giebt er an: Die Natur stelle uns Logarithmen in der Atmosphäre dar, aber da habe sie nicht die willkührliche Form der unsrigen angenommen, welche sich mit auf unsere Decimalarithmetik gründet, die Logarithmen der Atmosphäre seyen den in unsern Tafeln proportionirt, aber nicht dieselben, daher müsse man die unsrigen durch Vermehrung oder Verminderung auf die bringen, welche uns von den Verdichtungen der Luft dargestellt werden, und so sehe man den Grund, warum die vorgeschriebene Veränderung mit unsern Logarithmen müsse gemacht werden.

Diesen Grund sieht doch wirklich in dem Angeführten kein Mensch. Man sollte nicht glauben, daß ein Bouguer, so seicht, tiefsinnig klingend, vor der berühmtesten Akademie der Wissenschaften geschwatzt hätte!

144. B. meldet, seine Regel gebe oben auf dem Gebürge, wo die Franzosen gemessen haben, (la Cordeliere) kaum 7 bis 8 Toisen Fehler bey Höhen von 1500 bis 1600. Das (129) angeführte Exempel bringt er hie so bey, daß er ausdrücklich die Höhe des Pichincha über Carabourou

nennt, nicht von oben herunter rechnet, wie er Hrn. Needham belehrt hat (123).

145. Als ein ander Exempel giebt er: Auf einem Berge, Choussai, habe Hr. Godin das Barometer 17 Zoll 5 Linien gefunden; zu Alaussi, einem Flecken am Fusse des Berges, 17 Zoll $10\frac{1}{2}$ Linien; daraus folge nach seiner Regel die Höhe 698 Toisen und Hr. Godin habe sie geometrisch, 697 gefunden.

Die beyden Barometerhöhen sind in Linien, 253, 25 = 5. 50, 65 und 214, 5 = 5. 42, 9; Wenn ich mit den Logarithmen von 50, 65 und 42, 9 nach B. Regel verfahre, finde ich 697, 180, also mit der geometrischen Messung noch genauer übereinstimmend, als B. selbst angiebt. Dergleichen Beyspiele weiß B. mehr als 30 anzuführen.

146. Nun aber erinnert B., diese Methode in ihrer Allgemeinheit beybehalten, gelte nicht im untersten Theile der Cordeliere, nicht bey allen andern Gebürgen der heissen Zone, noch weniger in Europa. Daher hätten einige Naturforscher andere Methoden statt der gesucht, die sich auf die Logarithmen gründen; Solche Methoden möchten für gewisse Länder und Gebürge gut seyn. Sie setzten aber alle zum voraus, die Ausbreitung der Luft in unterschiedenen Höhen über den Horizont richte sich nicht nach einer geometrischen Progression, und daß die Federkraft jeder Masse Luft genau sich wie ihre Dichte verhalte, haben doch unzähliche Versuche, auf den höchsten Bergen und

am

am Ufer des Meeres, in der heissen Zone und in den gemäßigten, versichert.

Also entsteht die Schwürigkeit; warum man die Vergleichung zwischen Höhen und Barometerständen nicht allemahl so findet, wie eine natürliche Folge aus dem Gesetze der Federkraft der Luft sie angiebt?

147. Aus den Wirkungen der Wärme (9) läßt sich dieses, nach B. Gedanken, nicht zulänglich erklären, denn die Wärme sey nahe am Horizonte grösser als in der Höhe, und doch sey die Luft unten fast allemahl dichter als sie nach der Regel seyn solle. Wenn man den Barometerstand auf einem niedrigen Berge beobachte, und daraus ferner eines höhern Höhe darüber, etwa von drey bis vierhundert Toisen sucht, so wird man diese Höhe fast immer zu klein finden; zum Beweise daß die Luft an der Erde dichter ist, als sie nach der Regel seyn sollte, obgleich die Wärme da arbeitet, sie zu verdünnen.

Hr. B hält die Erläuterungen, die er über diese Schwürigkeit geben kann, nicht für zulänglich, aber doch zu fernern Untersuchungen dienlich.

149. Eine kömmt darauf an: Man dürfe nicht sicher voraussetzen, daß alle Theilchen der groben Luft einander gleich und ähnlich wären, folglich eins genau soviel Federkraft besitze als das andere. B. beruft sich dieserwegen selbst auf Leibnitzens Satz: daß es in der Natur nicht zwey vollkommen ähnliche Dinge giebt.

So wendet Bouguer auf die mathematische Naturlehre einen metaphysischen Satz an, den sonst jemand dadurch widerlegen wollte, daß ja die kleinsten Theilchen der Körper alle gleich schwer seyn müßten, . . Also Gleichheit und Aehnlichkeit verwechselte, da doch vermuthlich niemand einen Ducaten und das ihm gleiche Ducatengewicht für ähnlich halten wird.

150. Dieser Umstand, daß einige Lufttheilchen mehr oder weniger Federkraft haben mögen als andere, läßt sich nach B. Erinnerung durch bekannte Erfahrungen glaublich machen. Die Luft läßt sich von andern Materien gleichsam einschlucken, und sondert sich wieder von denselben ab. (Wie die gemeinsten Versuche mit der Luftpumpe zeigen.) In manchen dieser Zustände verliert sie, wie Hales gezeigt hat, fast völlig ihre Federkraft. Also giebt es ohne Zweifel Stuffen zwischen dem völligen Besitze der Federkraft und derselben gänzlichen Verluste. Es ist also natürlich anzunehmen, daß manche Luft schwächere Federkraft besitzt als andere. Uebrigens auch das Gesetz beobachtet, daß diese schwächere Federkraft sich in der Verhältniß der Dichte ändert. Von Hrn. B. und seiner Gesellschaft Erfahrungen (142) sind manche auf hohen Gebürgen angestellt worden, andere, in niedrigen Gegenden, in Wäldern, wo dicke Luft voll Dünste war. Allemahl haben sich die Federkräfte genau wie die Dichten verhalten, obgleich an manchem Orte die Federkraft der dasigen

gen natürlichen Luft viel schwächer seyn mußte als an andern.

151. Durch diese Bemerkung benimmt also B. alle Hoffnung, eine allgemeine Regel für die Vergleichung zwischen Höhen und Barometerständen a priori zu finden; weil wir nicht wissen, wie weit die Federkräfte der Luft an unterschiedenen Orten unterschieden seyn können.

152. Wahrscheinlich befinden sich am niedrigsten in der Atmosphäre die Theilchen, die am wenigsten elastisch sind. Ein Theilchen, das nur etwa anderthalbmahl elastischer wäre, als sonst gleiche Theilchen der Luft, die wir mit dem Oden in uns ziehen, könnte mit denen, die es hier umgeben, nicht im Gleichgewichte bleiben, es liesse sich nicht genug zusammendrücken, die eigne Schwere der Luft um uns zu erhalten; Also wird es aufwärts steigen, wo sich Luft sammlet, welche mehr elastisch ist als unsere.

153. So kann man nach B. Bemerkung, einer Luft, von der andern unterschiedene specifische Federkraft zuschreiben, wie man sonst Materien durch specifische Schwere unterscheidet.

Dieser Gedanke B. verdiente, meines Erachtens zu fernerer Untersuchung, in der Aerometrie angezeigt zu werden. Es ist sehr natürlich, bey elastischen Materien eben so gut was specifisches für ihre Gattung anzunehmen, als bey blos schweren. Allgemein könnte doch die Luft eine nicht

ganz

ganz unbestimmte, aber auch nicht aufs schärfste bestimmte Elasticität haben; wie nicht alles Wasser aufs genaueste einerley specifische Schwere hat, ob man gleich dem Wasser, allgemein betrachtet, eine gewisse Schwere zueignet.

Freylich käme es alsdenn auf einen Wortstreit an, ob man Luft, die bey einer gewissen Wärme eine etwas andere Federkraft hat, als Luft haben sollte, auch Luft nennen will? Ob man sie etwa als Luft ansehen will, deren Federkraft durch Beymischung anderer Materien ist verändert worden, und dieser Beymischung gemäß Arten von Luft machen will, wie Wallerius in seinem Wasserreiche Arten von Wasser gemacht hat, wie man Alcohol, Weingeist und Branntewein unterscheidet.

154. B. giebt geometrische Möglichkeiten an, wie Schichten von mehr elastischer Luft unten, von weniger elastischen oben, seyn könnten; Aber dieses Gleichgewicht würde durch die geringste Bewegung gestört werden, und sich nicht wieder herstellen.

Ohngefähr wie es geometrisch möglich ist, eine Schicht schwerer flüssigen Materie über leichtere zu denken. Hydrostat. 32.

155. Durch Winde, Wärme u. d. g. werden in der niedrigern Gegend der Atmosphäre immer Theile von unterschiedener specifischen Federkraft untereinander gebracht. In der höhern ist Alles in einem ruhigen Gleichgewichte. Das giebt

B. mit

B. mit als die Ursache an, warum sich durch die Logarithmen die Unterschiede der Höhen hoher Berge sicherer finden lassen; Wenn man sich nähmlich des Barometers von Höhen, die sechs bis siebenhundert Toisen betragen, bis zu 2400 oder 2500 bedient. In grössern Höhen Versuche anzustellen, verbot der beständige Schnee, welcher die höchsten Berge auch in der heissen Zone bedeckt.

156. Also muß man, nicht wie bisher gewöhnlich war, vom Ufer des Meeres die Höhen aufwärts suchen; sondern umgekehrt, Tiefe unter den höchsten Gränzen, wo die Intensität der Federkraft der Luft genau einerley ist, und wo sich zugleich der Stand des Quecksilbers an einem Orte weniger ändert (122). So kann man finden, wie viel die höchsten europäischen Gebürge niedriger als die Cordeliere; und daraus, wieviel sie höher als das Meer sind (127).

157. B. untersucht nun, ob sich nicht Mittel angeben liessen, die Anwendung der Logarithmen allgemein zu machen.

Wenn man an jedem Orte, wo man Barometerbeobachtungen machen will, das Gewicht der Luft fände, die einen gegebenen Raum, z. E. einen Cubikfuß ausfüllt, so liesse sich daraus beurtheilen, wie weit die Verhältniß der Dichten von der Verhältniß der druckenden Kräfte unterschieden wäre . . . Aber Luftpumpe mit dem nöthigen Zubehör läßt sich auf Bergreisen nicht wohl mit herumführen.

158. Wenn

158. Wenn man eine Kugel oder einen Cylinder, an einen Faden gebunden, schwingen läßt, so ist klar, daß die Schwingungen dieses Pendels, wegen des Widerstandes der Luft, nach und nach in kleinere Räume auslaufen werden.

Newton hat sich schon solcher Pendel in unterschiedenen flüssigen Materien bedient, dadurch die Dichten dieser Materien miteinander zu vergleichen. (Princip. L. II. Sect. 7. Prop. 40. Schol.

Dieses Mittel schlägt B. vor, die Dichten der Luft an unterschiedenen Stellen zu vergleichen, und erwähnt Einiges von Versuchen, die er selbst damit angestellt hat, aber nicht genug, jemanden der sonst hievon nicht schon Kenntniß hätte, den nöthigen praktischen Unterricht zu geben.

Die Theorie davon, welche mit unter die schwersten, unter die vom Widerstande flüssiger Materien gehört, läßt sich hie nicht beybringen. Die Ausübung erfodert, meiner Einsicht nach, ausser mannichfaltigen Kenntnissen, so viel genaue Abmessungen und Umstände, daß nicht zu erwarten ist, sie werde von demjenigen gehörig bewerkstelliget werden, der sie nur als ein Hülfsmittel brauchen wollte, Höhenmessungen mit dem Barometer zu berichtigen. B. beschäfftigte sich ohne Zweifel mit diesem und andern Pendeln sonst aus mancherley Absichten, und war als Astronome damit umzugehen geschickt.

159. Bouguer hat auf diese Art, mit Zuziehung der Barometerbeobachtungen an unterschiedenen Stellen vom Pichincha herab bis ans Ufer des Meers, specifische Elasticitäten und Dichten mit einander verglichen, und stellt die Resultate davon in einer Zeichnung vor, wo die Höhen vom Ufer des Meeres als Abscissen angenommen, und an sie als Ordinaten dreyer Linien, Barometerhöhen, Dichten, und specifische Elasticitäten gesetzt sind. Die letzte wird von Quito bis zum Pichincha, eine gerade Linie, der Abscissenlinie parallel, weil in solchen grossen Höhen die specifische Elasticität der Luft fast ungeändert bleibt. (155)

Uebrigens giebt B. selbst diese Resultate nicht für ganz sicher aus, weil zwischen manchen Erfahrungen ziemlich viel Zeit verflossen ist, an manchen Stellen, die Beschaffenheit des Bodens, durch Wärme u. s. w. Unrichtigkeiten kann verursacht haben.

Und wer etwa Bouguers Erfahrungen nicht vollkommen traute, weil B. Werkzeuge nicht die vollkommensten gewesen seyn mögen, der könnte leicht muthmaassen, seine krumme Linie der Elasticitäten sey die krumme Linie der Irrthümer, welche bey den unterschiedenen Messungen begangen worden, die er gebraucht. So drückt sich der so billige, und gegen einem so grossen Landsmann gewiß hochachtungsvolle Hr. de la Lande aus; Connoiss. des mouvements celestes; 1765.

 p. 215;

p. 215; wo er von Höhenmessungen mit dem Barometer Nachricht giebt.

Bouguer zeigt nicht wie er die Zahlen, die bey seiner Zeichnung stehen, aus einander berechnet hat. Es wird also gut seyn, daß ich über diese, ohnedem noch nicht gar zu gemeine Untersuchung, etwas beybringe.

## Vergleichung, zwischen Barometerhöhen, Dichten, und specifischen Elasticitäten.

160. Die Barometerhöhe zeigt das Gewicht an, mit welchem die Luft an einer gegebenen Stelle gedruckt wird.

Wenn zwo Luftmassen gleiche specifische Elasticitäten haben, so verhalten sich die Gewichte, die sie tragen können, wie ihre Dichten.

Das ist nichts weiter als die bekannte Voraussetzung (4).

Wenn zwo Luftmassen gleich dichte sind, so verhalten sich die Gewichte, welche sie tragen können, wie ihre specifischen Elasticitäten.

Das ist eigentlich Definition der specifischen Federkraft (153).

161. Man setze also, es gehören zusammen

| Elasticit. | Dicht. | Gewicht |
|---|---|---|
| E | D | P |
| e | d | p |
| E | d | x |

So

So ist, nach den beyden Grundsätzen:

$$\begin{array}{l} D : d = P : x \\ E : e = x : p \\ \hline D.E : d.e = P : p \end{array}$$

$$\frac{D.E}{P} = \frac{d.e}{p}$$

162. Man sieht leicht, was sich hieraus für Sätze herleiten lassen. Z. E.

Die Federkräfte sind, wie die Gewichte, mit den Dichten dividirt; $E : e = \frac{P}{D} ; \frac{p}{d}$

Auch: die Dichten sind, wie die Gewichte, mit den Federkräften dividirt.

163. Exempel des letzten Satzes: Bouguers Zeichnung giebt; Am Meere

Barometerstand; $P = 335$
Federkraft; $E = 194$
Dichte $D = 306\frac{2}{3} = \frac{920}{3}$

Auf dem Pichincha
$p = 191$; $e = 178$;

Also $\frac{335}{194} : \frac{191}{178} = \frac{920}{3} : d$

Wo $d = \frac{920.\ 191.\ 194}{335.\ 534}$

Den Logarithmen hievon finde ich 2,2800368 daraus d = 190,56. B. giebt es 191.

164. In diesem, sonst so lehrreichen Aufsatze, giebt doch Bouguer keinen deutlichen Beweis von seiner Regel, noch weniger zeigt er an, durch was für einen Kunstgriff er auf den Abzug des dreyßigsten Theils gefallen.

165. Da B. Regel so berühmt ist, und sich durch ihre Bequemlichkeit so sehr empfiehlt, ihre Gründe aber so wenig bekannt gewesen sind, so verdiente sie wohl daß ich so umständlich von ihr handelte. Wie sehr ist es aber nicht schade, daß sie nach seinem eignen Geständnisse in Europa nicht gelten soll, wenigstens nicht ausser den höchsten Alpen!

## Herr Daniel Bernoulli.

166. In Danielis Bernoulli Hydrodynamica, s. de Virib. et motib. fluidor. (Strasb. 1738: 4°.) betrifft der zehnte Abschnitt gegenwärtigen Gegenstand. Es sind darinnen sehr viel lehrreiche Bemerkungen zu Berichtigung dessen, was gewöhnlich hiebey zum vorausgesetzt wird, indessen erfodert der eigentliche Gebrauch dieser Berichtigungen noch Erfahrungen, bey deren Mangel Hr. Bernoulli selbst von seinen Untersuchungen noch keinen praktischen Nutzen versichert. Daher wird es hie genug seyn, hie nur das hauptsächlichste zu erzählen.

167. Die

167. Die Würkung der Wärme beyseite gesetzt findet Hr. B. auch aus seiner theoretischen Vorstellung, daß sich die Kraft durch welche die Luft zusammengedrückt wird, beynahe verkehrt wie der Raum verhält, den die Luft einnimmt. Er erkennt dieses für sicher bey Luft die dünner ist, als die uns gewöhnliche, ob es bey sehr viel dichterer statt finde, hält er noch für unausgemacht. (Aerometrie 65.)

168. Nun aber bemerkt er, daß Wärme und innere Bewegungen der Lufttheilchen unter einander, zugleich wachsen; daß deswegen eine Masse Luft mehr Federkraft bekomme, wenn sie wärmer wird, und daß sich, diese Bewegungen mit in Betrachtung gezogen, die Kraft, welche Luft in einen gegebenen Raum zusammendrucken kann, verhalte wie das Quadrat der Geschwindigkeit der Lufttheilchen, mit dem Raume dividirt.

169. Hieraus, mit mehr Untersuchungen verbunden, findet Hr. B. eine Differentialgleichung zwischen der genannten Kraft, der Höhe über den Horizont des Meeres, und der Geschwindigkeit der Lufttheilchen.

170. Nimmt man die Geschwindigkeit unveränderlich an, so bekömmt man die gemeine logarithmische Gleichung.

171. Hr. B. sucht ein Gesetz dieser Geschwindigkeit, das sich mit einigen Erfahrungen von Barometerhöhen, die er anführt, vergleichen läßt,

 sucht

sucht bey der so herauskommenden Integralgleichung die unveränderlichen Grössen auch aus Erfahrungen zu bestimmen und findet endlich folgendes.

172. Wenn y die Kraft bedeutet, mit welcher die Luft in der Höhe x über den Horizont des Meeres gedruckt wird, c diese Kraft am Ufer des Meeres; (diese Kräfte werden also durch die Höhen des Quecksilbers im Barometer vorgestellt), so ist

$$y = \frac{22000.\ c}{22000 + x}$$

173. Man findet hieraus sogleich

$$x = \frac{22000.\ (c - y)}{y}$$

Exempel. P. Feuillee fand auf dem Pic von Teneriffa das Quecksilber 17 Zoll 5 Linien = 209 Linien = y; am Ufer des Meeres 27 Zoll 10 Linien = 334 L = c;

Also die Höhe des Berges $x = \frac{22000.\ 125}{209} = \frac{22000000}{1672} = 13157,89$ Fuß. Durch die Geometrie fand F. diese Höhe 13158.

173. Wenn man bedenkt, daß F. Erfahrung mit unter die gehört, nach denen Hr. B. die Bestimmungen (170) gemacht hat, so wird man eben nicht

nicht erstaunen, daß die Regel hie so genau mit der geometrischen Angabe zusammentrifft.

174. Uebrigens möchte selbst F. Erfahrung nicht ganz sicher seyn, wenn beyde Barometerhöhen nicht an einem Tage sind beobachtet worden, wie Lulofs, (Kenntniß der Erdkugel, 198. §.) aus den Mem. de l'Acad. 1733. p. 60 anführt.

Hiezu kömmt, daß Feuillees trigonometrische Berechnung der Höhe nicht für ganz zuverläßig angesehen wird. Die vorhin angeführte Grösse beträgt 2193 Toisen; Er hat sich einer Grundlinie von 210 Toisen bedient, welche in dieser Länge ein Gefälle von 3 Toisen gehabt. Daraus hat Bouguer die Höhe des Berges etwa 2070 Toisen berechnet; Fig. de la T. pag. XLVIII. auch Hr. de la Condamine hat Mängel dieser Messung angezeigt. Mem. de l'Acad. 1757. p. 408. Dieses berichtet De Luc sur les Mod. de l'Atmosph. T. I. p. 164.

175. In den Actis Helveticis T. I. II. befinden sich vom Hrn. Daniel Bernoulli Anmerkungen über die allgemeine Beschaffenheit der Atmosphäre. So lautet wenigstens die Aufschrift der Uebersetzung, die sich im alten Hamburg. Magaz. 17. B. 2-3. St. befindet.

Die Uebersetzung ist nicht von mir, wie man sonst, wegen des Theils den ich an dieser periodischen Schrift hatte, wohl muthmassen dürfte. Hie erinnere ich solches besonders deswegen, weil der

Uebersetzer in einer Anmerkung 124 Seite gezweifelt hat, ob sich, auch bey ungeänderter Wärme, der Druck, den die Luft tragen kann, wie ihre Dichte verhält. Den Zweifel verstattet Bouguer, wenigstens bey verdünnter Luft nicht. (141).

176. Hr. Bernoulli hat vom Hrn. Condamine eine Tafel erhalten, welche die Höhe der Berge unter dem Aequator nach dem Stande des Quecksilbers anzeigt. Hr. Bouguer soll die Tafel verfertigt haben, und sie ist aus einer grossen Menge Beobachtungen erwachsen. Sie enthält: den Fall des Quecksilbers von 1 Linie bis 14 Zoll durch alle einzelne Linien, und die jedem Falle zugehörige Höhe der Berge.

Der Barometerstand am Meere ist nicht in ihr angegeben. Es wird aber zuvor gesagt, auf dem Pichincha stehe das Quecksilber 15 Zoll 11 Linien, und er sey 2464, Ruthen hat der Uebersetzer statt Toisen geschrieben, hoch. Nun stehen diese 2464 bey 12 Zoll 2 Linien Fall; also ist der Barometerstand am Meere die Summe dieses Falls und des Barometerstands auf dem Pichincha = 28 Zoll 1 Linie, welches Hr. Bernoulli auch in der Folge anzeigt.

Für 1 Linie Fall ist die Höhe 1494 Toisen
14 Zoll 2988

Wo das Barometer 14 Zoll gefallen ist, steht es 14 Zoll 1 Linie = 169 Linien hoch, aber $\frac{3}{2}\frac{0}{0}$ log (191: 169) giebt 513, 752; Soviel wäre nach Bouguers Regel der Berg, wo das Barometer 14 Zoll

Zoll gefallen ist, über dem, wo es 12 Zoll 2 Linien gefallen ist. Der letzte aber wird 2464 Toisen über dem Meere angeben, also käme der erste nach Bouguers Regel 2977; folglich 11 Toisen weniger als die Tafel angiebt.

Die Tafel scheint also nicht nach Bouguers Regel berechnet zu seyn.

Für den Pichincha nimmt sie den Barometerstand an, den Bouguer angiebt (117).

Aber die Höhe des Berges 30 Toisen grösser als Bouguers Messung (123) und 81 grösser als seine Regel (118).

Da nun gar nicht angezeigt wird, nach was für Gründen die Tafel berechnet ist, so weiß ich nicht wie zuverläßig sie ist.

177. Hr. Bernoulli macht über das, was ihm bey dieser Gelegenheit von den peruanischen Barometerbeobachtungen gemeldet worden, einige Anmerkungen. Weil Hr. Bouguer das Gesetz, daß sich die Federkraft der Luft wie ihre Dichte verhält, ziemlich mit der Natur übereinstimmend gefunden, sobald man auf gewisse Höhen, etwa über 1000 Toisen gekommen, so schließt Hr. Bernoulli, in der ganzen Atmosphäre herrsche einerley Grad der Wärme, sobald man ohngefähr 1000 Toisen über dem Meere sey. Daraus, daß nach der Tafel, in dieser Höhe, eine Linie Quecksilberfall zu 15, 5 Toisen Steigen gehört, folgert er die Dichte dieser Luft, und vergleicht sie mit der Dichte am Meer. Diese Vergleichung giebt die Luft

 am

am Meere dichter als der Fall des Barometers, wenn man vom Meere steigt, sie giebt; und so urtheilt Hr. Bernoulli, sie sey da durch die Wärme ausgedehnt, vergleicht die Wärme, die diese Ausdehnung veranlaßt, mit der, welche sich 1000 Toisen hoch befinden muß, und bringt ohngefähr die Verhältniß heraus, wie zwischen den Wärmen unserer Luft im Winter und Sommer. Das Resultat hievon ist: tausend Toisen über der Oberfläche des Meeres sey es in der Atmosphäre immer so kalt, als es in unserm Erdstriche in den größten Wintern ist.

Die Zahlen, auf welche Hr. Bernoulli seine Rechnungen gründet, sind nicht ganz sicher (176). Das dürfte die Verhältniß der Wärme etwas ändern, ohne doch das Resultat im Ganzen für unrichtig zu erklären.

Eine andere Erinnerung hiebey ist, daß die Federkraft der Luft noch durch andere Umstände veränderlich seyn kann, als durch die Wärmen (150). Hr. Bernoulli erkennt selbst, das Dünste hiezu vieles beytragen können, im zweyten Theile seiner Anmerkungen, wo er noch besonders über Barometerbeobachtungen auf dem St. Gotthardsberge und zu Zürch, Betrachtungen anstellt, die aber zu meiner gegenwärtigen Absicht nicht unmittelbar gehören.

Noch

## Noch Bemerkungen bey Hrn. Dan. Bernoullis Regel.

178. Wenn die Barometerstände (172) in Linien ausgedruckt sind, so setze man: zum Barometerstande $y - t$ gehöre die Höhe $x + u$ (wie in 60). Die Vergleichung, auch nach Hr. Bern. Formel gemacht, giebt die Rechnung $u = \frac{22000. c. t}{(y - t). y}$.

$$\text{Und } y = \frac{1}{2} t + \sqrt{\left(\frac{1}{4} t. t + \frac{22000. c}{u}\right)}$$

Die verneinte Wurzel der quadratischen Gleichung beyseite gesetzt.

Man nehme nun $t = 1$; so erhellt folgendes:

Man messe, wie hoch man steigen muß, bis das Barometer eine Linie fällt; So giebt sich daraus und aus c, der Barometerstand y.

Diese Arbeit scheint überflüßig; denn wenn man wissen will, wie hoch man gestiegen ist, daß das Barometer eine Linie fiel, so hat man ja schon beyde Barometerstände gemessen.

Auf der andern Seite scheint es, als müsse daraus oft was Ungereimtes folgen. Nähmlich c ist der Barometerstand am Meere, und der ist doch auch zu einer Zeit anders als zu der andern.

Gesetzt man wäre 104 Fuß gestiegen, bis das Barometer eine Linie fiel. Das also = u.

Nähme man nun den Barometerstand am Meere = 28 Zoll, so gäbe das einen gewissen Werth für y.

Nähme

Nähme man ihn = $28\frac{1}{2}$ Zoll, so gäbe es einen andern Werth für eben die Grösse.

Und so für jeden andern Barometerstand am Meere.

179. Folgendes ist die Auflösung beyder Schwierigkeiten.

In Hr. Bernoullis Formel bedeutet c den mittleren Barometerstand am Meere, der ist also von einer bestimmten Grösse.

Will man nach ihr die Höhe eines Orts über das Meer berechnen, so muß man dieses Orts mittlern Barometerstand haben.

Dazu gehört eigentlich eine Reihe Beobachtungen von etlichen Jahren. Und so könnte z. E. ein Reisender von der Höhe eines Berges, wo er nicht für gut befände eine Wohnung zu nehmen, nichts bestimmen.

Nun nimmt man aber an, daß die Barometerstände an unterschiedenen Orten, zu einer Zeit, eine bestimmte Verhältniß haben (Man s. hievon 31).

Also, unter c den mittlern Barometerstand am Meere verstanden, wird in Hrn. Bernoullis Formel, y den mittlern Barometerstand für die Höhe x bedeuten.

Und den also zu finden, ist das angewiesene Verfahren nützlich, solchergestalt auch von der zweyten Einwendung; daß y mehr Werthe bekommen würde die einander wiedersprächen, ebenfalls befreyt.

Hiebey

Hiebey kann einem der Zweifel einfallen, ob sich solche Schlüsse wie (31) sicher hieher bringen, wofern man die Wärme mit in Betrachtung zieht. Denn da könnte wohl, z. E. zu einer Zeit da der Barometerstand am Meere der mittlere ist, der an einem andern Orte nicht eben der mittlere seyn, weil durch Wärme oder Kälte die Dichte der Luft da etwa Aenderungen gelitten hätte, die sie am Meere nicht litt.

Diesen Zweifel stelle ich dahin, wo man die Zweifel hinstellt, die man nicht zu beantworten weiß.

Exempel. Man hat von einem Orte 194 Fuß steigen müssen, bis das Barometer eine Linie gefallen ist.

Der mittlere Barometerstand am Meere wird 28 Zoll; $4\frac{3}{4}$ Linien gesetzt.

Also c = 340, 75.

| | | |
|---|---|---|
| log 22000. c | = | 6, 8748585 |
| log u | = | 2, 0170333 |
| | | 4, 8578252 |
| halb | = | 2, 4289126 |

giebt y = 268, 48 Linien oder den mittlern Barometerstand des Ortes 22 Zoll 4 Linien.

## Hrn. Sulzers Tafel nach dieser Regel.

180. Hr. Joh. Georg Sulzer hat: Beschreibung der Merkwürdigkeiten, welche er auf einer 1742 gemachten Reise durch einige Orte des Schweizerlandes beobachtet hat, zu Zürch 1742. 4°. heraus-

40. herausgegeben. Im Anhange befindet sich zuerst eine Tafel nach Hrn. Dan. Bernoullis Formel berechnet. Den mittlern Barometerstand am Meere setzt er, wie ich im nächstvorhergehenden Exempel gethan habe.

Seine Tafel hat drey Columnen. Die I; ist überschrieben: Fall des Quecksilbers vor eine Linie; sollte eigentlich heissen: wie hoch man steigen muß, daß das Quecksilber 1 Linie fällt.

Die II. Höhe des Ortes über das Mittell. Meer.

Die III. Mittlere Höhe des Quecksilbers von 28 Zoll 4 $\frac{2}{3}$ Linien durch alle einzelne Linien bis 23 Zoll.

Hr. S. Vorschrift zum Gebrauche dieser Tafel, ist folgende: An dem Orte, dessen Höhe über dem Meere man wissen will, soll man eine Höhe von 150 oder 200 Fuß, wirklich messen; und bemerken, um wieviel das Quecksilber, von einer Gränze dieser Höhe zur andern, fällt. Aus diesem Falle, und der gemessenen Höhe, berechnet man, nur nach der Regel Detri, wie hoch man in selbiger Gegend steigen muß, daß das Quecksilber um eine Linie fällt. Was man so berechnet hat, sucht man in seiner 1. Columne auf; so steht damit in einer Zeile, in der dritten der mittlere Barometerstand des Ortes, und in der zweyten, desselben Höhe über das Meer.

Bey

Bey 104; steht der vorhin von mir gefundene Barometerstand, und des Ortes Höhe 5965 Fuß 2 Zoll.

Denn Hr. S. giebt in der I und II. Columne Fuße und zwölftheiliche Zoll an, ob er gleich selbst erinnert; Man könne unvermerkt wohl ein paar hundert Schuh irren.

Gründe dieses Verfahrens giebt Hr. S. nicht an. Daher wird, was ich zuvor davon beygebracht habe, nicht überflüßig seyn.

181. Hr. S. hat nach dem Ausdrucke von B. Formel $x = \frac{22000. c}{y} - 22000$ gerechnet. Ob er sich dazu der Logarithmen bedient hat, meldet er nicht. Wenn man sie braucht, so giebt dieser Ausdruck die Bequemlichkeit, daß man einen beständigen Logarithmen hat, von dem man nur log y abziehen darf. Und die Grösse, welche man so durch die Logarithmen berechnet, wird nie über 44000; also reichen die Logarithmen allemahl zu.

Indessen ist die Grösse allemahl mehr als 22000; Man findet sie also durch die logarithmischen Tafeln unmittelbar nur in Ganzen, und müßte allenfalls Zehntheile oder Hundertheile, durch Proportionaltheile suchen.

Das gäbe nun, zumahl für Barometerstände die den am Meere ziemlich nahe wären; x mit keiner grossen Schärfe.

Rechnet

Rechnet man nach 172; so verliert man den Vortheil des beständigen Logarithmens, kann aber x schärfer finden.

Ich habe ein Paar Glieder für Hr. S. Tafel berechnet, und so gefunden

| y | x |
|---|---|
| 339, 75 | 64, 753 Fuß |
| 240 | 9235, 4 |

Hr. S. setzt für den Fall der ersten und zweyten Linie, oder 28 Zoll 4 und 3 Linien, beydemahl 65 Fuß über dem Meere; bey meinem zweyten Barometerstande, von 20 Zollen, hat er nur 9227 Fuß 9 Zoll. Vielleicht hat er seine Rechnung mühsamer, und daher nicht so scharf geführt, als ich die meinige.

Man findet die Sulzerische Tafel auch bey des Giessenischen Hrn. Prof. Böhms gründlichen Anleitung zur Meßkunst auf dem Felde, wo sie die IIII der angehenkten Tafeln ist.

## Herr Sulzers Versuche.

182. Von Hr. Sulzern findet sich in den Memoires de l'Acad. Roy. des Sc. et des B. L. de Prusse 1753, ein, wie die Ueberschrift lautet: Neuer Versuch, über die Messung der Höhen vermittelst des Barometers. Man hat es übersetzt, im alten Hamb. Magaz. 17 Band 6 Stück.

183. Hr. S. hat Luft zusammengepreßt, im Wesentlichen, so wie es Mariotte u. a. vorlängst gemacht

gemacht, (Aer. 64) mit einigen Vorsichtigkeiten der Richtigkeit wegen, die er deutlich beschreibt, unter andern jedesmahl auf die Veränderungen der Wärme währendes Versuches acht gegeben, und solche in Rechnung gezogen, auch ziemlich starke Kraft zum Zusammenpressen angewandt.

184. Nur ein Beyspiel zur Probe zu geben: Das Barometer stand 29 rheinl. Zoll hoch, und eingeschlossene Luft so dicht als sie von der Atmosphäre im damaligen Zustande zusammengepreßt war, nahm einen Raum = 12 ein. Durch Aufschüttung einer Quecksilbersäule von 169, 2 Zoll, ward diese Luft in den Raum 1, 5 gebraucht. Die Dichte dieser zusammengepreßten Luft war $\frac{12}{1,5}$ = 8 mahl so groß als die Dichte der natürlichen Luft; die Kraft aber, welche sie so zusammenpreßte, war 29 + 169, 2 = 198, 2 Zoll Quecksilber. Diese Kraft $\frac{198,2}{29}$ = 6, 8344 mahl so stark als der Druck der Atmosphäre, wie ich durch die Logarithmen finde; Hr. S. hat 6, 835.

Eine Kraft also, noch nicht siebenmahl so stark als der Druck der Atmosphäre, machte die Luft achtmahl dichter als der Druck der Atmosphäre sie macht.

185. Dieß ist die stärkste Kraft die Hr. S. angewandt hat, Luft zusammenzupressen, und den

Versuch gehört in die dritte Reihe seiner Versuche, welche er für die zuverläßigsten angiebt.

186. Daß das Verhalten der druckenden Kraft zur Dichte nicht bey allen seinen Versuchen einerley herauskommen konnte ist, unter andern auch, wegen unvermeidlicher Fehler, leicht zu urtheilen. Hr. S. glaubt, man könne die Dichte durch eine Potenz des Druckes angeben, und den Exponenten dieser Potenz setzt er beynahe 1,0015; oder, wenn D die Dichte, P den Druck bedeutet, D = der Potenz von P deren Exponent 1, 0015 ist.

187. Also log D = 1, 0015. log P.

188 Es ist leicht nach (187) das Exempel (184) mit Hr. S. Angabe zu vergleichen. Ich setze, mit Hr. Sulzern, die Einheit, für die Dichten, die Dichte der natürlichen Luft, für die Drucke, den Drucke der Atmosphäre.

Also gehören in (184) zusammen, D = 8 und $P = \frac{198, 2}{29}$

Nun ist log P = 0, 8347056; dieses mit 1,0015 multiplicirt, giebt 0, 8359576, und diesem Logarithmen gehört die Zahl 6, 854.

189. Wenn man den Exponenten allgemein = $\pi$ nennt, so ist aus (187) $\pi = \frac{\log D}{\log P}$. So erhellt, wie sich der Exponent aus Versuchen bestimmen läßt.

190. In

190. In Hrn. S. erstem Versuche der dritten Reihe, ist, die Einheiten wie in (188) verstanden,

$$D = \frac{12}{11};\; P = \frac{31,2}{29};\; \text{also}\; \pi = \frac{377885}{317566}.$$

Davon der Logarithme, = 0, 0762100 = zu der Zahl 1, 1917 gehört.

191. Hr. S. hat seine drey Reihen Versuche in eine Tafel gebracht; wenn ich aus jedem ersten Versuche einer Reihe nach Hr. S. Zahlen den Exponenten suche, so bringe ich jedesmahl beträchtlich mehr heraus, als was er (186) als den Exponenten angiebt, welcher aus den ersten Resultaten seiner drey Versuche beynahe folgte. Ich muß also wohl diesen seinen Ausdruck nicht, wie er will, verstehen.

192. Indessen stimmen alle Versuche Hrn. S. an der Zahl 42; darinnen überein, die Dichte zusammengepreßter Luft grösser zu geben, als sie wäre, wenn sich die Dichte wie die druckende Kraft verhielte, wovon (184) ein Beyspiel ist.

193. Man muß freylich hiebey annehmen, daß es Hr. Sulzern, bey der von ihm angewandten Vorsichtigkeit, möglich gewesen ist, die Räume, welche die zusammengepreßte Luft einnahm, so genau zu messen, daß nicht etwa Fehler der Messung, für Abweichung von dem sonst angenommenen Gesetze, sind angesehen worden.

Verhielten sich die Dichten, wie die druckenden Kräfte, also die Räume verkehrt wie diese

Kräfte, so käme in (184) der Raum der zusammengepreßten Luft $= \frac{29}{198,2} . 12 = 1,7558$ wenn der natürliche Raum $= 12$. Hr. S. fand ihn $= 1,5$ ohngefähr um $\frac{1}{60}$ des Raums der natürlichen Luft kleiner. Er muß also auf Sechzigtheile dieses Raums sicher gewesen seyn, wenn aus diesem Versuche, einzeln betrachtet, etwas gegen das gewöhnliche Gesetz folgen soll.

194. Hr. S. hat auch Versuche über die Ausbreitung der Luft durch Wärme angestellt. Er drückt sich so aus, als hätte er ein Mittel gefunden, die unterschiedenen Grade der Wärme, nach ihrer geometrischen Verhältniß, zu vergleichen. Wenn ein gewisser Grad der Wärme eine gebene Masse Luft in den doppelten Raum, und ein anderer Grad, eben die Masse in den vierfachen Raum ausbreitet, so ist ihm sehr wahrscheinlich, daß man ohne merklichen Irrthum werde annehmen dürfen, diese Grade verhalten sich wie 1 : 2. Zweifel, die er wegen dieser Proportion hatte, sind ihm verschwunden, nachdem er gesehen, daß auch Newton die Wärme nach Ausdehnung des Oeles geschätzt.

195. Daß Ausdehnung der Materien das sicherste Kennzeichen der Wärme ist, hat schon Boerhave in seiner Chymie gesagt; und also ist sehr natürlich darauf zu fallen, zweene Grade Wärme werden sich, wie die Ausdehnungen, verhalten, die von

von ihnen verursacht werden. Nur ist gewiß auch Hr. Sulzern bekannt, ob er gleich hie nicht scheint daran gedacht zu haben, daß diese Ausdehnungen von einerley Graden der Wärme, bey unterschiedenen Materien, nicht einerley Verhältniß haben, daß die beyden Grade, von denen er redet, nicht auch Oel, oder Weingeist, oder Quecksilber, aus dem doppelten Raume in den vierfachen ausdehnen werden.

196. Aus beyderley Versuchen nun, von der Ausdehnung durch die Wärme und von der Zusammenpressung, leitet Hr. S. eine Formel für die Vergleichung zwischen Barometerstande, und Höhe über den Horizont des Meers her. Sie erfodert nichts als eine leichte Integralrechnung, und ich würde sie also hie beybringen, wenn ich dächte, daß sie brauchbar wäre.

Aber die unveränderlichen Grössen darinnen müssen nach Hr. S. Versuchen bestimmt werden, und er giebt doch selbst solche in Kleinigkeiten nicht für ganz zuverläßig aus, ob er gleich aus solchen Versuchen, für diese Formel, Zahlen auf etliche Decimalstellen berechnet, und noch grosse &c. beygefügt hat.

197. Und nun wendet er seine Formel auf eine Beobachtung an, die er ungezweifelt für die richtigste unter allen erklärt. Sie ist aus Hr. Bouguers peruanischer Reise. Das Quecksilber stand am Meere nahe bey 28 Zollen, und in einer Höhe

von 14856 Fuß sank es um 12 Zoll 3 Linien. Darüber rechnet Hr. Sulzer nach seiner Formel, und bringt die Höhe etwa 400 Fuß anders heraus, als sie ist gemessen worden.

Eine Formel, aus welcher man Etwas um mehr als seinen vierzigsten Theil anders herausbringt, als eine sehr richtige Beobachtung es angiebt, die wird doch wohl nicht zu ihrer Bestätigung mit einer solchen richrigen Beobachtung verglichen?

198. Hrn. Sulzers Versuche können überhaupt zur Kenntniß d r Luft nützlich seyn, aber zu der Absicht, welche die Aufschrift seiner Abhandlung verspricht (182), dienen sie gar nichts. Kommen wir denn in Luft, die fünf oder sechsmahl so stark gedruckt wird, als die, in welcher wir leben? Mit dem Barometer steigen wir nicht in dichtere Luft, sondern in dünnere, und diesem gemäß hatte auch Bouguer Verdünnungen der Luft untersucht (141), nicht Verdichtungen, und bey Verdünnungen das Gesetz richtig befunden, dem Hr. Sulzer bey Verdichtungen wiederspricht.

199. Wollte man auch die Luft am Fusse eines Berges, als dichter in Vergleichung mit der auf dem Gipfel, ansehen, so wird sie doch nie noch einmahl so stark gedruckt als die auf dem Gipfel. Also wäre in (187) allemahl P kleiner als 2. Setze ich $P = 2$, so finde ich $\log D = 0, 3014815$, daher $D = 2, 0020$.

200. Also

200. Also, selbst Hr. Sulzers Exponenten angenommen, ist in den Stellen, wo wir mit dem Barometer hinkommen, die Verhältniß der Dichten nicht merklich von der Verhältniß der druckenden Kräfte unterschieden.

201. Wer sich um Höhenmessungen mit dem Barometer bekümmert, sollte glauben, Hr. Sulzers Abhandlung sey für ihn wichtig. Die Belehrung, daß er sich irren würde, gehört also hieher, und diese Belehrung ließ sich nicht ohne ihre Beweise geben.

## Einige andere Voraussetzungen.

202. I. Unterschiedener anderer Mathematikverständigen Meynungen hat Lulofs gesammlet. Einleit. zur math. und phys. Kenntniß der Erdkugel 446 u. f. §. (meine Uebersetzung dieses Buchs ist zu Göttingen u. Leipzig 1755. herausgek.)

II. Maraldi nahm an, das Quecksilber sinke, vom Ufer der See bis 61 Fuß hoch, 1 Linie, nun wieder eine Linie, wenn man 62 F. höher käme, und wieder eine Linie, wenn man von da 63 Fuß höher käme u. s. w. oder er theilte die Atmosphäre in Schichten, jede einen Fuß grösser als die nächst niedrigere, und jeder Schicht, meynte er, gehöre eine Linie Barometerfall.

III. Feuille'e machte auch solche Schichten, nur jede um 2 Fuß grösser.

IIII. Cassini nahm an, die Ausdehnung der Luft verhalte sich verkehrt wie das Quadrat des

Drucks, die Luft sey viermahl dünner, wo sie 14 Zoll Quecksilber hält, als wo sie 28 hält.

V. Diese Voraussetzungen anzuführen, gehört zur Geschichte der Untersuchung, wie sie aber nicht auf sicheren physischen Gründen beruhen, so verdienen sie keine besondere Aufmerksamkeit.

203. Da Cassini ein anderes Gesetz der Dichten annimmt, so verlohnt es sich doch der Mühe, zu berechnen, was daraus folgt.

Wenn man die Buchstaben zur Rechnung aus (12 u. f.) nimmt, so gehört, nach Cassini, zur Höhe x über S; die Dichte der Luft $my^2 : f^2$

Also bekömmt man aus (15) $-\frac{my^2\,dx}{f^2} = dy$.

Dieses integrirt, giebt $x = const + \frac{f^2}{my}$

und $x = \frac{f}{m} . \left(\frac{f}{y} - 1\right)$

Nimmt man an, dem Barometerstande $y - t$ gehöre die Höhe $x + u$, so hat man eine zweyte Gleichung; Wenn in solcher Alles übrige gegeben ist, findet sich

$$m = \frac{f}{x + u} . \left(\frac{f}{y - t} - 1\right)$$

Lulofs 447 §. meldet, an der See stehe das Quecksilber 28 Zoll; Das wäre also $f = y$ für $x = 0$;

$x = 0$; Und 63 Fuß hoch, stehe es 27 Zoll 11 Linien; Also $u = 63$; $t = \frac{1}{144}$; $f = \frac{336}{144}$;

Folglich $m = \frac{336}{144 \cdot 63} \cdot \frac{1}{335}$.

Das Quecksilber 14 mahl schwerer als Wasser gesetzt, also; Wasser : Luft $= 1 : 14\,m$, finde ich das Wasser 646,09 mahl schwerer als diese Luft.

Auch ist der Coefficient $\frac{f}{m} = 335 \cdot 63 =$ 21105;

Cassini hat wohl an Integriren, und an solche Betrachtungen wie Hr. Daniel Bernoulli angestellt, nicht gedacht. Seine Voraussetzung führt gleichwohl auf eine Gleichung, die von der Bernoullischen nur im Coefficienten unterschieden seyn könnte. (172) Wenn bey jener c, hie = f wäre, welches aber nicht ist (180).

Ich habe nach der gefundenen Formel die Höhe berechnet, welcher der Barometerstand 18 Zoll gehört oder, wo es 10 Zoll gefallen ist. Ich finde sie 11725 Fuß = 1954 Toisen 1 Fuß. Lulofs hat 1947. Sein Vortrag aber zeigt, dieses sey so gefunden, daß man, wie Mariotte that, Schichten addirt, und das giebt zu wenig. (61)

## Ueber eine Schwierigkeit, bey der Voraussetzung daß sich die Dichte der Luft wie der Druck verhalte.

204. Wenn man sich vorstellt, daß die Atmosphäre irgendwo aufhört, so wird die Luft an dieser obersten Gränze nicht gedruckt; Ihre Dichte müßte also = 0 seyn.

205. Dieser Ungereimtheit auszuweichen, könnte man setzen, die Dichte verhalte sich, wie der Druck + einem gewissen unveränderlichen Gewichte, das für jede Dichte, jeden Druck, immer dasselbe bleibt. Wenn man es = P setzte, so würde in (17) die Proportion so gemacht werden.

$$f + P : y + P = m : m \frac{(y + P)}{f + P}$$

Das vierte Glied gäbe die Dichte der Luft in K.

206. Diese Erinnerung macht Hr. D'Alembert in seiner Preisschrift: Reflexions sur la cause generale des vents . . . (Berlin 1747) §. 80. Auch Traité de l'équilibre & du mouvement des fluides §. 81. wo er sich auf Varignon Mem. de l'Acad. 1716. beruft:

207. Wenn man dieses annehmen will, so ist schwer abzusehen, wie sich die Grösse P bestimmen liesse. Freylich gäbe sich solche aus der Dichte der Luft, da wo das Quecksilber alles aus dem

Barome-

Barometer gesunken wäre: Diese Dichte wäre = $\frac{m}{f + p}$. Aber woher wüßte man sie? Die Einführung dieser beständigen, aber auch beständig unbekannten, Grösse würde uns also nur Formeln geben, die zur Anwendung auf die Natur ganz unbrauchbar wären.

208. Natürlicher ist wohl zu sagen: was auch schon Jacob Bernoulli, und Euler gesagt haben, man s. meine Aerometr. 65. Euler Comm. Nov. Petrop. T. 13. p. 319.) Das Gesetz: die Dichte verhalte sich wie der Druck, sey nicht in geometrischer Schärfe und Allgemeinheit wahr. Es kann deßwegen immer noch für uns von sehr sichern und weitläuftigen Gebrauche seyn . . . Eben wie die Voraussetzung daß unsere Schwere eine unveränderliche Kraft sey, in geometrischer Schärfe nicht richtig, und doch der Grund unserer ganzen Mechanik ist.

209. Woher auch die Federkraft der Luft kömmt, kann man sich allemahl den Erfolg von ihr so vorstellen, als besässe jedes Lufttheilchen eine Kraft, das andere von sich zu stossen, ohngefähr wie Magnete deren gleichnahmige Pole gegeneinander gekehrt sind. Die Stärke dieser Kraft wird sich vermuthlich nach ihrer Entfernung von einander richten, und in grösserer Entfernung geringer seyn. Lufttheilchen könnten also so weit von einander abstehen, daß sie nicht mehr merklich in einander wirkten, eben wie Magnete, die weit von einander

hängen.

hängen. So würden sie eine Luft ausmachen, die in der Dichte, welche sie hat, durch keinen äusern Druck brauchte erhalten zu werden, weil sie keine Bemühung anwendet, sich auszubreiten.

## Von des Hrn. Fontana Schrift, über die Barometerhöhe.

210. Delle Altezze barometriche, e di alcuni insigni paradossi, relativi alle medesime, Saggio analitico . . . del P. Gregorio Fontana, delle Scuole Pie, Pubbl. Professore di Matematica nella Regia Vniversità di Pavia, Socio dell' Accademia dell' Instituto di Bologna; Pavia 1771. 160 Octavs. Ich habe das Buch vom Verfasser bekommen, von dem ich im Vorbeygehen melden kann, daß er deutsche mathematische und witzige Schriften sehr wohl verstehen gelernt hat.

211. Der eigentlich hieher gehörige Inhalt des Buchs ist folgende Aufgabe: Man hat die Barometerhöhe am Meere; die Schwere ist veränderlich und verhält sich verkehrt, wie eine Potenz der Entfernung vom Mittelpunkte der Erde, deren Exponent gegeben ist; Wie groß ist die Barometerhöhe in einer gegebenen Stelle über dem Meere? das Gesetz der Dichte der Luft wird mit Hr. D'Alembert wie in (205) angenommen. Auch nachdem noch allgemeiner gesetzt: die Dichte verhalte sich wie eine Potenz des Drucks.

Die

Die Auflösung führt auf eine Differentialgleichung, in der die veränderlichen Grössen vermengt sind, man kann sie nach meiner Anal. Unendl. 412; integriren.

212. Uebrigens erhellt leicht, daß Hr. Fontanas Hauptabsicht hiebey gewesen ist, die Anwendung analytischer Kunstgriffe, zu Auflösung einer so allgemeinen Aufgabe, zu zeigen. In der Ausübung kann sie nicht vorkommen, weil wir immer in Stellen bleiben, wo die Schwere als unveränderlich anzusehen ist. Daher berechnet auch Hr. F. nur Exempel für solche Stellen, wovon er viel Nützliches beybringt, so wie er überhaupt lehrreiche Erinnerungen über die Anwendung der Mathematik auf die Naturlehre, die Gründe der Rechnung des Unendlichen, die Zahl, deren natürlicher Logarithm = 1 ist, u. d. g. giebt. Die auf dem Titel erwähnten Paradoxen finden sich nur in der allgemeinen Auflösung, wo sie aus den richtigen Bestimmungen des Unendlichen, Verneinten, u. d. g. zu erklären sind, und so darf ihre Ankündigung Niemanden bey dem gewöhnlichen Gebrauche des Barometers irre machen.

## Die Dichte der Luft zu finden, wenn sich die Schwere verkehrt wie das Quadrat der Entfernung vom Mittelpunkte der Erde ändert.

213. I. Ich will bey dieser Veranlassung diese Aufgabe auflösen, um nur einen Begriff zu geben, wie

wie man sich bey veränderlicher Schwere verhält. Bey Hr. F. Untersuchung ist nicht die Analysis schwerer, nur die Rechnung weitläuftiger.

II. Es sey (31 Fig.) S im Horizonte des Meeres, vom Mittelpunkte der Erde, um derselben Halbmesser, r entfernt. Also (wie in 12) K vom Mittelpunkte um r + x entfernt.

Die Schwere in S sey = 1; so ist sie in K;

$$= \left(\frac{r}{r+x}\right)^2$$

Die Dichte der Luft bey K sey v; bey S; m.

In einem Elemente der Höhe, dx; ist die Luftmasse vdx enthalten.

Und dieser Gewicht ist $\frac{r^2\, vdx}{(r+x)^2}$

Das Integral hievon ist das Gewicht der Luftsäule SK.

Das Gewicht der ganzen Luftsäule über S; wird durch die Quecksilbersäule ausgedruckt, die es erhält. Sie sey f.

Also das Gewicht der Luftsäule über K; =

$$f - \int \frac{r^2\, vdx}{(r+x)^2}$$

Nun verhält sich dieses Gewicht zu f wie v : m, weil sich die Dichten immer noch wie der Druck verhalten sollen.

In

In dieser Proportion die äusern und mittlern Glieder multiplicirt, bekömmt man die Gleichung

$$v . f = m . f - m . \int \frac{r^2 \, v dx}{(r + x)^2}$$

Differentiirt, und gehörig gerechnet

$$\frac{f dv}{m v} = - \frac{r^2 \, dx}{(r + x)^2}$$

III. Dieses wieder integrirt

$$\frac{f}{m} . \text{lognat } v = \text{Const} + \frac{r^2}{r + x}$$

Nun ist $v = m$ für $x = 0$.

Also $\frac{f}{m} . \text{lognat } m = \text{Const} + r$

Daher $\frac{r x}{r + x} = \frac{f}{m} . \text{lognat } (m : v)$

IV. Und, wenn lognat $e = 1$; hat man

$$\frac{m r x}{f . (r + x)} . \text{lognat } e = \text{lognat } (m : v)$$

Daher $v = m . e^{- m r x : f . (r + x)}$
wo sich für jede angenommene Höhe die Dichte berechnen läßt.

V. Ist $r$ unendlich gegen $x$; so verwandelt sich der Exponent von $e$ in $- m x : f$; Und da ist es soviel, als wäre die Schwere unveränderlich.

VI. Für

VI. Für ein unendliches x; wird in IV; der Exponent von e; = — mr : f; Hie ist r : f ziemlich groß, weil f etwa 28 Zoll und r mehr als 19 Millionen Fuß beträgt, (Geogr. 19) aber m, Zehntausendtheile beträgt, (46). Also wird v : m ein ziemlich kleiner Bruch.

VII. Hie also behält die Luft, in unendlicher Höhe, noch endliche Dichte.

VIII. Diese Untersuchung befindet sich beym Newton, Princ. Lib. II. Prop. 22; ziemlich weitläuftig und verwickelt; N. bedient sich dabey der Hyperbel. Etwas kürzer hat sie Cotes angestellt, Harmonia Mensurar. P. I. Prop. 5. Schol. Oper. Cotesii (Cantabr. 1722.) p. 18. Er braucht die logarithmische Linie, die er hiezu auf eine eigne Art verzeichnet, Abscissen von der Oberfläche gegen den Mittelpunkt nimmt, und an sie die Dichten als Ordinaten setzt.

## Tobias Mayers Tafeln.

214. Bey M. Erich Laxmanns sibirischen Briefen, die Hr. Prof. Schlözer herausgegeben hat, (Göttingen 1769. 8°) erwähnt Hr. Prof. Beckmann in einer Anmerkung 34 Seite, daß er zwo Tafeln zu Messung der Höhen mit dem Barometer besitze, die von dem seel. Mayer entworfen worden. Des Verfertigers Sohn Hr. M. Mayer hat sie von Hr. Prof. Beckmann bekommen, und mir eine Abschrift mitgetheilt, nach der ich von ihnen reden will.

215. Ihre

215 Ihre lateinische Ueberschrift meldet, daß sie Barometerhöhen mit zugehörigen Höhen über den Horizont des Meeres in pariser Maasse angeben. Von der Art ihrer Verfertigung und den Gründen, auf den sie beruhen, ist nichts angezeigt.

Sie gehen durch alle einzelne Linien der Barometerhöhen, die innerhalb ihrer Gränzen fallen.

216. Die erste von 28 Zoll 4 Linien und der Höhe 0 bis 15 Zoll 9 Lin., dazu die Höhe 2762 Toisen gehört.

217. Die zweyte fängt von 29 Zoll 6 Linien an, der sie 77 Toisen, als Tiefe oder verneinte Höhe giebt; Bey 28 Zoll ist ihre Höhe = 0; und ihr leztes Glied 14 Zoll 6 Linien mit 2859 T. Höhe.

218. Die Vorschrift, nach welcher die erste Tafel berechnet ist, habe ich so aufgesucht: In der Formel (39) ist der 1. Tafel gemäß f = 340 Linien; Für g = 20 Zoll = 240 Linien ist in dieser Tafel e = 1513 Toisen. Also überhaupt

$$x = \frac{1513.\ \log\ (340 : y)}{\log\ (34 : 24)}$$

Nun ist log (34: 24) = 0, 1512677;
Ferner log 0,1512677 = 0, 1797462 — 1
abzuziehen von log 1513 = 3, 1798389

log B. = 4, 0000927

gäbe B = 10002.

So verhielte es sich, wenn man annimmt, die Zahlen der Tafel seyn in der größten Schärfe zu verstehn. Da aber offenbahr ist, daß Kleinigkeiten sind beyseite gesetzt worden, so darf man B = 10000 annehmen. Nähmlich der Logarithme, der als Nenner in der Formel für x steht, ist beynahe ein Zehntausendtheil der Zahl, die im Zähler, in den veränderlichen Logarithmen multiplicirt wird.

219. Also ist x = 10000. log (340: y) wo y die Barometerhöhe in Linien ausgedruckt, und x eine Zahl von Toisen bedeutet. Die Tafel giebt nur ganze Toisen an, und also braucht man nur die vier höchsten Decimalstellen des Unterschiedes der Logarithmen, die niedrigen läßt man weg, die Zifern die man behält, sieht man als Ganze an.

Exempel. Für y = 24 Zoll = 288 Linien ist log (340: 288) = 0, 0720864, also x = 721 Toisen. So giebt es auch die 1. Tafel an.

220. Es wäre also ziemlich überflüssig, eine solche Tafel drucken zu lassen, da man jedes Glied von ihr so leicht aus den logarithmischen hat.

Selbst die kleine Mühe, ein Paar Logarithmen abzuziehen, erspart sie nur alsdenn, wenn man die Höhe über den Horizont der Tafel sucht.

Man

Man verlangt aber auch oft eine Höhe zwischen zween Barometerständen, z. E. wie hoch die Stelle, wo das Barometer 22 Zoll 7 Linien steht, über der ist, wo es 22 Zoll 3 Linien steht, da muß man doch ein paar Glieder der Tafel von einander abziehen, und wird selbst durch diesen Abzug das Gesuchte nicht so genau finden, als wenn man die Logarithmen von einander abzöge, weil in der Tafel, die letzten Zifern der Logarithmen weggelassen sind.

Zolle und Linien ganz in Linien zu verwandeln, erfodert eine kleine Rechnung, und die könnte man sich durch eine Tafel ersparen, die gar nicht weitläuftig seyn dürfte.

Genaue Beobachter aber geben die Barometerstände nicht nur in ganzen Linien, sondern auch in Theilen derselben, an. Und da sind wiederum die Logarithmen selbst, bequemer zu brauchen, als eine Tafel, die nur durch ganze Linien geht, bey der man in solchen Fällen, mühsamer und unrichtiger, Proportionaltheile brauchen müßte.

Verlangte man nach Mayers Regel, die Höhen zwischen den Barometerständen 24 Zoll $3\frac{1}{2}$ und 24 Zoll $5\frac{1}{4}$ Linie, so gäbe sich so gleich

$$10000 . \log (293{,}25 : 291{,}5) = 25{,}994 \text{ Toisen.}$$

In der Tafel müßte man, aus den Höhen für 24 Zoll 3 u. 4 Linien, durch Proportionaltheile die für 24 Zoll $3\frac{1}{2}$ suchen; Eben so die für 24 Zoll

Zoll $5\frac{1}{4}$; und nun eine von der andern abziehen. Der Unterschied findet sich 26.

Dichte der Luft, die für 340 Linien angenommen wird.

In (37) ist hie

$$f = \frac{340}{12};\ g = \frac{240}{12};\ c = 6.\ 1513\frac{1}{2}$$

$$\text{Also } m = \frac{340}{12.\ 12.\ 6.\ 1513}.\ k.\ \log\frac{34}{24}$$

Der Coeffic. vor k, ist $\frac{85}{3.\ 12.\ 6.\ 1513}$ und hievon der Nenner 72. 4539. Daraus finde ich durch die Logarithmen; $\frac{1}{14.\ m} = 788,46.$ So vielmahl wäre diese Luft leichter als Wasser, oder Wasser dichter als sie.

222. An der Stelle, wo das Barometer 28 Zoll hoch steht, ist die Dichte der Luft $= \frac{336}{340}.\ m.$ Daraus berechne ich, daß das Wasser 795,85 mahl dichter ist, als diese Luft.

223. Die Dichten der Luft also, welche in dieser Tafel angenommen werden, stimmen ziemlich mit den gewöhnlichen überein.

224. Die zweyte Tafel (217) setzt bey 28 Zoll 4 Linien die Höhe = — 51, eigentlich soviel

Tiefe

Tiefe unter ihren Horizont. In der ersten aber, gehören zu eben dem Barometerstande, 51 Toisen wirkliche Höhen über ihren Horizont.

225. Das entdeckt sogleich, daß beyde Tafeln im Grunde einerley sind, daß die zweyte Höhen über einen Horizont angiebt, der 51 Toisen über der ersten ihre erhoben ist.

Und so ist es auch durchgängig mit der II. T. beschaffen. Wenn $x$ in der I. T. und $z$ in der II. Zahlen bedeuten, die zu einerley Barometerstande gehören, so ist

$$z = x - 51.$$

226. Aus der Einrichtung der ersten Tafel aber ist (225) $10000 . \log (340 : 336) = 51,396$, dafür 51 genommen wird. Also $z = 10000 . (\log (340 : y) - \log (340 : 336))$

$$= 10000 . \log (336 : y)$$

Die II. Tafel kann also unmittelbar aus den Logarithmen, völlig wie die erste, berechnet werden.

227. Man setze es gehören in der ersten Tafel, zusammen

| | | | |
|---|---|---|---|
| kleinere Höhe | P | grösserer Barometerstand | p |
| grössere - - | Q | kleinerer - - - - | q |

So ist $Q - P = 10000 . \log (p : q)$

228. Die beyden Höhen, welche in der II. Tafel eben den Barometerständen gehören, müssen um eben soviel unterschieden seyn, (226)

229. Man nenne V; die Zwischenhöhe, die nach Bouguers Regel (108) eben den Barometerständen (227) gehört, so ist $V = \frac{29 \cdot 10000}{30}$.

$$\log (p : q) = \frac{29}{30} \cdot (Q - P)$$

Mayers Regel giebt also die Höhe zwischen zween Barometerständen allemahl grösser als Bouguers seine, und zwar so, daß von Mayers Höhe ihr dreyßigster Theil muß abgezogen werden, Bouguers seine zu bekommen.

So wäre in (117) nach Mayers Regel, der Pichincha über Carabourou; 1251 Toisen.

230. Beyde Regeln zugleich können also nicht wahr seyn, und wenigstens in den Fällen, wo Bouguer die seinige mit geometrischen Ausmessungen übereintreffend gefunden (144), ist die mayerische nicht sicher anzuwenden. Sie setzt dünnere Luft zum voraus als Bouguers seine (77).

231. Hr. Pr. Beckmann sagt a. a. O. "Mayers Tafeln seyen eigentlich nach Bouguers Angabe berechnet, nur daß von dem Unterschiede der Logarithmen nicht $\frac{1}{30}$ abgenommen worden."

In diesem Abnehmen des $\frac{1}{30}$ besteht eben Bouguers Angabe. Unterschiede der Logarithmen braucht man zu Berechnung jeder Tafel, die zum Grunde setzt, daß sich die Dichte wie der Druck

verhält

verhält (30; 39). Diese Unterschiede multiplicirt man mit einem beständigen Coefficienten. Daß Bouguer dafür 10000 in einem Bruch multiplicirt fand, dessen Nenner eine Zahl ist, mit der sich so bequem dividiren läßt, und seinen Zähler um 1 übertrifft, das gab ihm eine so leichte Regel. Und Mayer machte sich eine noch leichtere, weil er für diesen Coefficienten Zehntausend selbst annahm. Aber eben deswegen hat sie mit Bouguers seiner nicht mehr Uebereinstimmung, als mit jeder andern, und ihre Zahlen können einer andern Zahlen viel näher kommen, als Bouguers seinen, wenn sie mit dieser andern von einem Horizonte rechnet, und derselben Coefficient näher bey Zehntausend ist als Bouguers seiner. Wer sich nicht einbildet, Bouguer sey der einzige gewesen, der mit Unterschieden von Logarithmen rechnet, der kann nicht etwas sagen, das im Zusammenhange heißt: Mayers Tafeln seyen eigentlich nach Bouguers Angabe berechnet, nur aber gar nicht nach Bouguers Angabe.

Ihrer zweene rechnen so: der erste nimmt von einem Dinge $\frac{29}{30}$; der andere läßt es ganz; kann man da sagen: der andere rechnet eigentlich nach des ersten Angabe.

232. Weil log (336: 335) = 0,0012945, so giebt Mayers Regel 13 Toisen Höhe, wenn man von der Stelle, wo das Barometer 28 Zoll

 steht,

steht, an die steigt, wo es um eine Linie gefallen ist. So steht es auch in Mayers Tafeln; in der II die Zahl 13 selbst, in der I ein paar Zahlen, deren Unterschied 13 ist, (dieses ist zu erinnern weil manche Leute nichts weiter sehen, als was ihnen gerade vor Augen liegt).

Horrebow giebt als seine Erfahrung an, daß er von der Stelle, wo das Barometer 28 Zoll stand, 12, 5 Toisen gestiegen sey, bis es eine Linie gefallen (62; II).

Also stimmt, was Mayer zu Anfange seiner Tafel setzt, bis auf eine halbe Toise mit Horrebows Angabe überein.

Wie genau beyde Zahlen übereinstimmen können, läßt sich aus den Coefficienten beurtheilen; Horrebows seiner (a. a. O. III.) ist etwas kleiner als Mayers seiner, und so müssen H. Zahlen ohngefähr $\frac{966}{1000}$ von Mayers seinen seyn.

Für 26 Zoll (a. a. O. IIII.) hat Mayer 322. 233. Worauf M. seine Regel gründet, ist mir nicht bekannt. Da ich bald nach seinem Tode, einen grossen Theil seiner Bibliothek gekauft habe, sind mir dabey auch allerley einzelne Papiere übergeben worden, die keine zusammenhängende Ausführungen enthielten. Einige Octavblätter davon hatten, soviel ich mich erinnere, die Ueberschrift: Von der Atmosphäre, Dichte der Luft, u. s. w. sie enthielten

hielten aber nur Formeln, ohne Anzeige des Ursprungs derselben und andern, zum Gebrauche selbst nur zu ihrer Bedeutung, gehörigen Erläuterungen, daher ich mir nicht die Zeit genommen habe, dieselben, da ich keine besondere Veranlassung dazu hatte, sorgfältiger zu untersuchen. Berechnete Tafeln erinnere ich mich nicht dabey gesehen zu haben. Nachdem habe ich solche Papiere aus eigener Bewegung Hrn. Prof. Lichtenbergen mit zugestellt, als er die mayerischen Aufsätze, welche von Kön. Regierung waren gekauft worden, oder der Kön. Soc. der Wiss. gehörten, zur Ausgabe bekommen hat. Da er jetzo, da ich dieses schreibe, nicht auf dem festen Lande ist, so kann ich von dem Angezeigten weiter keine Nachricht geben.

Hr. Prof. Hollmann; Comm. Soc. Sc. Gotting. T. IIII. ad ann. 1754; p. 93. hat Zahlen, für die Höhen von Clausthal und Göttingen, aus einer ihm vom Mayern, schon einige Jahre zuvor mitgetheilten Tafel genommen. Es ist die erste der hie beschriebenen, und Hr. Pr. H. erwähnt nur eine.

234. Noch einmahl, Mayers und Bouguers Regeln zu vergleichen, will ich eins der Exempel rechnen, die a. a. Orte sich aus Hr. Laxmanns Beobachtungen geben. Er beobachtete die Barometerstände zu Barnaul, einem Orte in Sibirien, und auf einem benachbarten Berge, der kleine Altai, (es sind die höchsten Spitzen des Gebürges, also bezieht sich das Beywort klein vermuthlich auf die

Ober-

Oberfläche,) Hr. Pr. Beckmann hat das angegebene londner Maaß in pariser verwandelt. Nach demselben ist

zu Barnaul p = 27 Z. 7 L. = 331
a. den Altai q = 21 7 = 259

log (331 : 259) = 0, 1065282
Also Mayers Q — P = 1065, 282
Davon $\frac{1}{30}$ = 35, 509

Bouguers V = 1029,773

Die Decimalbrüche der Toisen fallen bekanntermaassen weg, ich behalte sie nur bey Q — P bey, um V genauer zu finden. Liesse man sie gleich bey Q — P weg, so bekäme man V = 1030; wie man es auch nach meiner Rechnung annehmen muß, um der Wahrheit so nahe zu kommen, als in ganzen Toisen angeht, nur daß meine Rechnung zeigt, es sey eigentlich ein wenig kleiner.

235. Hr. Pr. Beckmann berechnet nach Bouguers Regel für dieses Exempel den Unterschied der Höhen 1030 $\frac{7}{15}$ Toisen = 6182 $\frac{4}{5}$ Fuß.

Daß Bouguer bey seiner Regel nicht Brüche von Toisen angeben wollte, erhellt gleich daraus, weil er von dem Unterschiede der Logarithmen die niedrigen Zifern wegläßt, nur die behält, die ihm ganze Toisen geben. Auch gesteht er bey seiner Regel selbst Fehler von wenigen ganzen zu (144).

Also ist es nicht eben in dem Sinn von Bouguers Regel, die Toisen, die sie angiebt, in Fuß

zu

zu verwandeln, und noch dazu Brüche eines Fußes zu berechnen. Als wenn man nach einer Rechnung, die nur obenhin ganze Thaler angiebt, Pfennige bestimmen wollte.

236. Hr. Pr. Beckmann berechnet auch, die Höhen vom Altai und von Barnaul über das Meer, aus Mayers beyden Tafeln, und glaubt, die letzte Tafel müsse mit dem, was nach Bouguers Regel angegeben worden, am nächsten übereinkommen, weil in ihr die Barometerhöhe am Meere 28 Zoll angenommen worden.

Erstlich hatte Hr. Prof. Beckmann nach Bouguers Regel nicht die Höhen über dem Meere, sondern Unterschiede dieser Höhen, als: die Höhe des Altai über Barnaul berechnet. Bey einem solchen Unterschiede kömmt in M. Tafeln nichts darauf an, was man für einen Barometerstand am Meere annimmt. Der Altai kömmt gleichviel über Barnaul erhoben heraus, man mag nach Mayers II oder I. Tafel rechnen; (228) Mit dieser Höhe des A. über B., welche Hr. Pr. Beckmann nach Bouguers Regel angegeben hat, stimmt also Mayers erste Tafel so gut überein, als die zweyte, der Barometerstand am Meere hat nichts dabey zu thun.

Dieß erhellt zweytens auch aus (229). Der Unterschied der Höhen nach Bouguers Regel beträgt allemahl $\frac{29}{30}$ des Unterschieds nach Mayers Tafeln, man mag die erste oder die zweyte brauchen,

chen, und so kann die zweyte nicht näher mit B. Regel zusammentreffen als die erste.

Drittens setzt dieser Schluß zum voraus: Bouguer nehme am Meere den Barometerstand an, den Mayers II. Tafel annimmt. Aber Bouguer giebt aus seiner Erfahrung einen andern an (104), und aus seiner Regel folgt der Barometerstand am Meere 341 Linien (134), viel näher bey dem, welchen Mayers I. Tafel annimmt, als bey der zweyten ihre. (216) Käme also auf diesen Barometerstand was an, so müßte M. erste Tafel näher mit B. Regel zusammentreffen, als die zweyte.

Und, wie schon erwähnt ist, und aus (229) sogleich erhellt, verhalten sich Bouguers und Mayers Höhen, über einerley Horizonte, den einer und derselbe Barometerstand für beyde angiebt, so, daß die erste allemahl $\frac{27}{28}$ der letztern ist.

237. Hr. Pr. Beckmann hat also Mayers Tafeln für zwo unterschiedene gehalten, und nicht bemerkt, daß nur ihr Horizont unterschieden ist. (225) Das hätten ihn doch gleich die Zahlen selbst belehren können, die er aus ihnen genommen hat, nur wiederum, dem Sinne der Tafeln, die nur auf ganze Toisen gehen, nicht völlig gemäß, die Toisen in Fussen ausgedruckt. Des Altais Höhe über das Meer ist ihm nach der I. Tafel 7092 nach der zweyten 6780 Fuß, der Unterschied

schied 312 Fuß Barnaul I T.; 702; II T.; 390 auch 312 Fuß = 52 Toisen Unterschied, welches mit (225) übereinstimmt, weil die Tafeln nur zunächst ganze Toisen angeben, und bey der Verwandlung in Fusse nicht einzelne Fusse genau angeben.

238. Die Sache hängt eigentlich so zusammen: Man setze, zu der Zeit, als in Barnaul beobachtet worden, habe das Barometer am Meere 28 Zoll gestanden; So ist nach Mayers II. Tafel der Ort 65 Toisen über dem Meere. Wenn man nun eben daselbst, zu einer andern Zeit, beobachtete, da der Barometerstand am Meere 28 Zoll 4 Linien wäre, so würde zu Barnaul das Barometer nicht wie in (234) angegeben worden stehen, sondern

bey $\frac{340}{336}$. 331 Linien (31; VI) das ist bey 331.

$\left(1 + \frac{4}{336}\right)$ Linien, oder bey 27 Zoll 11 $\frac{7}{84}$ Linien. Dieser Barometerstand, den Bruch der Linien weggelassen, gehört in Mayers I. Tafel zu 64 Toisen. Da es nun hie auf 1 Toise nicht ankömmt, weil die Tafeln nur auf ganze Toisen gehen, so erhellt, daß beyde Tafeln übereinstimmen. Eben die Höhe, die der beobachtete Barometerstand nach der II. Tafel giebt, wenn bey ihm am Meere der Barometerstand der II. Tafel statt findet, die giebt auch in der I. Tafel der Barometerstand, den man zu Barnaul beobachten würde,

de, wofern am Meere der Barometerstand der I. Tafel statt findet.

239. Freylich weiß man nicht, wie hoch das Barometer am Meere zur Zeit der barnaulischen Beobachtung gestanden hat, und da sie, wie Hr. Pr. B. richtig erinnert, nicht wohl den mittlern barnaulischen Barometerstand angiebt, so kann man sie auch nicht mit dem mittlern vergleichen, den man für das Meer annähme. Die Folge hieraus ist, man kann die Höhe, von Barnaul und den andern Oertern über das Meer, nicht aus diesen einzelnen Beobachtungen berechnen, weder nach Mayers, noch nach irgend einer andern Formel. Aber die Höhe eines Orts über dem andern liesse sich berechnen, weil die Beobachtungen ohngefähr zu einer Zeit angestellt sind.

240. Mayer hat also nicht zwó Tafeln gemacht, davon die eine Barnaul 702 Fuß, die andere 390 Fuß, hoch angiebt. Wie müßte es in dem Kopfe nicht eines Mathematikverständigen, sondern nur sonst eines gesunden Menschen aussehen, der einen solchen Wiederspruch ernsthaft hersagte? Selbst ein Jurist erkennte ja darinn beynahe eine Läsion vltra dimidium.

Wenn man Mayers Vorschriften gehörig zu brauchen weiß, versichert man sie gar leicht vor einem solchen Verdachte.

Man

Man hat Hrn. Prof. Beckmannen zu danken, daß auf seine Veranlassung, bekannt geworden ist, nach was für einer Regel Mayer gerechnet hat. Hr. Prof. Hollmann (230) hatte, bey M. Lebzeiten, natürlicher Weise keine Ursache, davon umständlich zu reden. Unten wird sich zeigen, (311; 372;) daß diese Regel bey den Rechnungen, die jetzo den meisten Beyfall zu verdienen scheinen, zum Grunde liegt.

## Celsius Erfahrungen.

241. In den Abhandlungen der Kön. Schwedischen Akad. d. Wiss. für 1741. im 3. Bande der deutschen Uebers. 133 S. finden sich Andr. Celsius Versuche vom Steigen des Barometers in der Grube zu Fahlun; Sie sind 1730; zweene Tage nach einander angestellt; einem 27, u. 28. jetzo da ich meine Uebersetzung zu gegenwärtiger Absicht wieder durchsehe, finde ich, daß ich durch einen Schreibfehler den einen in den Brachmonat, den andern in den Heumonat, gesetzt habe; Sie gehören beyde in den Heumonat, zu Latein: Julius, wie ich gegenwärtig aus der Grundschrift ersehe, die ich aus dem Büchervorrathe unsers Hrn. Prof. der Botanik Murray bekommen habe.

242. Celsius hat Barometerstände auf dem Grufrisberge, im Flemmingsschachte, und im Kön. Carl XI; Schachte beobachtet. Er giebt sie in schwedischen Zollen und deren Decimaltheilen an,

der

der Zoll selbst ist ein Zehntheil des Fusses. Die Unterschiede der Höhen giebt er auch in Fussen an. Das Zehntheil eines Zolls, also das Hunderttheil eines Fusses, nennt er: Linie.

243. Ich will sie so ordnen, daß man ihre Reihen übersehen kann, und einige Betrachtungen darüber anstellen. Folgendes sind Beobachtungen des ersten Tages

| 244. | Höhen | Barometer |
|---|---|---|
| I | + 312 | 24, 81 |
| II | 0 | 25, 09 |
| III | — 691 | 25, 74 |

245. Da ist die Höhe I auf dem Gipfel des Grufrisberges; II An der Hängebank des Flemmingsschachtes, III. Teufe unter dieser Hängebank.

246. Den zweyten Tag sind alle Stellen, unter der Hängebank des Flemmingsschachtes, genommen worden. Sie geben folgende Reihe; Teufen unter der Hängebank (245) gerechnet. Ich will die Beobachtungen mit den in 244; fortzählen.

| 247. | Schacht | Teufe | Bar. |
|---|---|---|---|
| IIII | Flemm. | 0 | 25, 00 |
| V | K. C. | 45, 7 | 25, 04 |
| VI | K. C. | 265, 7 | 25, 27 |
| VII | K. C. | 485, 7 | 25, 51 |
| VIII | Flemm. | 691, 0 | 25, 63 |

248. Diese Beobachtungen sind ohnstreitig mit erforderlicher Einsicht und Sorgfalt gemacht; Celsius

sius hat sich auch versichert, daß das Barometer die Zeit über keinen Schaden gelitten; Er ist am Ende jeder Reihe seiner Beobachtungen wieder an den Ort gefahren, wo er angefangen hatte, und hat den Barometerstand gefunden, wie im Anfange. Die Höhen hat er vermuthlich angenommen, wie sie ihm die Markscheider gegeben.

249. Mir fiel also ein, Paare aus ihnen zusammen zu nehmen, und aus jedem solchen Paare nach (39) den Coefficienten zu bestimmen.

250. Z. E. Aus I; III; welches der größte Unterschied der Höhen bey allen diesen Beobachtungen ist, so: $c = 1003$; $f = 25, 74$; $g = 24, 81$; daraus fand ich $\log B = 4, 7976698$.

251. So liessen sich aus den Beobachtungen des ersten Tages für sich drey Paare nehmen, und aus den fünf Beobachtungen des zweyten Tages auch für sich zehn Paare; Jedes Paar giebt einen Coefficienten; Wollte man Beobachtungen zweener Tage zusammen nehmen, so müßte man auf die Aenderung des Barometerstandes acht geben, denn II und IIII sind Beobachtungen an einer Stelle.

Alle diese Verbindungen habe ich nicht gemacht. Von denen die ich gemacht habe die Rechnungen herzusetzen, wäre zu weitläuftig, ich will aber die Resultate nach der Grösse der Coefficienten die ich gefunden habe ordnen.

| 252. | B | aus |
|---|---|---|
| I | 63928 | IIII; VIII |
| II | 62758 | I; III |
| III | 62207 | II; III |
| IIII | 55481 | V; VII |
| V | 55403 | V; VI |
| VI | 55379 | III; VII. |

253. Bey den letzten drey Werthen ist der Carlsschacht gebraucht, bey IIII und V; allein, bey VI mit dem Flemmingsschachte. Celsius bemerkt, im Flemmingsschachte sey es warm, und im Carlsschachte starker und kalter Wind gewesen.

254. Ein kleinerer Coefficient zeigt dichtere Luft an, wie man aus Vergleichung von 39; 38; und auch daraus so gleich sieht, daß der kleinere Coefficient bey eben den f : y ein kleineres x giebt.

255. In so fern man also blos darauf sehn will, daß kalte Luft dichter als warme ist, läßt sich schon einigermaassen begreifen, warum der Carlsschacht kleinere Coefficienten gab. Vielleicht hat dieser Unterschied der Wärmen, und der Wind, noch andere Wirkungen auf die Änderung des Coefficienten. (9; 155;)

256. Celsius berechnet nur, wie grosser Unterschied der Höhen einer Linie Quecksilber gehöre. Ich sehe nicht, daß dieses viel lehret, und der Natur ist es deswegen nicht ganz gemäß, weil man

bey

bey einem grossen Unterschiede der Höhen nicht annehmen darf, daß eine Linie Quecksilber an der obersten Gränze der Höhe soviel beträgt als an der untersten. (60)

Celsius rechnet z. E. so: In 244; I; III beträgt der Unterschied der Höhen 1003 Fuß, die Barometerstände 9, 3 Linien, also giebt eine Linie $107\frac{3}{4}$ Fuß. Aber eine Linie Barometerveränderung auf dem Gipfel des Grufrisberges erfodert eine längere Luftsäule, als 1003 Fuß tiefer; ihre Längen verhalten sich wie 25, 74; 24, 81 = 1, 037: 1.

257. Celsius Erfahrungen mit andern zu vergleichen, muß man sie in pariser Maasse ausdrukken. Aus Celsius eigner Angabe, in den Abh. für 1739; und 1740, im I. B. der Uebers. 256 S. ist der schwedische Fuß zum Pariser = 1: 1, 0943.

258. Daraus die schwedischen Decimalzolle in die pariser zwölftheiliche verwandelt, finde ich den Barometerstand in 247; IIII; = 27 Zoll 4, 97 oder kurz 5 Linien pariser Maaß.

259. Wollte man Formeln, aus Celsius Beobachtungen hergeleitet, mit andern vergleichen, so müßte man beyde auf einerley Maaß bringen. Zum Beyspiele setze man f: y sey eine gegebene Verhältniß zweener Barometerstände, bey Mayer und bey Celsius. Ob jener pariser zwölftheiliche

Zolle; dieser schwedische zehntheiliche braucht, darauf kömmt hie nichts an, wenn die Verhältniß einerley ist, so bekommen beyde einerley log (f : y)

Diesen Logarithmen nun multiplicirt Mayer mit 60000, um die Höhe in pariser Fuß zu bekommen, angenommen wie ich hie thun muß, daß er Fusse berechnen wollte, da er sich nur auf Toisen einschränkt.

Also müßte er eben den Logarithmen mit 60000. 1, 0943 = 65658 multipliciren, wenn er schwedische Fuß berechnen wollte.

Das ist etwas grösser als der I. Coefficient in (252). Und so würde man für einerley Barometerstände, nach Mayers Regel, etwas grössere Höhen bekommen, als nach einer Formel, die erwähnten Coefficiente brauchte.

Wallerius Erfahrungen habe ich in der Vorrede zu meiner Uebersetzung des III. Bandes der Abhandl. der Kön. Schwed. Akad. erzählt.

## Schobers Erfahrungen.

260. Im alten Hamb. Magaz. III. B. 250 S. befinden sich barometrische Beobachtungen, in den polnischen Salzgruben Wieliczka und Bochnia, d. 7 u. 22. Nov. 1743 angestellt. Sie sind von Hr. C. G. Schober, der durch seine Schrift von der Ueberwucht bekannt ist, die jetzo alle Mathematikverständige als das einzige Werk seiner Art rühmen, wo Theorie mit Erfahrungen verglichen ist,

ist, und zu der ich vordem mit grosser Mühe in Leipzig einen Verleger fand, der zur Erkenntlichkeit dem Verfasser einige Exemplare gab. Er hatte, unter dem Bergrath Borlach, Aufsicht über die polnischen Salzgruben gehabt, hielt sich um 1748 als ich mit ihm Umgang hatte, bey demselben in Kösen bey Naumburg auf, von da er mir unterschiedene Aufsätze für das hamburgische Magazin geschickt hat, und ist vor einigen Jahren als chursächs. Bergrath gestorben.

261. Schober hat die Dresdner Elle gebraucht in 24 Zoll, den Zoll in 12 Linien getheilt. Eben solche Zolle auch beym Barometer, dessen Vorrichtung er beschreibt. Er hat am Ende jeder Reihe von Versuchen den Barometerstand an dem Orte, wo er angefangen, wieder so gefunden, wie im Anfange.

Er hat bey seinen Versuchen von oben angefangen und immer bemerkt wie das Barometer in grösserer Teufe gestiegen ist. Ich will die Zahlen davon nach der Ordnung hersetzen, die Barometerstände in Linien ausgedruckt.

262. Den 7. Nov.

| | Teufe | Bar. |
|---|---|---|
| I | 0 | 372, 5 |
| II | 190 | 377 |
| III | 310 | 380 |
| IIII | 420 | 383 |
| V | 570 | 387 |

263. In einem andern Schachte als (261) 190 Ellen unter Tage, so tief als 262; III, stund das Quecksilber eben wie dorten. Aber im Tiefsten des Schachtes 225 Ellen unter Tage, stund es bey 382, 5.

In diesem Schachte waren nach bergmännischen Ausdrucke keine Wetter, so daß das Licht nur mit Mühe schwach brennend konnte erhalten werden.

264. Den 22. Nov.

| | Teufe | Bar. |
|---|---|---|
| I | 0 | 371 |
| II | 70 | 373 |
| III | 246 | 377, 33 |
| IIII | 452 | 382 |
| V | 613 | 386 |

265. Ich habe nur aus 262; I; V; den Coefficienten nach (39) berechnet, und seinen Logarithmen = 4, 5361673 gefunden. Ich sehe nähmlich V als die unterste Stelle, I als die oberste, an.

Zur Probe habe ich x für y = 380 berechnet, und = 272, 45 gefunden; das ist eine Höhe über der Stelle V; und läßt, von 570 abgezogen, die Tiefe unter der Stelle I; Diese Tiefe kömmt also 307, 54. Schober giebt sie 310; Also trifft die Rechnung mit seiner Messung erträglich zusammen.

265. Wenn

266. Wenn ich nach diesem Coefficienten berechne, wie hoch über V die Stelle ist wo y = 382, 5, so finde ich 174, 58.

Diese Stelle wäre also 395, 41 tiefer als I; Und 85 tiefer als III. in (262).

267. Meine Absicht bey nächst vorhergehender Rechnung war, etwas von den Folgen des Wettermangels zu erkennen. In (263) ist die Stelle, wo das Barometer 382, 5 steht, 105 Ellen tiefer, als die, wo es 380 wie in (261; III) stand. Man muß sich also vorstellen, die Luft im Schachte wo die Wetter mangelten sey dünner, oder richtiger wohl, weniger elastisch gewesen. So war eine halbe Linie Aenderung beym Quecksilber zu verursachen, eine Säule etwa 20 Ellen länger als in (265) nöthig.

268. Ich habe auch aus 264; I; V; den Coefficienten berechnet, und seinen Logarithmen = 4, 5515938 gefunden.

Nun berechnete ich daraus für y = 377, 33 (264; III; es sollte eigentlich 377⅓ Linie seyn), x = 351, 35; dieses von 613 abgezogen, giebt die Stelle, für die ich gerechnet habe, 261, 64 unter der obersten. Schober aber giebt sie 246, so fehlte die Rechnung um 15 Ellen.

Setze ich aber y = 377; so finde ich x = 364, 87 und das von 613 abgezogen, giebt diese Stelle 248, 12 Ellen unter der obersten, also nur

um ein paar Ellen von Schobers Angabe unter schieden.

Solchergestalt trifft auch hie die Rechnung ziemlich zu, weil die Schätzung von ¼ Linie doch nicht ganz sicher ist.

269. Da also die Coefficienten, welche aus Schobers Angaben folgen, nicht ganz unbrauchbar scheinen, so hielt ich der Mühe werth, aus ihnen die zu berechnen, welche man brauchen müßte, aus den Barometerständen, Höhen in Toisen zu finden.

Heißt einer der beyden jetzo berechneten Coefficienten = C; so ist

$$x = C \log (f : y), \text{ Dresdner Ellen.}$$

270. Aus Krusens Contoristen, in der VI Tafel, die am Ende des I Theils befindlich ist.

Dresdner Elle = 250, 9 pariser Linien,

Folglich $\frac{= 250, 9}{864}$ Toisen.

Des Bruchs, welcher in die Toisen multiplicirt ist, Logarithme ist 0, 4629870 — 1.

271. Also, $C. \frac{250, 9}{864} = D$ gesetzt, ist

$$x = D. \log (f : y) \text{ Toisen.}$$

Wo $\log C + \log (250, 9 : 864) = \log D.$

272. Da finde ich nun

| log D | D | aus |
|---|---|---|
| 3, 9991543 | 9980, 5 | (265) |
| 4, 0145808 | 10341 | (268) |

272. Die

272. Diese beyden Coefficienten, die man brauchen müßte für Toisen zu rechnen, sind jeder nicht so gar weit von Mayers seinem unterschieden.

273. Noch kann man Schobers Barometerstände in pariser Maasse zu wissen verlangen. Ich will den höchsten unter allen (261; V) berechnen.

Die Dresdner Elle hält 2. 144 = 288 Dresdner Linien, also ist die Dresdner Linie = $\frac{250,9}{288}$ pariser Linien.

Der Logarithme hievon zum Logarithmen von 387 addirt, giebt den von 337, 14.

Also ist dieser Barometerstand 28 Zoll 1, 14 Linien pariser Maaß.

274. Das war der Barometerstand, vermuthlich in der größten Teufe, in welche Schober kommen konnte; 380 Ellen unter Tage, aber 570 Ellen unter dem Gipfel eines Berges, der über den Horizont, von dem jene Teufe gerechnet wird, 190 Ellen hoch war.

275. Dieser Barometerstand ist ohngefähr der, den man am Meere annimmt, eher noch etwas höher.

Ob das Barometer zur selben Zeit überhaupt hoch gestanden hat, liesse sich wohl ausmachen, wenn man barometrische Beobachtungen desselben Jahres aufsuchen wollte, wozu ich aber keinen Beruf empfinde.

Ich dächte es wäre genug zu bemerken, daß Pohlen ein ziemlich flaches Land ist, wo man, so tief unter seiner Fläche, wohl im Horizonte des Meeres, oder gar noch niedriger, seyn könnte.

## Verhältniß der Höhen zweener Oerter über einem Dritten, aus den Barometerständen.

276. I. Man setze, drey Barometerstände, in der Ordnung, daß der größte zuerst genannt wird, heissen p; q; r; Ueber den Horizont wo der erste statt findet, sey der Horizont des zweyten, um Q, des dritten um R erhoben.

II. Mariotte, Halley, Scheuchzer, Horrebow, Bouguer, Mayer, stimmen darinnen überein, daß $Q = k. \log (p : q)$; $R = k. \log (p : r)$. Nur nimmt jeder für k was anders an.

III. Also sind sie auch darinnen eins, daß $Q : R = \log (p : q) : \log (p : r)$.

IIII. Oder: Wenn man annimmt die Dichte der Luft verhalte sich wie die Kraft, mit welcher sie gedruckt wird; so folgt der allgemeine Satz:

Die Höhen zweener Horizonte über einen niedrigern, verhalten sich wie die Unterschiede der Logarithmen der Barometerstände jedes Horizonts und des niedrigsten.

V. Weiß man also anders woher, die Höhe eines der drey Horizonte über den niedrigsten; so giebt

giebt die Regel Detri des andern seinen, ohne daß man dabey zu entscheiden braucht, welcher von den genannten Gelehrten, in Absicht auf den Coefficienten, mehr Recht hätte.

VI. In der That hätte man sich alsdenn selbst einen Coefficienten bestimmt, wie aus (39) erhellt.

VII. Nach Hrn. Dan. Bernoullis Formel, fände sich die Verhältniß der beyden Höhen über einen Horizont so: Der niedrigste Horizont habe über das Meer die Höhe H; so ist (181)

$$H = \frac{22000.\,c}{p} - 22000$$

$$H + Q = \frac{22000.\,c}{q} - 22000 \text{ Also}$$

$$Q = \frac{22000.\,c.\,(p - q)}{p.\,q} \text{ Und eben so}$$

$$R = \frac{22000.\,c.\,(p - r)}{p.\,r} \text{ Daher}$$

$$Q : R = \frac{p - q}{q} : \frac{p - r}{r}$$

VIII. Wollte man also nach Hr. Dan. Bern. Grundsätzen rechnen, ohne seinen Coefficienten 22000. c zu brauchen, so könnte man auch eine Höhe Q, geometrisch messen, und die Barometer-

stände

stände an ihren beyden Gränzen beobachten. Das gäbe wieder jede andere Höhe, für die man den Barometerstand weiß, durch eine Regel Detri.

## Hr. de Luc.

277. Eines der hauptsächlichsten Werke für gegenwärtige Untersuchungen, führt den Titel: Recherches sur les modifications de l'Atmosphére... par I. A. de Luc, Citoyen de Geneve; Corresp. des Acad. Roy. des Sc. de Par. et de Montpellier Genf 1772. 4°. I. Th. 416 S. II. Th. 481 S. nebst einigen Kupfertafeln. Es ist eben durch Versuche Höhen mit dem Barometer zu messen, und die Uneinigkeit unter den hiezu vorgeschriebenen Regeln veranlaßt worden.

278. Den Anfang macht die Geschichte des Barometers, unterschiedene Vorrichtungen, leuchtende Barometer, Veränderungen im Barometerstande und Hypothesen der Naturforscher deswegen. Bemühungen mit dem Barometer Höhen zu messen und die unterschiedenen Regeln aus dem Barometerstande die Höhen zu berechnen. In diesem litterarischen Theile seines Werks zeigt Hr. de L. sehr viel Belesenheit, in Allem, was zu seinem Gegenstande gehört, und richtige Kenntniß, dessen was davon ist gelehrt worden. Die Regeln mit dem Barometer Höhen zu messen, trägt er so vor, wie sie von ihren Erfindern sind gelehrt worden; er erinnert auch richtig, daß die meisten dieser Re-

geln,

geln, nur in dem Coefficienten unterschieden sind, der auf die Dichte ankömmt (De L. T. I. §. 265.)

279. Hr. de Luc hat sich die Mühe gegeben, nach jeder der unterschiedenen Regeln, eine Tafel zu berechnen, die sich beym 334. §. seines ersten Theils findet. Sie enthält Barometerstände durch alle Zolle, von 28 bis 16; und noch 27 Zoll 11 Linien, auch 15 Zoll 10 Linien. Der letzte ist vom Hrn. de la Condamine auf einem Berge der Cordeliere, Nahmens Coraçon beobachtet worden. Der niedrigste den man noch in freyer Luft beobachtet hat, (Cond. Voy. à l'équateur. . . p. 58) Die geometrische Messung hat diesen Berg 14820 Fuß hoch gegeben.

Für jeden dieser Barometerstände hat Hr. de L. nach jeder Regel die Höhe über den Horizont berechnet, wo das Barometer 28 Zoll steht.

280. Zur Probe will ich seine Zahlen für den Barometerstand auf dem Coraçon hersetzen, und dabey das Facit meiner Rechnung nach den Grundsätzen eben dieser Regeln, nur nach meinen Formeln geführt.

281. Damit man meine Rechnung leichter prüfen kann, erinnere ich, daß ich für sie zuerst den höchsten und den niedrigsten Barometerstand durch 336 = f und 190 = y Linien ausgedruckt habe; Ferner ist log (336 : 190) = 0, 2475857 = N

$= N$ und durch Proportionaltheile; $\log N =$ $0,3937255 - 1$; Also, für jede der Regeln die nach (39) bewerkstelligt werden $x = B. N.$

282. Diese Regeln sind vom Mariotte (58), Horrebow (67), Scheuchzer (84; 93). Es gehören darunter auch die vom Bouguer (117) und Mayer (217), ob man wohl bey diesen beyden, wegen der besondern Beschaffenheit ihres Coefficienten, die Rechnung noch leichter führen kann. Noch finden sich auch Formeln nach Daniel Bernoulli (172) und Cassini (203). Für Maraldis Voraussetzung (202; II) habe ich keine Formel berechnet.

283. Nach jeder der jetzt genannten Regeln nun, hat Hr. de L. eine Tafel berechnet, Mayers seine, wie leicht zu erachten, ausgenommen. Und zwar nach Mariotten, zwo Tafeln, eine die er: nach Mariottens Grundsätzen, nennt, nähmlich: die Schichten jede einzeln berechnet, und zusammen addirt (59) die zweyte, durch Verwandelung der eigentlichen Progression in eine arithmetische.

Die Höhen sind von Hr. de L. in pariser Fussen und zwölftheilichen Zollen ausgedruckt. Diese Genauigkeit ist hie nicht undienlich die Resultate der Rechnungen gegen einander zu halten, obwohl sonst Hrn. de Luc nicht unbekannt seyn kann, daß keine Regel von ihrem Erfinder nur bis auf einzelne Fusse für zuverlässig angegeben wird.

284. Aus

284. Aus diesen Tafeln setze ich nun die letzten Glieder her, und schreibe neben jedes, was meine Rechnung mir giebt (282). Beträchtliche Unterschiede zwischen meiner Rechnung und Hr. de Luc seiner, kommen nur da vor, wo Hr. de L. nach seinem Verfahren Schichten, und also hie, deren viel, hat addiren müssen, wie beym Mariotte, Horrebow, Cassini; und so bestätigen sie, wie wichtig bey gegenwärtiger Untersuchung, der Gebrauch solcher Formeln ist, die man am bequemsten durch die Integralrechnung findet (59).

Beym Mariotte, giebt Hr. de L. mehr an, als ich, und sollte weniger angeben. Ob ich mich verrechnet habe, wird man leichter prüfen, als ob er sich verrechnet hat. (61)

285. Höhen des Coraçon; nach unterschiedenen Berechnungen.

| Mariotte | Hr. de Luc | | Meine Rechn. |
|---|---|---|---|
| Grundsätze | 12087 F. | 2 Zoll | 12049 |
| Mariotte arithmet. Progr. | 13167 | 4 | — — |
| Halley | 14486 | 1 | 14486 — |
| Maraldi | 19941 | | — — |
| Scheuchzer | 12386 | 5 | 12386 |
| Cassini | 16090 | | 16217 |
| Dan. Bernoulli | 16905 | 3 | 16905, 26 |
| Horrebow | 14334 | 4 | 14344, 2 |
| Bouguer | 14359 | 11 | 14359, 9 |

Mayers

Mayers Regel giebt, Decimalbrüche zum Ueberflusse mit hingeschrieben, 2475, 857 Toisen = 14855, 142 Fuß.

Ist es ein glücklicher Zufall, daß Mayer hie am nächsten zutrifft? (279)

286. Nun trägt Hr. de L. Erfahrungen von der Verfertigung und dem Gebrauche der Barometer und Thermometer vor. Als die vornehmste Ursache, warum Barometer nicht miteinander übereinstimmen, giebt er wie natürlich die Luft über dem Quecksilber an. Wer die Wirkung dieser Luft allgemein übersehen will, darf sich nur an (7) erinnern; Wenn sich über dem Quecksilber noch n mahl dünnere Luft als die natürliche befindet, so ist (7; X und XIII) die Höhe des Quecksilbers in der Röhre oder $g - y = \frac{n - 1}{n} f$; Es steht nähmlich allemahl um $\frac{1}{n} f$ niedriger, als es in einem vollkommenen Barometer seyn würde. Ist $n = 96$; $f = 28$ Zoll, so steht es nur 27 Zoll $8\frac{1}{2}$ Linie hoch.

287. Wenn in zwey solchen Röhren gleichviel Luft über dem Quecksilber ist, so wird sie in der dünner seyn, in welcher der Raum über dem Quecksilber, $y$, grösser ist; (7; XIII) Also könnte man darauf fallen, diesen Fehler durch lange Röhren zu vermindern. Dabey erinnert Hr. de

L. daß

L. daß in diesen leeren Raum über dem Quecksilber, Luft aus dem Quecksilber aufsteigen werde. Dieses Quecksilber kann nach Gelegenheit, mehr oder weniger Luft enthalten, an den innern Wänden der Röhre hängt Luft, und wenn so der leere Raum über dem Quecksilber nur dadurch soll erhalten werden, daß man die Röhre ganz mit Quecksilber füllt und es alsdenn herausfallen läßt, so bleibt immer in diesem Raume eine unbekannte Masse Luft, die noch dazu, durch Feuchtigkeit und Wärme, sehr verschiedentliche Federkraft bekommen kann.

288. Hr. de L. empfiehlt daher, das Quecksilber selbst in der Röhre kochen zu lassen, und zeigt die Vorrichtung genauer und übereinstimmender Barometer und Thermometer, auch wie sie eingerichtet werden, auf Bergreisen zu dienen. Dieses hie beyzubringen, müßte ein grosser Theil des Buchs abgeschrieben werden, ich schränke mich also darauf ein, was die Abtheilungen von Hrn. de L. Werkzeugen betrifft, daraus man seine Beobachtungen verstehen kann.

289. Zum Barometer braucht er eine durchaus gleich weite Röhre, also in einen kürzern Schenkel aufwärts gebogen. Die Scale dazu richtet er folgendergestalt ein: Man stelle sich diese gebogene Röhre anfangs an beyden Enden offen vor, und in ihr das Quecksilber, damit sie soll gefüllt werden. Das setzt sich also in beyde Schenkel in eine Horizontallinie. In diese Stelle schreibt

er an jeden Schenkel o. Nun trägt er pariser Zolle von diesen beyden Gränzen, am langen Schenkel aufwärts, am kurzen, welcher offen bleibt, niederwärts. Ist nun alsdenn das Barometer zugerichtet, so addirt er die Zahlen, bey denen das Quecksilber im langen, und im kurzen Schenkel steht. Stünde es im langen, verschlossenen bey 20, im kurzen offenen, bey 7; so würde eine Quecksilbersäule, 27 Zoll hoch, durch die Atmosphäre erhalten. §. 485.

Er hat in der Scale die Zolle bis auf Viertheillinien mit Strichen getheilt, und traut sich zu, Zwey und dreyßigtheile anzugeben. §. 486.

Uebrigens gesteht er, daß solche Barometer zu den täglichen Witterungsbeobachtungen nicht recht bequem seyn würden. §. 386.

290. Barometer ganz ohne Luft zu haben, erklärt Hr. de L. für unmöglich. Aber nach seinem Verfahren würde in jedem Barometer nur wenig Luft übrigbleiben, in einem ohngefähr so viel als im andern; Und so glaubt er, würde sich der Einfluß der Wärme auf das Barometer bestimmen lassen.

291. In dieser Absicht hat er im Winter, Barometer und Thermometer, in einem kalten Zimmer beobachtet, das Zimmer geheizt, und nun bemerkt, was für Aenderungen der Barometer und Thermometer zusammen geschehen. Die Vorsich-

tigkeiten

tigkeiten mit denen er diese Versuche angestellt beschreibt er 362 u. f. §. Das Resultat derselben ist folgendes:

292. Wenn der Barometerstand 27 Zoll war, und die Wärme so geändert ward, daß das Thermometer vom Eyßpunkte bis zum siedenden Wasser stieg, so wuchs die Höhe des Quecksilbers im Barometer genau um sechs Linien.

293. Weil diese sechs Linien 96 Sechszehntheile betragen, so theilt er an einem Thermometer den Abstand erwähnter beyden Punkte, in 96 Theile; ein solcher Theil Aenderung des Thermometers stimmt also mit $\frac{1}{16}$ Linie Aenderung des Barometers zusammen.

Nun schien ihm nöthig, einen Grad der Wärme für die Gränze an seinem Thermometer zu wählen, über und unter welcher die Verbesserungen zu machen wären. Hiezu fand er den achten Theil des ganzen Abstandes der beyden äusersten Punkte, Von unten herauf gerechnet, am bequemsten, wovon er die Ursache §. 372 angiebt. Da setzt er also 0 hin, zählte von da; — 12 Grad bis an den Eyßpunkt herunter und + 84 bis an das siedende Wasser hinauf.

294. Bey einem andern Barometerstande, als dem nach welchem sein Thermometer abgetheilt war (292), berechnet er die Aenderungen nach der

Regel Detri, und giebt §. 374; folgendes Exempel: Es befinde sich ein Barometer auf einem Berge bey $13\frac{1}{2}$ Zoll, das andere am Fusse desselben bey 27 Zoll. Bey jedem ist ein Thermometer. Stehn beyde Thermometer bey o, so ist nichts zu verbessern. Wären sie aber beyde bey — 16; so addirt er zum Barometerstande am Fusse des Berges $\frac{16}{16}$ Linie = 1 Linie. Für das auf dem Berge, macht er die Proportion: Wie 27 Zoll zu $\frac{16}{16}$ einer Linie, so $13\frac{1}{2}$; zu der Menge Sechszehntheile einer Linie, die zu $13\frac{1}{2}$ Zoll müssen addirt werden; diese Menge ist $\frac{8}{16}$, und die addirt er zu dem Barometerstande auf dem Berge. Wären die Thermometer beyde plus, so müßte eben auf diese Art abgezogen werden.

295. Hr. de Luc erinnert selbst §. 370, daß dieses Verfahren sich darauf gründe, daß die Quecksilbersäule, von grösserer Wärme länger, von geringerer kürzer wird.

Aus seinen Erfahrungen also muß man annehmen, er habe sie zu einer gewissen Zeit 27 Zoll lang gefunden, und dabey sein Thermometer (293) bey o.

Aendert sich sonst nichts, als daß die Wärme m seiner Theile über sein o steigt, und was daraus erfolgt, so verlängert sich die genannte Quecksilbersäule um soviel Sechszehntheile einer Linie.

Und

Und verkürzt sich um soviel, wenn das Thermometer m Theile unter o steht.

Sieht man die Theile über oder unter o, wie gewöhnlich, als bejaht oder verneint an, so läßt sich die Vergleichung so abfassen:

296. Man nenne der Kürze wegen $\frac{1}{18}$ Lin. = e so gehören zusammen

| Barometer | Thermom. |
|---|---|
| 27 | o |
| 27 ± m. e | ± m |

297. Soviel ist also richtig: Wenn in Hr. de L. Exempel (294) zu der Zeit da sein Thermometer — 16, das Barometer 27 Zoll — 1 Linie beobachtet würde, so müßte man sagen, es würde für o des Thermometers, bey 27 Zoll stehn.

298. Aber umgekehrt, wenn es für — 16 des Thermometers bey 27 Zoll steht, läßt sich nicht eigentlich sagen: Es würde für o des Thermometers bey 27 Zoll + 1. Linie stehen.

299. Das eigentliche Verfahren wird sich durch folgende Rechnung entdecken:

Ich nehme an, mit Hr. de L. §. 370; bey gleicher Aenderung der Wärme ändern sich die Längen von zwo Quecksilbersäulen in der Verhältniß der Längen selbst; So:

| Säulen | a | b |
|---|---|---|
| Aenderungen | u. e | z. e |

so ist $z = \frac{b. u}{a}$

300. Nun also setze man bey — m des Thermometers werde die Quecksilbersäule 27 beobachtet. Wie viel ändert sich diese Quecksilbersäule, indem sich das Thermometer von — m bis o ändert?

Aus (296) ist klar, daß sich bey dieser Aenderung des Thermometers die Säule 27 — n. e um n. e verlängert.

Also schließt man

$$27 - m. e : 27 = m. e : \frac{27}{27 - m. e} . m e$$

Das letzte Glied dieser Proportion zeigt, um wieviel sich die beobachtete Quecksilbersäule verlängert; oder: wieviel man zu den beobachteten 27 Zollen addiren muß, die Länge zu bekommen, welche für das Thermometer bey o gehört.

Für m = 16 beträgt es $\frac{324}{323}$ Linie.

301. Allgemein wäre die Rechnung so anzustellen: Man beobachtet den Barometerstand B Zoll = B. 12. 16. e, da das Thermometer bey m steht. So gehörte zu o des Thermometers ein Barometerstand, der um x. e vom Beobachteten unterschieden wäre.

Ist bey m der beobachtete Baromeeerstand (27. 16. 12 + m). e, so ändert sich derselbe um

m. e

m. e, wenn sich das Thermometer von m bis o ändert. (296).

Also nach (299)

$27.\ 16.\ 12 + m : B.\ 12.\ 16 = m : x$ oder

$$x = \frac{m.\ B}{27} \cdot \frac{1}{1 + m : 27.\ 16.\ 12}$$

Nun wird m gewiß nicht ± 84 (293)

Also ist, was in des zweyten Bruchs Nenner zur 1 addirt, immer viel kleiner als 7 : 27. 16 oder als $\frac{1}{62}$. Man kann also diesen zweyten Bruch ohne merklichen Fehler für 1 annehmen.

Und so ist $x = \frac{m.\ B}{27}$; Hrn. de Lucs Regel, in völliger Schärfe nicht richtig, aber so weit sie angewandt wird, ohne merklichen Fehler brauchbar.

Die bisherige Rechnung setzt den Barometerstand in Zollen ausgedruckt. Ich will nun annehmen, er sey in Linien gegeben. Also der unverbesserte Barometerstand B Linien;

So ist die Verbesserung $\frac{m.\ B}{27.\ 12.\ 16}$ Linien.

Die Zahl im Nenner ist 5184; Und

$\log \frac{1}{5184} = 0{,}2853349 - 4$ dem beynahe die Zahl 0, 00019290 gehört.

Also ist der verbesserte Barometerstand = B. $\left(1 + \frac{m}{5184}\right)$ Linie;

Wo man des zweyten Factors letztes Glied leicht mit den Logarithmen berechnet.

So würde ich am liebsten rechnen. Hr. de L. sucht die Verbesserung in Sechszehntheilen einer Linie, und drückt also auch den Barometerstand so aus:

302. So hat Hr. de L. bey unterschiedenen seiner barometrischen Beobachtungen die Verbesserungen wegen der Wärme berechnet; Wenn aber die Barometerstände sehr unterschieden sind, und man viel Beobachtungen macht, schlägt er vor, die Scale des Thermometers in der verkehrten Verhältniß der Barometerstände zu ändern, daß ein Theil der Scale, allezeit unmittelbar, Sechszehntheile von Linien giebt. Wie die hiezu nöthigen Zeichnungen zu machen sind, lehret er §. 490 u. f.

303. Hr. de L. sucht hiedurch Rechnungen auszuweichen, ganz leichten, die aber freylich alle Augenblicke vorkämen. Indessen würde wohl Mancher lieber diese Rechnungen machen, als so viel eigne Scalen zeichnen. Und wenn man solche Beobachtungen miteinander vergleichen, und allgemeine Sätze daraus herleiten wollte, so müßte

te man doch diese Scalen alle wieder in eine einzige verwandeln. Zu dieser Absicht wäre es selbst dienlicher gewesen, wenn Hr. de L. durchaus eine schon bekannte Abtheilung, etwa die reaumurische, oder weil diese selbst zweydeutig ist, eine andere bestimmte, gebraucht hätte, anstatt die Thermometerscalensprachen, deren Menge uns so schon, ohne den geringsten Nutzen beschwert, noch mit einer de lucischen zu vermehren, und von derselben ohngefähr soviel Dialecte zu machen, als Zolle Aenderungen im Barometerstande sind.

304. In die Fahrenheitische, die ein Deutscher immer beybehalten möchte, nicht nur weil sie die deutsche, sondern auch, weil sie zur Ehre unsers Vaterlandes, die älteste, richtige Thermometersprache ist, in diese, liesse sich Hr. de Luc seine so übersetzen:

Zwischen o und
Vom Eyspunkte bis an den Siedpunkt sind 180 Fahrenheitische Grad, und 96 de Lucische; Also 15 Fahr. = 8 de Luc.

Hrn. de Lucs o; ist 12 seiner Grade über den Eyspunkt, den Fahrenheit mit 32 bezeichnete.

Also ist Hr. de L. o; bey $32 + \frac{15 . 12}{8}$

oder 54, 5 fahr. Grad.

 Und

Und ein Grad, der bey Hr. de Luc m heiß ist bey

$54, 5 + \frac{m. 15}{8}$ oder $54, 5 + m. 1, 87$ fahrenh.

Wenn $m = - 16$; so ist dieser Grad
$54, 5 - 30$ oder $24, 5$ Fahrenh.

Und, bey 27 Zoll Barometerstande, gehört Hr. de L. Erfahrung gemäß, $\frac{1}{16}$ einer Linie Aenderung im Barometerstande wegen der Wärme, zu 1, 875 Fahrenheitischen Graden Aenderung der Wärme.

Soll ein Grad, den Hr. de L. mit m benennt, beym Fahrenheit M heissen, so ist
$M = 54, 5 + m. 1, 875$ oder
$m = \frac{M - 54, 5}{1, 875} = \frac{M}{1, 875} - 29, 0666. . . .$

Man verwandelt so jeden fahrenheitischen leicht in den de Lucschen; Weil log (M : 1875) = log M − 0, 2730013.

Oder man hat auch
$m = \frac{8 M}{15} - 29, 0666 . . = \frac{1}{2} M + \frac{1}{30} M - 29, 0666,$

305. Hr.

305. Hr. de L. hat Höhen, auf denen er Barometerstände beobachten wollte, geometrisch und auch durch nivelliren gemessen. Die grosse Sorgfalt, die er hiebey angewandt, beschreibt er §. 508 u. f. Auch eine Vorsichtigkeit, wenn man eine Höhe unmittelbar mit einem Lothe mißt, wo das Gewicht die Schnur ausdehnt, welche Unrichtigkeit auch der Hr. v. Oppel Markscheidek. §. 418. bemerkt, und ihrentwegen Vorschriften gegeben hat, von denen sich die beste freylich nur in Schachten wo Fahrten sind bewerkstelligen läßt.

306 Hr. de L. stellt sich die Luft in Schichten nach Mariottes Art getheilt vor, und zeigt §. 549; weitläuftig, wie man die Summen dieser Schichten findet, nachgehends bemerkt er, aus Bouguers Unterrichte, daß diese Summirung sich durch Abzug der Logarithmen bewerkstelligen lasse. §. 555.

307. Durch die Erfahrung hat er gefunden §. 561; daß bey einer gewissen Temperatur der Luft, wenn das Barometer bey 29 Zoll oder 348 Linien steht, die unterste Schicht 12497 Tausendtheile einer Toise ist.

308. Diese Temperatur muß 16¾ eines Thermometers gewesen seyn; das zwischen den festen Gränzen (termes fixes) in 80 Theile getheilt ist. §. 588.

Da diese festen Gränzen, Eyßpunkt und Siedepunkt sind, so sind diese 80 Theile = 180 fahrenheit,

renheit. Graden oder ein solcher Theil = $\frac{9}{4}$ Fahr. Graden;

Das Thermometer, das vom Eyßpunkte zum Siedepunkte 80 Grade zählt, wird wie Hr. de L. meldet oft das reaumurische genannt; (denn man nennt auch wohl das reaumurische, wo dieser Grade 90 sind, dessen Vergleichung mit dem fahrenheitischen ich im II. Th. meiner Anfangsgr. der Mathematik gezeigt habe.)

Der Grad, welcher die erwähnte Temperatur anzeigt, ist $\frac{16,75 \cdot 9}{4} = 37,6875$ Fahrenheitische Grade über den Eyßpunkte.

Addirt man dazu 32; die Zahl der Fahrenheitischen Grade beym Eyßpunkte, so steht diese Temperatur beym 69, 6875 Fahrenheitisch. Grade.

Zählt man, über die Stelle dieser Temperatur bejahte Grade, unter sie verneinte, von der Grösse wie ihrer 80 zwischen Eyßpunkt und S. W. enthalten sind, so sind n solcher Grade bey 69, 6875 + n. 2, 25 Fahrenh. Grad.

Diese Scale, wo o bey 16$\frac{3}{4}$ Graden über dem Eyßpunkte steht, so daß zwischen Eyßpunkt und S. W. 80 Grade sind, nun aber Grade dieser Grösse, über oder unter o gezählt werden, will ich D nennen.

309. Weil

309. Weil log (348 : 347) = 0, 0012497; So giebt die Erfahrung (307) in (39) gebraucht c = 12, 497 und den Coefficienten = 10000.

310. Also, ist nach Hrn. de Lucs Erfahrungen über den Horizont, wo der Barometerstand 29 Zoll ist, die Höhe 10000. log (348: y) und über einem andern, wo er h Linien ist, die Höhe 10000. log (348: h) und folglich zwischen den beyden Stellen, wo die Barometerstände h und y Linien sind, die Höhe 10000. log. (h: y)

311. Das ist also völlig die Regel nach der Mayer seine Tafel gemacht hat (219).

Ich zweifele, daß in dem Jahre, da Mayer seine Tafel Hrn. Prof. Hollmann muß mitgetheilt haben, (233) überhaupt etwas umständliches von diesen Bemühungen des Hrn. de L. bekannt gewesen. Und so hatte Mayer seine Tafel auf Vorschriften gegründet, die Hr. de L. ohne was von M. Tafeln zu wissen, auch durch seine Erfahrungen herausgebracht hat.

312. Anstatt aber, eine so leichte Regel, aus seiner Erfahrung herzuleiten, handelt nun Hr. de L. §. 562 u. f. sehr weitläuftig von Abtheilung der Atmosphäre in Schichten, deren jede einer Linie Quecksilberfall gehört. Solcher Schichten macht er 348; und betrachtet sie auf zweyerley Art, einmahl: als wenn in jeder die Luft durch-

aus

aus so dicht wäre als an der obersten Gränze, darnach, als wenn jede durchaus so dichte Luft hätte als an ihrer untersten Gränze. Das erste giebt offenbahr die Schicht zu groß, das andere zu klein (Man s. 60). Für jede dieser Voraussetzungen nun lehrt Hr. de L. eine Regel die Grösse jeder Schicht anzugeben. Es ist klar, daß für die letzte die Formel die seyn muß die ich 60; V; gegeben habe. Für die erste, wenn die Grösse der Schicht V heißt, und die Barometerstände in Linien ausgedruckt werden kömmt $V = c. (f - 1) : (y - 1)$ worauf auch Hr. de Lucs Regel §. 562. hinauskömmt. Diese Schichten nach jeder Voraussetzung berechnet, müßte man nun zusammen addiren, die Höhe für einen gegebenen Barometerstand zu finden, und fände solche Höhe einmahl zu groß, das anderemahl zu klein.

Nun, durch diese Berechnungen der Schichten, die Art wie sie müssen addirt werden, und das zu grosse und zu kleine, windet sich Hr. de L. fünf Blätter groß Quart durch, kömmt dahin, daß dieß auf eine unermeßliche Arbeit führte, die man gewiß würde liegen lassen . . . Wenn nicht zu allem Glücke Neper die Logarithmen erfunden hätte.

Diese Weitläuftigkeit entschuldigt er §. 577 damit, daß die, welche die Eigenschaft der Hyperbel kennen, gleich vom Anfange würden gesehen haben, worauf es ankomme, für Andere aber

würde

würde sein Beweis, der mehr mit den physischen Ursachen verbunden wäre, verständlicher seyn.

Hr. de Luc kömmt doch wieder zu seinen Schichten, und zeigt §. 582 u. f., wie man ihre Summen berechnen, diese weitläuftige Arbeit abkürzen, und doch was der Wahrheit ziemlich nahes herausbringen könnte, .. in dem Falle brauchbar, wenn man etwa keine logarithmischen Tafeln hätte.

313. Nun zeigt Hr. de L. wieviel die Wärme den Barometerstand ändert; §. 587. u. f. Er maaß Höhen geometrisch, und mit dem Barometer; sah, wo die Rechnung aus den Barometerständen, durch die Logarithmen geführt, mit der Messung überein traf; und fand bey diesen Beobachtungen daß die mittlere Wärme, die (308) angezeigte war.

314. Nun ordnete er seine Beobachtungen von neuen so, daß er die, wo grössere Wärme, und die wo geringere gewesen war absonderte, bey jeder Beobachtung merkte er sich die Wärme an, und was die Logarithmen gaben, in Fussen ausgedruckt. Bey jeder Station berechnete er die Summe aller Grade der Wärme, über den vorhin angezeigten, und aller Höhen welche ihm die Rechnung gaben. Eben das that er für die Grade der Wärme unter dem angezeigten; Aus jeder dieser beyden Rechnungen nahm er das Mittel, verglich solches mit dem, was die Logarithmen bey den Höhen zu viel oder zu wenig gaben, und so fand er, für jeden

Grad

Grad der Wärme über oder unter dem angezeigten wie viel Fuß man zu der berechneten Höhe addiren oder davon abziehen müsse.

Hiervon giebt er folgendes Exempel: Eine seiner Stationen ist 2582 Fuß über die gemeinschaftliche Grundlinie erhoben. Bey ihr hat er zu unterschiedenen Zeiten 17 Beobachtungen angestellt. Darunter war bey achten das Thermometer niedriger, als der angezeigte Grad; Diese acht Thermometerstände unter angezeigten Grade als verneint angesehen, haben zur Summe — $33\frac{1}{3}$.

Bey den neun übrigen Beobachtungen gaben die bejahten Thermometerstände zur Summe + $31\frac{5}{8}$.

Jede Summe mit der Zahl ihrer Beobachtungen dividirt, giebt Mittel; Die Hr. de L. (der Wahrheit so nahe als hie nöthig ist) — $4\frac{1}{8}$; + $3\frac{1}{2}$; setzt.

Die Höhe ward durch die Logarithmen aus jeder der ersten acht Beobachtungen berechnet. Die Zahlen dieser Rechnungen machten zusammen 21037 Fuß.

Diese Summe auch mit 8 dividirt, giebt das Mittel dieser berechneten Höhen 2630.

Die Höhen aus den letzten neun Beobachtungen berechnet, gaben zur Summe 22875; das Mittel aus ihnen 2542.

Wenn man jedes dieser Mittel aus berechneten Höhen mit der geometrisch gemessenen vergleicht, so findet sich folgendes:

— $4\frac{1}{8}$ Grad

| | | | |
|---|---|---|---|
| — $4\frac{1}{6}$ Grad geben | 48 Fuß | zu viel | |
| + $3\frac{1}{}$ | 40 | zu wenig | |

$7\frac{2}{3}$ Gr. U. der W. geb. 88 Fuß U. d. Höhen.

Folglich giebt 1 Grad Unterschied der Wärme ohngefähr $11\frac{1}{2}$ Fuß Unterschied der Höhe.

315. So berechnet Hr. de L. alle seine Beobachtungen, bey allen seinen Stationen, fand aber nicht überall Einförmigkeit zwischen Verminderung der Wärme und Vermehrung. Weil er aber weder diesen Irrthum noch desselben Ursache kannte, machte er sich eine Tafel, wieviel Fuß für jeden Grad der Wärme müßten geändert werden, und verbesserte darnach seine berechneten Höhen.

316. Nun ordnete er sich seine Beobachtungen von neuem, mit Umständen der Witterung und der Zeit. Und da fand sich, daß alle, die um die Zeit des Aufganges der Sonne gemacht waren, obgleich wie die übrigen berechnet, allemahl dem Orte der Beobachtung weniger Höhe gaben. §. 593.

317. Er versicherte sich durch Vergleichung seiner Erfahrungen, die Wärme sey am kleinsten beym Aufgange der Sonne, am größten, wenn $\frac{3}{4}$ der Zeit vorbey sind, da die Sonne über dem Horizonte ist, und ihre mittlere Grösse falle in den fünften Theil dieser Zeit, oder kurz vor Untergang der Sonne. §. 595.

318. Die Ursache der Erfahrung (316) scheint ihm §. 597. der Ostwind zu seyn, der sich oft kurz vor Aufgang der Sonne erhebt, wenn zuvor die Luft ganz still war. Er glaubt wenn so bewegte Luft, an ruhende stosse, so werde die Luft der Ebene auf die Berge gehoben, dergestalt, daß daselbst das Barometer höher stehe, als es der Wärme gemäß stehen sollte; So werde sein Unterschied vom Barometerstande in der Ebene kleiner, als er seyn sollte, und die Rechnung giebt dergestalt die Höhe zu klein.

319. Uebrigens hält er nicht für unmöglich, daß die erwähnte Ausnahme, wegen der Beobachtungen bey Aufgange der Sonne, manchmahl wegfallen könnte, wovon vielleicht die Ursache in der besondern Lage der Oerter zu suchen wäre.

320. Weil Hr. de L. kein Gesetz, nach dem diese Ausnahme sich richtete, entdecken konnte, so setzte er diese Beobachtungen alle beyseite. Sie fanden sich alle bey verneinten Graden der Wärme. Und so mußte er, nach ihrer Weglassung, auch die Rechnungen (314) ändern.

Von den acht Beobachtungen des dortigen Exempels, war eine bey Aufgang der Sonne gemacht, die Wärme —$5\frac{1}{8}$; die Höhe die sie gab 2600. Er ließ sie weg, so kam, für die übrigen sieben, mittlere Wärme — 4; mittlere Höhe 2634;

Und

Und nun folgte aus diesen sieben, mit den übrigen neunen zusammen, daß ein Grad Wärme weniger, dreyzehn Fuß Höhe mehr giebt.

321. Durch diese Weglassung nun, erhielt er so viel Einförmigkeit, daß die Verbesserungen der Höhen, für Grade über dem bestimmten Punkte, grösser waren, als für Grade darunter §. 602.

322. Nun suchte er (§. 607) für jede seiner Stationen die Verhältniß, zwischen der Höhe des Ortes, und der mittlern Zahl von Fussen, die man, für einen Grad des Thermometers, um den bestimmten Punkt herum, addiren, oder abziehen mußte; Imgleichen nach was für einem Gesetze sich diese Verhältnisse änderten, wenn man sich auf eine oder die andere Seite von diesem bestimmten Punkte entfernte. Nach Vollendung dieser Arbeiten fand er, soviel Uebereinstimmung zwischen den Verhältnissen, die er bey jeder Station gefunden hatte, und so wenig Ordnung bey ihren kleinen Unterschieden, daß ihm einfiel, alle die Brüche, welche diese Verhältnisse ausdrückten, zu combiniren. Das zeigte ihm: Um den bestimmten Punkt herum, verhalte sich die Verbesserung, der Höhe, für einen Grad des Thermometers, wie 1 : 215; Und allgemein sagt er: Die Verbesserung für einen Grad des Thermometers plus oder minus, sey zu der Höhe welche die Logarithmen geben, wie 1: 215.

323, Diesen, mir etwas dunkeln Ausdruck, habe ich mir durch den Gebrauch erläutert, den Hr.

de L. in der Folge davon macht, und den ich bald erklären will. Er bedeutet also so viel: Das Thermometer (308) stehe n seiner Grade über seinem o; Die Höhe, welche man aus den Logarithmen findet, sey b; So ist die Verbesserung $= \frac{n}{215}.\ b$; und die verbesserte Höhe $= b.\ (1 + \frac{1}{215}.\ n) =$

$$10000.\ (1 + \frac{1}{215}\ n).\ \log\ (f:\ y)$$

324. Hr. de L. aber fürchtet sich vor den Zahlen 215 und $16\frac{3}{4}$, die er bey seinem Thermometer brauchen müßte. (§. 608) Daher macht er eine neue Scale folgendergestalt.

Er macht die Proportion $215 : 500 = 80 : 186$. Diese vierte Proportionalzahl (sie sollte eigentlich $186\frac{2}{43}$ seyn) giebt ihm, wieviel Theile zwischen dem Eyßpunkte und siedenden Wasser gemacht werden.

Nun wieder die Proportion $80 : 186 = 16\frac{3}{4} : 39$ wieviel Theile vom o dieser Scale bis an den Eyßpunkt herunter sind. (Eigentlich wären ihrer $38\frac{36}{43}$).

Auf dieser Scale heißt das siedende Wasser $+ 147$; der Eyßpunkt $- 39$.

Wenn nun das Thermometer bey $\pm$ c Graden dieser Scale steht, so ist die verbesserte Höhe

$$b \pm b.\ \frac{2c}{1000}$$

325. Aus

325. Aus dieser Formel, die Hr. de L. giebt, (§. 611) habe ich mich erst versichert, daß sein voriger mir dunkler Ausdruck die Bedeutung habe, die ich ihm (323) beygelegt.

Diese neue Scale, die Hr. de Luc macht, heisse E. So sind (308) 80 Theile von D $= \frac{500.\ 80}{215}$ Theilen von E; oder 43 von D $= 100$ von E.

So sind vom Eyßpunkte bis an das o von E; $\frac{16,\ 75.\ 100}{43}$ Theile von E oder 38 $\frac{36}{48}$ solcher Theile.

Dieses o und das von D sind an einer Stelle.

Auch sind c Grade von E $= \frac{43.\ c}{100}$ Graden von D.

Man setze diese Zahl $= n$; also $c = \frac{100.\ n}{43}$

So wird $\frac{c}{500} = \frac{n}{215}$ und Hrn. de L. Formel (324) verwandelt sich in meine (323).

Ein Grad von E ist $0, 43. 9 : 4 = 0,9675$ Fahrenh. Grad.

326. Wenn man in (308) $0, 43. c$ statt n setzt, so erhellt folgendes; (weil $0, 43. 2, 25 = 0, 9675$).

 c Grade

c Grade der Scale E sind bey (69, 6875 + c. 0, 9675) Fahrenheitischen.

Setzt man diese Zahl Fahrenheitischer Grade $= m$; so hat man $\frac{m - 69,6875}{0,9675}$ Grade der Scale E bey m Fahrenheitischen Graden, wo man zur Bequemlichkeit die beständige immer abzuziehende Zahl berechnen kann.

Diese Zahl ist $= \frac{278,75}{3,87} = 72,028$, wie ich aus ihrem Logarithmen finde.

Und so sind bey m Fahrenheitischen $\frac{m}{0,9675} - 72,028$ Grade von E, welche Zahl nun c heißt. Der erste Theil läßt sich leicht durch die Logarithmen berechnen, da man zu log m nur den beständigen log $\frac{10000}{9675}$ addiren darf.

Es sey $m = 212$; so ist

| | |
|---|---|
| log m | = 2, 3263359 |
| best log | = 0, 0143489 |
| Summe | = 2, 3406848 |
| gehört zu | 219, 62 |
| abgez. | 72, 028 |
| Rest | 147, 59 |

soviel Grade der Scale E stehen beym Siedpunkte.

327. Hr.

327. Hr. de L. hat § 611. der 100 Seite des II. Th. einen Kupferstich beygefügt, wo die Fahrenheitische Scale, die sogenannte reaumurische, (308) die (293) und die, welche ich E nenne, (325) miteinander können verglichen werden. Die dritte der erzählten, heißt da: Scale des Thermometers, um die Wirkung der Wärme auf das Barometer, um 27 Zoll herum, zu verbessern; die vierte ist: Scale des Thermometers, die Temperatur der Luft anzuzeigen.

Auf diesem Kupferstiche sind vom Fahrenheitischen 0 bis 212; sechs pariser Zoll, und so liessen sich die andern Scalen kenntlich genug abtheilen.

Indessen erhellt aus Vorigem, daß selten ganze Theile einer dieser Scalen, an ganze einer andern, passen. Wer also eine genaue Vergleichung verlangt, muß sich doch der Formeln bedienen, die ich gegeben habe.

328. Es ist schlimm, daß nach allen diesen Bemühungen doch besondere Umstände eines Ortes die aus ihnen hergeleiteten Sätze ändern. Hr. de L. giebt §. 618. einen Berg bey Genf zum Beyspiel, den die Sonne vom Mittage bis zum Untergange bescheint, und so stark erhitzt, daß man noch früh vor Aufgange der Sonne Wärme daran bemerkt. Dieser erhitzte Berg theilt also

 seine

seine Wärme der benachbarten Luft mit, sie breitet sich dadurch aus, und wird specifisch leichter als sie anderswo in eben der horizontalen Schicht ist; so steht das Barometer am Fusse des Berges, niedriger, als anderswo in eben dem Horizonte. Diesen Gedanken hat sich Hr. de L. dadurch bestätiget: Wenn er Höhen an diesem Berge mit dem Barometer Nachmittage maaß, so fand er sie allemahl zu groß; Hatte aber Regen oder Wind den Berg abgekühlt, so fanden sich die Höhen richtig. §. 621.

329. Hr. de L. erzählt §. 624 u. f. umständlich eine Menge Beobachtungen, die er angestellt, und mit seinen Vorschriften, die größtentheils daraus hergeleitet und dadurch berichtigt sind, verglicht.

330. Folgendes wird also des Hrn. de L. etwas zusammengesetztes Verfahren, im Zusammenhange vorstellen:

Nebst dem Barometer, das nach seiner Art vorgerichtet ist, braucht er wenigstens zwey Thermometer.

Das eine ist am Barometer, die Scale (293) es dient zu zeigen, wieviel zu dem Stande den das Quecksiber im Barometer hat, muß addirt, oder davon abgezogen werden, den Stand zu bekommen, den dieses Quecksilber haben würde, wenn dieses Thermometer bey o stünde.

Braucht

Braucht Hr. de L. zwey Barometer, eins an einer Gränze der Höhe die er messen will, das andere an der andern, so ist bey jedem ein solches Thermometer.

Das zweyte Thermometer ist vom Barometer abgesondert, giebt die Temperatur der Luft an, und hat die Scale (324).

Auch dergleichen Thermometer braucht Hr. de L. gern zwey, eins an jeder Gränze der Höhe.

Nun beobachtet er jeden Barometerstand; verbessert ihn nach dem ersten Thermometer; Aus den so verbesserten Barometerständen berechnet er die Höhe. (310) Diese Höhe verbessert er nach dem zweyten Thermometer.

Zum Exempel will ich die erste seiner Beobachtungen, 112 Seite seines II. Th., erläutert hersetzen. Die Barometerstände sind in Sechszehntheilen einer Linie ausgedruckt.

331. I) Oben war der Barometerstand 5171; das erste Thermometer (293) bey — 15; So viel Sechszehntheile addirt er (294) weil der Barometerstand unten nahe bey 27 Zoll ist. Giebt den verbesserten Barometerstand 5186.

II) Unten 5222; Therm. — 11; verbessert 5233.

III) log (5233 : 5186) = 0, 0039182; Also, die Decimalbrüche zum Ueberflusse mitgenommen, wäre die Höhe 39, 182 Toisen = 235, 092 Fuß.

IIII) Nun war ein zweytes Thermometer oben — 45; ein anderes solches, unten — 47; Ein Mittel aus beyden zu haben, müßte die Summe — 92 halbirt werden, diese Hälfte wäre c; weil aber Hr. de L. nach seiner Formel dieses c wieder verdoppeln müßte, läßt er sie ganz.

V) Die Höhe (III) soll nun nach (324) verbessert werden; Sie ist das dortige b; Also die Verbesserung — 0, 092. 235 = 21, 62.

VI) Folglich die verbesserte Höhe 213, 472; Hr. de L. giebt nur die ganzen an.

VII) Die geometrisch gemessene Höhe war 216 Fuß 2 Zoll.

VIII) Das erste Thermometer (I) zeigt die Wärme am Barometer an, das zweyte (IIII) die in freyer Luft, aber in der Gegend des Barometers; z. E. beyde oben. Ob diese Wärmen sehr unterschieden sind oder nicht, läßt sich aus den Graden, die Hr. de L. angiebt, nicht sehen, weil jedes eine andere Scale hat. Ich will also die beyden oben auf die Fahrenheitische bringen.

IX) Für das erste oben ist n = — 15 (304) also stund es beym Fahrenh. Grade 54, 5 — 15. 1, 875 = + 26, 375.

Für das zweyte oben, ist c = — 45; (325) also stund es beym Fahrenheitischen Grade + 69, 6875 — 45. 0, 9675 = + 26, 1400.

332. Diese Beobachtung ist um den Aufgang der Sonne gemacht, welches die Höhen zu klein geben sollte, (315) aber an dem Orte (328) wo die Höhen zu groß kamen. Vielleicht meynt Hr. de L. hat beydes einander aufgehoben, daß die Höhe so ziemlich der Wahrheit nahe kömmt. Bey andern seiner Beobachtungen, treffen Messung und Berechnung noch viel näher zusammen.

333. Besonders merkwürdig sind die, welche er am Leuchtthurme (Fanal) zu Genua d. 22. Jun. 1757 angestellt, und sein Hr. Bruder den 26. Jul. wiederhohlt. §. 642. Er maaß mit der Schnur daran eine Höhe von 222 Fuß 11 Zoll. Die unterste Gränze war etwa 20 Toisen über dem Meere. An jedem Ende wurden sechs Barometerstände beobachtet, wie leicht zu erachten, nur wenig unterschieden; jeder ward (wie 331; I) verbessert, und so aus den verbesserten ein Mittel genommen. Oben ward der Stand des Thermometers beobachtet, der die Höhe (wie in 331; IIII) zu verbessern dient. Ein Auszug aus allen diesen ist folgendes.

Barom. unten $337\frac{47}{64}$ Lin.
oben $334\frac{34}{64}$ Thermom. + 13

Hieraus berechnet Hr. de L. die Höhe nach seinen Regeln 221 Fuß 1 Zoll nur 1 F. 10 Z. kleiner als die gemessenen. Und einen Theil dieses Unterschiedes schiebt er noch darauf, daß er die Temperatur der Luft in der Höhe untersucht, wo sie gewiß weniger

niger erwärmt gewesen als längst dem Thurme hinauf.

Wer hie nach Hrn. de Lucs Regel rechnen will, dem kann dienen, daß die Barometerstände in Vierundsechzigtheilen von Linien ausgedruckt, 21615; und 21437 sind. Nun ist log (21615: 21437) = 0, 0035912, also die unverbesserte Höhe b = 35, 912 Toisen = 215, 472 Fuß. Ferner c = + 13; und die Verbesserung + 0, 002. c. b = 5, 602 . . . also die verbesserte Höhe = 221, 074 Fuß, wo die Decimalbrüche 0, 87 Zoll betragen.

334. Es ist der Mühe werth zu untersuchen, was für eine Dichte der Luft aus diesen Beobachtungen Hrn. de L. folgt. In (37) muß c die mit der Schnur gemessene Höhe bedeuten, also den Fuß zur Einheit genommen, $c = \frac{2675}{12}$; Und weil die dortige Formel so eingerichtet ist, daß f eine Zahl von Zollen bedeutet, so ist $f = \frac{21615}{12.\ 64}$.

Daher $m = \frac{21615}{12.\ 64.\ 2675}$. k. log (21615: 21437); wo 12. 64 = 768. Ich finde log m = 0, 9395254 — 5 oder die Dichte dieser Luft = 0,000087 der Dichte des Quecksilbers. Und Quecksilber 14 mahl so schwer als Wasser gesetzt, ist diese Luft 821 mahl leichter als Wasser.

Der

Der ihr zugehörige Barometerstand ist 28 Zoll $1\frac{7}{84}$ Lin. also ohngefähr der, den man am Meere annimmt, aber die Stelle war schon ziemlich hoch über dem Meere.

334. Noch kann man nach (39) den Coefficienten suchen. Er ist $\frac{2675}{12 . 0, 0035912}$; und ich finde seinen Logarithmen 4, 7929031 ihn selbst 62073.

Das wäre der Coefficient, wenn man x in Fussen sucht. Sucht man es in Toisen, so wird er sechsmahl kleiner = 10345.

Dieser ist doch ziemlich viel grösser, als er nach (310) seyn sollte. Weil er auch = $\frac{f. k}{12. m}$ seyn muß (39; 38; 22;) so suchte ich daraus von neuem seinen Logarithmen, und fand solchen völlig wie vorhin. Also stimmen wenigstens meine Rechnungen mit einander überein.

335. Dieß wiederspricht Hrn. de Luc, nicht denn (310) gilt nur bey der (308) angezeigten Temperatur. Die jetzige, welche Hr. de L. mit + 13 bezeichnet, ist um 13. 0, 9675 = 12, 57. . . Fahrenh. Grade wärmer (326).

336 Im §. 650 u. f. zieht Hr. de L. allgemeine Folgerungen aus den Beobachtungen, die an der Fläche des Meeres angestellt worden. Er meldet: Cassini, Mariotte, Scheuchzer, und viel

viel andere, hätten entschieden, man müsse am Ufer des Meeres um 60 bis 64 Fuß steigen, wenn das Quecksilber eine Linie fallen solle; aber seine Erfahrungen (die zu Genua), für deren Genauigkeit er stehen könne, zeigten daß solches 80 Fuß betrage.

Diese Grösse aber sey nach der Wärme der Luft, und dem veränderlichen Gewichte der obern Säule, veränderlich, sowohl am Meere, als anderswo.

Am Ufer des nordischen Meeres, wo die französischen Mathematiker beobachteten, die den Grad des Meridians in Lappland maassen, bey einer Kälte von — 37 der Eintheilung in 80; und 29 Zoll Barometerstande, gehörten 56 Fuß hoch Luft, zu einer Linie Quecksilber.

In Senegal, bey + 39 Graden des reaumurischen Thermometers, die etwa + 36 der Eintheilung in 80 machen, und 28 Zoll, waren von dieser so verdünnten Luft, 85 Fuß mit einer Linie Quecksilber im Gleichgewichte.

337. So sagt Hr. de L. haben Mariotte und Scheuchzer der Erfahrung nicht genug gethan, weil sie diese Höhe zu gering annahmen; Maraldi, Cassini, Bernoulli, setzten keinen Verdacht in die Beobachtungen am Ufer des Meeres, und weil sie doch fanden, daß andere Erfahrungen damit nicht recht übereinstimmten, glaubten sie, man müsse das Gesetz der Dichte der Luft etwas ändern.

Was

Was Hr. de L. vom Mariotte und Scheuchzer sagt, stimmt sehr wohl mit demjenigen zusammen, was ich (61; u. 91;) erinnert habe. Auf diese Berechnungen der Dichte der Luft, die jede Regel annimmt, führte mich die Integralformel, von der ich anfing.

338. Da Hr. de L. seine Formeln, am Meere, und auf den Alpen bis 1560 Toisen über dem Meere mit der Erfahrung übereinstimmend gefunden, so glaubt er, könne man ein Vertrauen in sie setzen, und sie wenigstens künftig durch genauere Beobachtungen berichtigen.

339. Schwürigkeiten, die Messung der Höhen mit dem Barometer zur Richtigkeit zu bringen, erzählt Hr. de L. folgende; §. 656. u. f.

Aller Verbesserungen, die er beym Barometer gemacht hat, ohngeachtet, findet sich doch, zwischen welchen die sonst übereinstimmen, zuweilen $\frac{1}{10}$ oder gar $\frac{1}{8}$ einer Linie Unterschied. Er glaubt, dieses rühre großentheils von Unvollkommenheiten der Röhren her, auch wohl von unterschiedlicher Beschaffenheit des Quecksilbers.

Zweytens der Einfluß der Wärme auf die Dichte der Luft. Hr. de L. hat diese Wärme oft unten und oben beobachtet; Aber wie nimmt sie nun zwischen beyden Stellen ab? Hr. de L. setzt, leichterer Rechnung wegen zum voraus, es geschehe in einer arithmetischen Progression.

Drittens;

Drittens; wenn die Wärme zunimmt, und die Luft an selbigem Orte strebet sich auszubreiten, so kann sie nicht sogleich die benachbarte Luft forttreiben; Während der dazu nöthigen Zeit, ist sie dichter, als sie der Wärme gemäß seyn sollte. Das Gegentheil, geschicht auch in etwas, wenn die Wärme abnimmt; Und so nimmt die Luft selten den Raum ein, den sie nach den allgemeinen Regeln einnehmen sollte, die aus den Beobachtungen zusammengenommen gezogen sind.

Bis ohngefähr 200 Fuß über dem Boden, (terrein) wie groß auch desselben Erhöhung seyn mag, sind die Wirkungen der Wärme auf die Luft gewöhnlich viel grösser als seine Regel sie angiebt. Er schreibt dieses den Dünsten zu, auf welche die Wärme stärker wirkt, als auf reine Luft, kann aber davon keine Regeln geben.

Endlich, weiß man noch nicht recht, wie sich bey einerley Aenderung der Wärme, die Aenderungen der Dichten der Luft und des Quecksilbers verhalten. Und daher ist Hr. de Luc §. 663; selbst von der Vorschrift, die er zu Verbesserung der Höhen gegeben hat, (324) nicht ganz versichert.

340. Daß das Barometer seinen Stand an einem und demselben Orte ändert, ist ohnstreitig auch eine der beträchtlichsten Schwierigkeiten. Hr. de L handelt von diesen Aenderungen, ihren Ursachen und ihrem Einflusse auf das Höhenmessen §. 665. . 739.

341. Vor-

341. Vorschriften die er §. 740 u. f. giebt, Fehler zu vermeiden, die aus angezeigten Ursachen entstehen können, sind:

An jede Gränze der Höhe die man messen will ein Barometer zu stellen, jedes einige Stunden lang jede Viertheilstunde einmahl zu beobachten, und aus allen das Mittel zu nehmen. Diese Vorschrift, die sehr oft schon allein zulänglich ist, gründet sich darauf, daß die meisten Ursachen der Ausnahmen von den allgemeinen Regeln, sich in kurzen Zeiten immer ändern.

Kann man sich nicht so lange aufhalten, so soll man in der mittlern Wärme des Morgens beobachten, welche in die Zeit fällt, da von dem Aufenthalte der Sonne, über dem Horizonte, ohngefähr der fünfte Theil vorbey ist.

Bemerkungen der Umstände des Orts, der Dünste u. s. w. können dienen, Beobachtungen übereinstimmend zu machen, die etwa streitend scheinen, auch wohl eine allgemeine Regel zu Verbesserung dieser kleinen Fehler zu finden.

342. Was Hr. de L. §. 744 . . 763 darüber sagt, und mit wahren Beyspielen erläutert: wie das Steigen und Fallen eines beträchtlichen Stükkes der Erdfläche mit dem Barometer abzunehmen ist, verstattet der Raum hie nicht beyzubringen.

343. Ueber Hrn. Bouguers Vorschriften stellt Hr. de L. §. 764. . . Untersuchungen an. Desselben Meynung, daß manche Luft andere Elasticität habe als andere, (150) ist nach Hrn. de Lucs Gedanken wider die Erfahrung, man wüßte alsdann nichts von der würklichen und localen Dichte der Luft.

Hrn. B. Barometer war nicht durchs Feuer von der Luft gereinigt worden, und es bestund aus einem Rohre in einem Gefässe mit Quecksilber. Aus beyden Ursachen mußte es, unter einerley Umständen, niedriger stehen als Hrn. de L. seines. Wenn also ein paar Barometerstände Hrn. B. eben soviel unterschieden waren, als ein paar Hrn. de L. so gehörten die ersten zu kürzern Quecksilbersäulen, der Unterschied der Logarithmen dieser Säulen mußte grösser seyn, als der Unterschied der Logarithmen, der längern Quecksilbersäulen die Hrn. de L. Barometer gehabt hätte.

Nähmlich wenn $a - b = A - B$, und die ersten beyden Zahlen kleiner sind als die letzten beyden; so ist $\frac{a}{b} > \frac{A}{B}$

Den Einfluß der Wärme hat Hr. B. nicht in Betrachtung gezogen.

Hr. de L. sucht aber zu zeigen, daß bey den besondern Umständen, unter denen B. beobachtet, die

die Fehler, die er eigentlich begangen, einander aufheben, und seine Vorschriften doch mit seiner Erfahrung übereintreffen könne.

Wenn Hrn. de Luc Thermometer — $16\frac{2}{3}$ ist, zieht er von der Höhe die ihm der Unterschied der Logarithmen giebt $\frac{1}{30}$ ab. (324) Das ist soviel, als berechnete er die Höhe nach B Regel. Und man kann sehr wahrscheinlich annehmen, daß sey die mittlere Temperatur der Luft gewesen in der B. beobachtet. Seine und anderer Reisenden Nachrichten stimmen überein, in der mittlern Höhe der Cordeliere sey immerwährender Frühling.

Diese Temperatur ist 53, 57 fahrenh. Gr.

Auch wie Hr. de la Condamine und Godin Erfahrungen mit Hrn. B. Regel übereinstimmen können, sucht Hr. de L. zu erklären.

Noch stellt er Betrachtungen über des Hrn. de la Caille barometrische Abmessungen auf dem Vorgebürge der G. H. an.

344. Wie man die eigne Schwere der Luft zu einer gewissen Zeit sicher finden könne, lehret Hr. de L. 786 u. f. §. Er hat im vorhergehenden, da er sich mit seinen Schichten beschäftigte, gefunden, bey einer gewissen Temperatur der Luft müsse man 26094 durch die Zahl der Linien des Barometerstandes dividiren, so komme heraus, wieviel Fuß

 die

die Luftsäule hoch sey, die an selbigem Orte, zur selbigen Zeit, mit dieser Wärme, mit einer Linie Quecksilber im Gleichgewichte sey.

Also, soll man einen Barometerstand beobachten, nach seinem ersten Thermometer verbessern; und nun, dividiren. Ist die Temperatur die gehörige, so giebt der Quotient das Gesuchte; Ist sie anders, so muß man wieder diesen Quotienten verbessern.

Als ein Exempel setzt er: Man finde einen Barometerstand $324\frac{5}{16}$ Lin. Das erste Thermometer am Barometer sey $+ 5$; das zweyte das im freyen die Temperatur der Luft anzeigt — $15\frac{3}{4}$.

Wegen des ersten Thermometers zieht er $\frac{5}{16}$ Linie ab, so ist der Barometerstand eigentlich 324 Lin. = 27 Zoll.

Und nun $\frac{26094}{324}$ = 80 Fuß 6 Zoll 5 Lin. = 11547 Lin.

Wegen des zweyten Thermometers zieht er hievon 1, 1597. 2. (15 + $\frac{3}{4}$) ab; So bekömmt er für die Höhe der Luftsäule die einer Linie Quecksilber zugehört 11232 Linien.

Und so setzt er, würden sich die Dichten der Luft und des Quecksilbers verhalten wie 1 : 11232. Das gäbe Luft : Wasser = 1 : 802.

345. Wenn man auch alle die Zahlen und Berichtigungen die Hr. de L. braucht annimmt, so giebt

giebt doch dieses Verfahren die Dichte der Luft nicht ganz theoretisch richtig. Denn die Luftsäule besteht aus Luft, die oben hinauf immer dünner und dünner wird, die Dichten der Luft an der obersten und der untersten Gränze verhalten sich wie 323 : 324.

Das eigentliche Verfahren ist aus (37) oder gleich vom Anfange aus (21); $m = \frac{f.k.\log(f:y)}{x}$

wo hie $f = 324$; $y = 323$; $\log(f:y) = 0,001342$; $x = 11232$; da finde ich $\log m = -4,0497821$ Das giebt Luft : Quecksilber = 1 : 11214 11214 oder auch $m = 0,00008169$ und Luft : Wasser = 1 : 801.

346. Hr. de Luc erinnert §. 793; sein Verfahren gebe die eigne Schwere der Luft ein wenig zu klein, und thut Vorschläge diesen geringen Fehler zu verbessern. Die eigentliche, jetzo von mir gebrauchte Regel, scheint er nicht zu kennen.

347. Hr. de L. schließt diese Untersuchungen mit einer Betrachtung über die Höhe der Atmosphäre; §. 794. u. f. Nimmt man an, die Luft verdünne sich immer in der Verhältniß wie der Druck abnimmt, so geht sie freylich bis ins Unendliche. Setzt man aber die Gränze dahin, wo die Luft nur wenig Quecksilber, z. E. nur eine Linie, erhalten könnte, so erhellt aus vorhergehenden, wie sich diese Gränze angeben liesse, selbst in

meiner allgemeinen Formel (39) wäre diese Höhe B. log f wenn man f in Linien ausdruckt.

Wenn man die Temperatur der Luft annimmt, bey der Hrn. de Luc, oder Mayers Coefficient statt findet, (310) und f = 27 Zoll = 324 Linien setzt, wovon der Logarithme 2, 5105450 ist, so erstreckt sich die Atmosphäre von diesem Barometerstande, bis an die Stelle, wo sie nur 1 Linie Quecksilber hält 25105, 450 Toisen.

Dieß giebt Hr. de L. an §. 300; und erinnert, so stark verdünnten ohngefähr unsre guten Luftpumpen die Luft.

Smeatons seine verdünnt sie noch vielmehr Aerom. §. 38.

In den Phil. Trans. Vol. 64. P. I. (Lond. 1774) p. 95 erinnert Priestley, Smeatons Luftpumpe müsse in sehr elenden Zustande seyn, wenn sie nicht die Luft 200 bis 300 mahl verdünne; also ohngefähr soviel als Hr. de L. von den guten fodert.

Ich besitze selbst eine smeatonische, vom hiesigen Bauherrn Kampe verfertigt. Da ich noch eine andere, mit zween Cylindern, und Ventilen, auf die gewöhnliche Art in Engelland verfertigte, welche der Universität gehört, zum Gebrauche habe, so habe ich jene, mir eigne, wohl einige Jahre lang wenig gebraucht, und doch dabey aus Nach-

lässigkeit

lässigkeit unzerlegt stehen lassen; Das gereichte freylich Ventilen, Ledern, u. s. w. nicht zum Vortheile, und daß diese in einem elenden Zustande waren, zeigte sich bey ihrer Zerlegung. Indessen that diese so vernachlässigte Luftpumpe, immer noch bessere Dienste als die andere, wenn der andern Ausbesserung nur etwa ein Jahr war verabsäumet worden.

Priestley a. a. O. wundert sich darüber, daß keiner von den englischen Künstlern, Smeatons so vorzügliche Luftpumpe zu verfertigen unternimmt.

Hr. Kampe ist vermuthlich zu derselben Verfertigung durch den Hrn. Geh. Rath v. Segner, als derselbe hiesiger Lehrer war, veranlaßt worden. Er hat auch ausser der meinigen noch mehr verfertigt.

Wie man in meiner Formel (39) x berechnet, wenn y ein noch so kleiner Bruch einer Linie wäre, brauche ich wohl meinen Lesern nicht zu sagen. Hr. de L. belehrt die seinigen hierüber auf eine Art die zeigt, daß er die Rechnung mit den Logarithmen für was sehr wenig bekanntes hält.

Allemahl setzt diese Rechnung zum voraus, sehr dünne Luft breite sich nach eben dem Gesetze aus, wie die in welcher wir leben. Worinnen man allenfalls Bouguern glauben müßte. (141)

348. Was in Hr. de Luc Werke ferner enthalten ist; von den Refractionen, von der Hitze kochenden

den Wassers u. d. g. gehört nicht in den Auszug, den ich zu gegenwärtiger Absicht schon so weitläuftig gemacht habe.

349. Das eigne von Hrn. de L. Bemühungen besteht also in vollkomnerer Vorrichtung der Barometer, und in Untersuchung des Einflusses der Wärme, den er durch seine beyden Thermometer bestimmt.

Die Regeln, die er wegen der Wärme vorschreibt, beruhen nur auf seinen Erfahrungen, die allerdings mit vieler Sorfalt angestellt, und mit vieler Scharfsinnigkeit gebraucht scheinen.

Völlig sicher werden doch wohl diese Regeln erst alsdenn seyn, wenn man zeigen kann, daß sie aus sonst bekannten physischen Lehren folgen; Oder wenn man sie durch wiederhohlte vielfältige Beobachtungen bestätiget; welches Hr. de Luc selbst wünschet.

Soll das letzte Mittel Zuverlässigkeit geben, so müssen Beobachter und Werkzeuge, so vollkommen seyn, wie beydes bey dem Hrn. de Luc war. An einem von beyden würde vielleicht jemand, der nur mäßig für den Hrn. de L. eingenommen wäre, nicht ganz mit Unrechte zweifeln, wenn andere Beobachtungen mit den seinigen nicht übereinstimmten.

350. Der vor kurzem verstorbene Proviantcommissarius Strohmeyer zu Hannover hat, in seiner Anlei-

Anleitung übereinstimmende Thermometer zu verfertigen (Gött. 1775) unterschiedene Versuche des Hr. de L. nur aber die Thermometer betreffende geprüft.

351. I. Barometrische Beobachtungen mit Anwendungen von Hrn. de Lucs Regeln sind von Hrn. Prof. Zimmermann in Braunschweig angestellt, und in den gelehrten Beyträgen zu den Braunschweigischen Anzeigen 1775; 45 u. 46 St. erzählt worden. Ich will einiges daraus beybringen.

Die Beobachtungen sind auf dem Andreasthurme in Braunschweig angestellt worden, an dem zuvor der Hr. Hauptmann Rauch unterschiedene Höhen trigonometrisch gemessen hatte, der auch bey diesen barometrischen Beobachtungen gegenwärtig war.

Das Barometer war nach de Lucs Angabe mit doppelten Schenkel, genau nach pariser Maasse getheilt, das Thermometer, reaumurische Grade (ohne Zweifel obgleich Hr. Zimmermann solches nicht anzeigt, 80 vom Eyßpunkte zum Siedpunkte) vom jüngern Belienno zu Br. verfertigt.

Hr. Pr. Z. erwähnt nicht ob das Thermometer am Barometer, oder davon abgesondert gewesen.

Die Versuche sind d. 21. May zwischen 2 u. 4 Uhr angestellt.

II. Unten an der Kirchthüre stand das Barometer bey 28 Zoll 7 Linien = 343.

III. Beym dritten Absatze 28 Z. $5\frac{2}{3}$ Lin. = 341, 66.

Das Thermometer $13\frac{1}{2}$ Grad.

IIII. Aus log (343 : 341, 66) findet Hr. Pr. Z. die unverbesserte Höhe 17 Toisen = 102 pariser Fuß.

Die verbessert er nach einem Verfahren, wie das, das ich (323) gezeigt habe, so:

Was ich dorten n heisse ist $13\frac{1}{2} - 16\frac{3}{4}$ = 3, 25. Also die Verbesserung = $-\frac{102.\ 3,25}{215}$ = − 1, 54.

Folglich die verbesserte Höhe = 100, 46 par. Fuß.

Der pariser Fuß ist zum Braunschweiger = 1440 : 1260 = 8 : 7.

Also die verbesserte Höhe 114, 91 Br. Fuß.

Die trigonometrische Rechnung gab diese Höhe 115 Fuß.

V. Hie treffen beyde Messungen am genauesten zusammen, bey etlichen andern Beobachtungen ist der Unterschied etwas grösser.

VI. Am Dachfenster (höher ließ sich das Barometer nicht wohl bringen gab das Barometer den 3. Jun. des Thurms Höhe bis ans Dach 216

Fuß

Fuß 8 duodec. Linien Br. die Trigonometrie 257 Fuß.

Hr. Z. erinnert hiebey, de Luc selbst habe bey 221 Fuß manchmahl um 22 Zoll gefehlt.

VII. Hr. Pr. Z. hat solche Beobachtungen d. 5. Jun. mit einem sehr schönen, theuren und fürtreflich getheilten englischen Barometer, mit einer Kapsel und weiten Röhre wiederhohlt, und darüber eben wie vorhin gerechnet. Die geben ihm die Höhe am Dachfenster 214 Fuß 5 Zoll 2 Linien Br. Also um 42 F. 6 Z. 2 L. von der trigonometrischen Angabe unterschieden.

VIII. Das setzt er wie er sagt, für Lehrer der Physik und Mathematik auf nicht weit von Braunschweig entfernten ansehnlichen Akademien, hinzu, welche die gewöhnlichen Barometer des de Luc seinen vorziehen, ja wohl gar auf de Luc schimpfen. Er befürchtet, es werde dieses so unglaublich scheinen, als daß andere auf die Attraction und auf Newton lästern.

Vielleicht sind diese andern auch eben dieselben. Uebrigens ist es seltsam, daß Hr. Pr. Z. so was für unglaublich hält. Denn Cicero hat ja schon gesagt: Nihil tam absurdum esse quod non dictum sit ab aliquo philosophorum. Das Wort Lehrer bedeutet bey Hr. Pr. Z. wohl nicht Professoren. Professoren der Wissenschaften von denen ich hier Professor bin, die solche Idioten wären,

ren, kenne ich auf keiner ansehnlichen Akademie, selbst nicht auf solchen Akademien, die der berühmte Raisonneur, kleine nennt. Es müssen etwa Pfuscher seyn, die sich zu Lehrern aufwerfen.

VIIII. Es scheint, Hr. Pr. Z. habe de Lucs Werk nicht selbst bekommen können; nach der Art wie es ausgegeben ward, konnte es nicht sogleich in den gewöhnlichen Buchhandel kommen. Er hat sich also mit Nachrichten und Vorschriften befriedigen müssen, die nicht so vollständig sind, als was Hr. de L. im Werke selbst lehret. Daher fehlt bey ihm, Hrn. de L. Verbesserung jedes Barometerstandes, durch das Thermometer am Barometer (330).

Wenn diese Verbesserung jedes Barometerstandes beyder geometrische Verhältniß nicht beträchtlich ändert, so hat es eben nicht viel zu bedeuten ob man sie wegläßt oder nicht; Und das wird wohl hie der Fall seyn.

Ich habe als ein Exempel der Berechnung angenommen, das Thermometer, nach welchem der Barometerstand zu verbessern wäre, habe unten an der Kirchthüre auch bey 13, 5 gestanden wie oben beym dritten Absatze. Da finde ich die Verbesserung des untern Barometerstandes — 0, 2778; und so auch des obern — 0, 2779. Die beyden Barometerstände darnach verbessert, kömmt der Logarithme ihre Verhältniß log (342, 72 : 341, 39) =

39) = 0, 0016887 also die Höhe auch sehr nahe bey 17 Toisen, wie Hr. Pr. Z. sie berechnet.

Eigentlich würde das Thermometer unten mehr Wärme angezeigt haben. Beym zweyten Absatze war es 14 Grad, er ist nach der trigonometrischen Bestimmung 82 Br. F. hoch.

XI. Hr. Pr. Zimmermanns Beobachtungen zeigen also, daß eine so sorgfältige und geschickte Befolgung von Hrn. de L. Regeln wenigstens etwas der Wahrheit ziemlich nahes giebt.

352. Eine sehr natürliche Frage wäre wohl: Wie nothwendig zur Richtigkeit der Messung Hrn. de L. Verbesserungen wegen der Wärme sind? Wieviel jemand fehlen könnte, der übrigens mit einem guten Barometer, aber ohne hierauf acht zu geben, beobachtete? Ich will Einiges beybringen, das zu Beantwortung dieser Frage dient.

Ich nehme an, beyde Thermometer des Hrn. de L. werden, wie wenigstens manchmal statt findet, ohngefähr einerley Wärme anzeigen, (331; VIII) Ich will also Wärme und Kälte aufsuchen, die vermuthlich am meisten von denen, wo Hr. de L. Scalen o haben, abweichen möchten, diese in Hrn. de L. Scalen ausdrucken, so wird man ohngefähr übersehen können, wie beträchtlich seine Verbesserungen werden können.

353. Ein Verzeichniß merkwürdiger Grade von Wärme und Kälte, von Heinsius gesammlet, befindet

befindet sich in Winklers Physik (Leipz. 1754.) §. 126. und Hrn. Prof. Erxlebens Physik §. 737. Da ist eine Wärme in Senegal angegeben $86\frac{1}{4}$ und eine Kälte in Sibirien 275, de l'Islische Grade.

Das sind, fahrenheitische 107, 5 und — 18.

354. Setzt man für die africanische Wärme, in (304) M = 107, 5; so gehört sie in Hrn. de L. ersten Thermometer zu

$$m = 28, 277 \ldots$$

Der Barometerstand wird nicht viel über 27 Zoll werden, höchstens etwa ein wenig über 28. Und so wird seine Verbesserung wegen der africanischen Wärme, wohl nicht viel über $\frac{28}{16}$ einer Linie = $1\frac{3}{4}$ Linie betragen.

Eben den Fahrenheitischen Grad brauche man in (326) so findet sich c = 39, 08, und nach (324) muß man zu der Höhe, welche der Unterschied der Logarithmen giebt, noch 0, 07816 von ihr addiren.

Für die sibirische Kälte, das fahrenheitische M = — 18 gesetzt, finde ich Hrn. de Lucs m = — 38, 666, c = — 90, 633 . . . welches also noch stärkere Verbesserungen giebt.

355. Ist eine Wärme oder Kälte, nicht so weit als die angezeigten, von 54 Fahr. Gr. entfernt, so ist m kleiner; (304) Und ist sie näher bey 69 fahr. Graden, so ist c kleiner. (326)

356. In

356. In den Philosophical Transactions Vol. 64. Part. I. (Lond. 1774.) n. 20. ist ein Aufsatz von dem Kön. Astronomen Hrn. Nevil Maskelyne, wo Hrn. de Luc Formeln, für englisches Maaß und in fahrenheitischen Graden ausgedruckt, auch sonst in einigen Stücken bequemer gemacht werden. Ich bringe daraus hie nur bey, daß der französische Fuß zum englischen = 1, 06575: 1 gesetzt wird, dessentwegen Hr. M. sich auf Trans. Vol. 58. für 1768; p. 326 beruft. (*)

Bey den Verwandlungen der Thermometergrade macht Hr. M. die Erinnerung: Hrn. de Lucs Sied-

(*) Hr. Prof. Piehl in Giessen, hat bey seinem letzten hiesigen Aufenthalte, in das 5. u. 6 Stück der hiesigen gemeinnützigen Abhandlungen eine Untersuchung über die richtigste Bestimmung der Verhältniß des rheinländischen Fusses zum Londner einrücken lassen. In derselben findet er auch aus Grahams und le Monniers Angaben, Phil. Trans. Vol. 42; p. 541 u. Vol. 51; p. 778 die Verhältnisse des Pariser und Londner Fusses; 1, 065416: 1 nach G. u. 1, 065351: 1 nach M. welches doch also ziemlich mit obigen zusammentrifft. Die Verhältnis des Rheinländischen zum Londner findet er hieraus = 13913: 13516. Ich habe in meinen Anfangsgr. der Geometrie 32. S. 3. Anm. eine Verhältniß zwischen Pariser und Englischen aus Helshams Physik angegeben, der ich natürlich da sie aus einem sonst angesehenen englischen Schriftsteller genommen war, etwas trauen mußte. Sie erfordert aber nach angezeigtem einige Berichtigung.

Siedpunct 80 (308) ward so bezeichnet, als das Barometer bey 27 Zoll stand. Die vornehmsten englischen Künstler aber, bezeichnen den Siedpunkt, oder 212 fahr. Gr., wenn das Barometer bey 30 engl. Zoll steht; die betragen 28 Zoll 1, 8 Linien französisches Maaß, oder 13, 8 Linien höher, als Hr. de L. Barometer.

Aus Hrn. de L. Erfahrungen (292) folgt, wenn der Barometerstand um eine Linie wächst, so steige das Quecksilber im Thermometer um $\frac{1}{1134}$ des Abstandes zwischen dem Eyßpunkte und Siedpunkte; In der That berichtet er, in dem Essai sur les variat. de la chal. de l'eau bouillante, so sich bey seinem Buche befindet, diese Regel treffe nicht mehr bey so grossen Aenderungen des Barometers zu, als sich ereignen, wenn man hoch steiget, aber für kleine Aenderungen um den mittlern Stand herum, ist dieses doch richtig genug.

Also gehören zusammen: Eine Linie Aenderung im Barometerstande, und $\frac{180}{1134} = 0, 16$ fahrenh. Gr. Solchergestalt geben 13, 8 Linien Aenderung des Barometerstandes, 0, 16. 13, 8 = 2, 2 fahr. Gr. Und ein Thermometer, dessen Siedpunkt 212 bezeichnet war, als das Barometer 30 engl. Zoll stand, wird, wenn das Barometer bis 27 französische Zoll fällt, in siedenden Wasser um

um 2, 2 Grad, oder bis 209, 8 das ist in runden Zahlen bis 210 Grad, sinke, welche nur 178 Grad vom Eyßpunkte entfernt sind. So betragen die 80 Grad, von Hrn. de L. Thermometer, nur 178 des fahrenheitischen der englischen Künstler. Und diesem gemäß stellt Hr. M. seine Verwandlungen an.

357. Noch beträchtlicher ist in eben dem Bande, n. 30. ein Aufsatz Hrn. Sam. Horsley L. L. D. der Hr. de Lucs Regeln mit der Theorie vergleicht, und Vorschriften zu ihrer bequemen Anwendung giebt.

Dieser Aufsatz hat sechs Abschnitte. Der erste fängt auch mit der Bemerkung an, Hr. de L. habe sich bey Verfertigung seines Thermometers, nach 27 Zoll als mittlerer Barometerhöhe zu Genf gerichtet. Auf dem ebenen Lande um London sey sie nur wenig kleiner als 30 engl. Zoll. Den Barometerstand habe bey Verfertigung der Thermometer unter den englischen Künstlern zuerst Bird beobachtet. Daher Hr. H. Thermometer, wo der Siedpunkt bey 30 engl. Zoll Barometerstande angegeben ist, Birds fahrenheitische nennt. Hr. H. berechnet auch, daß bey einem solchen Thermometer der Siedpunkt 209, 989 ist, wenn er bey einem für 27 pariser Zoll Barometerstand gemacht, 212 ist.

Also steht Hr. de L. 80 beym 210 Birdsfahr. Grade; bis an diesen, sind vom Eyßpunkte 210

— 32 = 178 Grade, und die sind 80 des Hrn. de L. gleich. Folglich ist 1 Gr. de L. $= \frac{178}{80} =$ 2, 225 Birdfahr.

Hr. de L. 16 ¾ ist 63, 5 unter seinem 80; oder unter dem Siedpunkte.

Also 63, 25. 2, 225 = 140, 73125 Birdfahr. unter 210 Birdfahr.

Also bey 69, 26875 Birdfahr.

Hr. H. setzt, im Anfange des fünften Abschnitts dieses 69, 25.

So begreift man, wie Hrn. de Luc Grade in Birdfahrenheitische verwandelt werden.

Ein Grad der bey Hr. de L. n heißt, ist beym 69, 26875 + n. 2, 225 Birdfahrenheitischen.

358. Im zweyten Abschnitte sind die allgemeinen Gründe, Höhen und Barometerstände mit einander zu vergleichen, angegeben, Hr. H. bedienet sich der logarithmischen Linie auf die Art wie Cotes; (213 VIII) auch ist zu dieser Absicht eine grösse logarithmische Linie in Kupfer gestochen.. Dieses nach dem englischen Geschmacke; disseits des Canals pflegt man jetzo lieber, Sätze die doch zur Rechnung sollen gebraucht werden, gleich in Formeln zur Rechnung bequem auszudrücken.

359. Der dritte Abschnitt redet von dem Unterschiede, den die unterschiedene Temperatur des Quecksil-

Quecksilbers im Barometerstande macht. Wenn man zwo Quecksilbersäulen, die nicht einerley Wärme haben, mit einander vergleicht, so vergleicht man eigentlich zwo Materien, die nicht einerley specifische Schwere haben, und so kann man nicht sagen, daß sich der Druck dieser Säulen wie ihre Höhen verhalte. Sind aber die Wärmen einerley, so verhält sich allerdings der Druck wie die Höhen, die Wärme mag seyn wie sie will. In diesem Stücke hat Hr. de L. nach Hrn. H. Bemerkung einen kleinen Fehler begangen. [illegible] glaubt, es sey eine gewisse Temperatur des Quecksilbers nöthig, wenn man die Längen der Quecksilbersäulen ohne Verbesserung miteinander vergleichen soll (293). Dieses kleine Versehen hat indessen keine andere schlimme Folgen, als daß es die Rechnung unnöthiger weise verlängert. Hr. H. hat auch, aus Unterredungen mit Hr. de L. erfahren, was denselben hiezu veranlaßt. Er hatte sich als den letzten Zweck seiner Untersuchungen vorgesetzt, in der Länge der Quecksilbersäule, das Maaß der Dichte, und des Drucks der Luft zu finden. Dazu war Quecksilber von bestimmter Temperatur nöthig, und so gerieth er auf die Gedanken, es sey nöthig, alle Barometerbeobachtungen auf eine gewisse bestimmte Temperatur zu bringen.

360. Boerhave El. Chem. Vol. I. p. 174 (So allegirt Hr. Horsley. Es ist in der Abhandl. de Igne; Experim. VIII. p. 156. der Leipziger Ausg. von 1732) giebt eine Ausbreitung des Quecksil-

ders vom Fahrenheitischen o bis zum Siedpunkte des Wassers an, welche wenig mehr beträgt, als was Hr. de L. vom Eyßpunkte bis zum Siedpunkte fand. Diesen scheinbaren Wiederspruch sucht Hr. H. so zu heben: B. Verfahren habe ihm nur gegeben, wieviel etwa die Ausdehnung seines Quecksilbers, grösser war, als die Ausdehnung des gläsernen Behältnisses, darinnen er es der Hitze aussetzte: Hr. de L. Verfahren gab ihm den Ueberschuß der Ausdehnung des Quecksilbers, über die [illegible]dehnung des Holzes, auf dem die Scale gezeichnet war. Diese Ausdehnung des Holzes, der Länge nach, beträgt sehr wenig; Hr. de L. konnte sie also beyseite setzen, und doch des Quecksilbers seine ziemlich richtig angeben. B. fehlte mehr. Hr. H. giebt auch an, was ihm von der Ausdehnung des Glases berichtet worden, erinnert übrigens, daß B. noch eine andere Ausdehnung des Quecksilbers p. 165 angiebt. (exp. 5. cor. 4. p. 148. d. l. A.)

361. Hrn. Horsley vierter Abschnitt, betrachtet die Verbesserung, wegen der Temperatur der Luft. Sie beruht in seinen Ausdrückungen darauf, daß sich durch die Wärme die Subtangente der atmosphärischen logarithmischen Linie ändert, daher muß er hie zuerst erklären, was diese Subtangente ist, und von was für physischen Umständen ihre Länge bestimmt wird.

Diese Subtangente ist, wie er sagt, die Höhe einer Säule flüssiger Materie, die durchaus

so

so dicht als die unterste Luft wäre, und so stark druckte als die Atmosphäre druckt.

Welches, wie Hr. H. sagt, niemand sonst, den er kennt, so einfach bewiesen hat als Cotes Harmon. mens. p. 18.

Der Beweis kömmt doch jedem viel einfacher heraus, der nur die leichte Integration macht, denn diese Subtangente ist in (22) f: m, welches ich nur beybringe, zu zeigen, daß ich da völlig die Gründe gegeben habe, deren sich Hr. H. bedient, und daß die Integralrechnung der kürzeste und bequemste Weg bey solchen Untersuchungen ist.

Und nun wird man leicht sehen, was für physische Umstände diese Subtangente ändern.

Der vorhin von mir angezeigte Quotient f: m ist: der Druck der Atmosphäre mit der Dichte der Luft dividirt, also mit einem Worte: Die Elasticität der Luft.

Und da sich diese mit der Wärme ändert, so heißt Hr. de L. Verbesserung (322) soviel: Wenn die Wärme anders ist, als in (308) angenommen worden, so hat die Luft eine andere Elasticität, als die, bey welcher die Regel (310) zutrifft, und die Elasticität ändert sich so, daß die angezeigte Verbesserung nöthig ist. Das nun drückt Hr. H. durch Aenderung der Subtangente aus.



362. Im

362. Im fünften Abschnitte bringt Hr. H. Hrn. de L. Regeln auf englisches Maaß.

Im sechsten zeigt er noch Einiges an, das fernerer Untersuchung werth ist. Nähmlich:

I. Wahrscheinlich ändert sich die absolute Elasticität der Luft noch durch andere Ursachen, als Hitze; z. E. Feuchtigkeit, Elektricität.

II. Nimmt man Hr. de L. Formeln als allgemein wahr an, so giebt es eine Temperatur, in welcher die Federkraft der Luft = o ist, und bey niedrigern Temperaturen würde sie verneint, oder das Zurückstossen der Lufttheilchen verwandelte sich in Anziehen.

Für diese Temperatur wäre n = — 215 (323); Und so gehörte sie zum — 409,10625 Bird: fahrenheitischen Grade (357). Hr. H. hat — 409, 13.

Wem diese Folgerung anstößig wäre, der dürfte nur annehmen, Hrn. de L. Formeln sind nicht in geometrischer Schärfe richtig, sie können doch allemahl der Wahrheit nahe genug seyn. Setzt man, sagt Hr. H., die Subtangente ändert sich in geometrischer Verhältniß, indem sich die Wärme nach Hrn. de L. Formeln arithmetisch änderte, so bleibt sie immer noch von endlicher Grösse, auch in dem Falle da sie nach Hrn. de L. Formel verschwinden sollte, und doch fehlten bey einem Wachsthume

thume oder Abnahme der Temperatur bis 40 Grad, Hr. de L. Formeln nicht mehr als um 4 Faden in 1000.

III. Die Abnahme der Dichte der Luft, indem man über die Oberfläche der Erde steigt, hat gewisse Gränzen, und auch in unendlicher Höhe ist die Dichte nicht unendlich klein. Hr. H. giebt eine Tafel, für grosse Höhen berechneter Dichten, von der er selbst keinen praktischen Nutzen verspricht.

IIII. Wachsthum der Wärme verdünnt die Luft in den untern Gegenden nach Proportion mehr als in den obern, und bringt so das Ganze dem Zustande einer durchaus gleichförmigen Dichte näher.

V. Wenn in irgend einer Höhe über der Oberfläche der Erde eine gegebene Aenderung der Wärme, die Dichte der Luft, in eben der Verhältniß vermindert oder vermehrt, in welcher sie die absolute Elasticität, vermehrt oder vermindert, so bleibt der Druck der aufliegenden Atmosphäre in dieser Höhe ungeändert. In allen geringern Höhen wird der Druck schwächer, und in grössern stärker seyn, als bey einem kältern Zustande der Atmosphäre; aber in geringern Höhen stärker, und in grössern schwächer, als bey einem wärmern Zustande.

VI. Es giebt eine Höhe in der Atmosphäre, wo die Dichte, durch eine gegebene Aenderung der Wärme ungeändert bleibt.

VII. Ueber dieser Höhe werden die Dichten vermindert, unter ihr vergrössert, oder umgekehrt.

363. Die Beweise dieser Sätze leitet Hr. H. aus Betrachtung logarithmischer Linien, derselben Durchschnitte u. s. w. her. Die Sätze selbst, denen noch ein paar bey Hr. H. folgen, sind zu weit von meiner jetzigen Absicht entfernt, deswegen begnüge ich mich, sie dem Liebhabern physischmathematischer Untersuchungen anzuzeigen. Nun fügt Hr. H. noch vier Tafeln bey; zur Verbesserung wegen des Siedpunkts; zur Vergleichung Hr. de L. Thermometers mit Birdfahrenheitischen, zur Verbesserung wegen der Temperatur des Quecksilbers, und zur Verbesserung wegen der Temperatur der Luft. Endlich, Vorschriften zum Gebrauche der Tafeln.

364. Diese beyden Aufsätze in den Transactionen, haben also weiter keine Absicht, als Hr. de L. Vorschriften zum Gebrauche für Engelländer bequem zu machen. Wiederhohlung solcher Versuche, wie Hr. de L. angestellt hatte, Berichtigungen deren die Grössen die Hr. de L. angiebt, vielleicht noch fähig wären, Untersuchungen wie sich diese Grössen ändern, wenn man sich in andern Umständen befindet als Hr. de L. Aufsuchung allgemeinerer physischer Sätze besonders über die Wirkung der Wärme auf Quecksilber und Luft, wodurch sich Hr. de L. Vorschriften etwa anders als nur aus seinen Erfahrungen beweisen und berichtigen liessen. So

was könnte man wohl wünschen, und Hrn. de L. vortrefliches Beyspiel könnte Naturforscher aufmuntern, solche Bemühungen den seinigen beyzufügen.

## Hrn. Lamberts Untersuchungen.

365. Im dritten Bande der Abhandlungen der Churfürstl. Bairischen Akad. der Wiss. (München 1765. 4°) befindet sich im philosophischen Theile 75 . . . 182 S. Hrn. J. H. Lamberts (Königl. preuss. Bauraths und Mitglieds der Kön. preuss. Akad. d. Wiss.) Abhandlung von den Barometerhöhen und ihren Veränderungen. Hr. L. hat unterschiedenes, das zur Geschichte der hiemit beschäfftigten Bemühungen gehört, nach seiner weitläuftigen und mit Beurtheilung verbundenen Belesenheit beygebracht. Mariottes Regel sagt er, §. 9. sey zu früh verworfen werden; Man hätte sie nur verbessern und vollständiger machen sollen.

366. Es erhellt hieraus, daß Hr. L. zum Grunde setzt, wie Andere, die Dichten verhalten sich wie der Druck. Bey den Erfahrungen aber, nach denen man diesen Satz zum Gebrauche anwenden wollen, findet er viel zu erinnern. Die geometrisch gemessenen Höhen der Berge sind unsicher, besonders weil die Strahlenbrechung dabey nicht gehörig ist in Betrachtung gezogen worden.

367. Ferner ist dabey die Wärme in Betrachtung zu ziehen. Scharfsinnig drückt Hr. L. §. 35;

die Sache so aus: Die Federkraft der Luft werde durch die Wärme verstärkt durch den Druck, vergrössert. Jenes will sagen: durch die Wärme werde jedes Lufttheilchen elastischer, dieses: es kommen in eben den vorigen Raum mehr elastische Theilchen zusammen. Wärme macht die Luft dünner, und Dünste die sich in ihr enthalten machen sie dichter. Mariotte setzt die Wärme in allen Höhen beständig; Aber sie ist unten grösser als oben, doch giebt es noch in der Oberfläche der Luft eine gewisse Wärme. So ist die untere Luft wegen des Ueberschusses der Wärme dünner, als sie seyn würde wenn durchaus einerley Wärme wäre: Gegentheils, wird sie durch Dünste dichter, die in der untern Luft nach Proportion häufiger sind als in der obern. Hübe eines das andere auf, würde diese Luft durch den Ueberschuß der Wärme, gleich um so viel dünner, als sie durch den Ueberschuß der Wärme dünner wird, so könnte Mariottens Regel vollkommen richtig bleiben. Daß nun dieses Aufheben statt findet, läßt sich freylich nicht beweisen, indessen ist gewiß, daß aus diesen beyden Ursachen zusammen, die Regel von der Wahrheit weniger abweicht, als sie abweichen würde, wenn eine von beyden allein statt fände.

368. Was die Wärme betrifft, so setzt Hr. L. §. 40. bey ihr zum voraus, bey gleicher Masse der Luft, und bey gleichen Drucke wachse die Wärme, ordentlich in Verhältniß des Raums durch

welchen

welchen sie die Luft ausdehnt, oder in verkehrter Verhältniß der Dichte.

Das ist eigentlich, das soviel ich weiß zuerst von Boerhaven, deutlich auseinander gesetzte Kennzeichen der Wärme: Materien ausdehnen.

369. Dünste, so zugleich mit der Luft zusammengepreßt werden, vermehren dieser Luft Federkraft, einmahl dadurch, daß sie einen Raum einnehmen, und so die Lufttheilchen noch enger zusammenpressen, darnach, daß sie als eine todte Last das Gewicht der ganzen Luft vermehren, und so die untere noch enger zusammendrücken helfen, ohne daß sie selbst etwas hätten das sich ihm wiedersetzte.

370. Hr. L. bestätiget und erläutert diese Sätze durch Untersuchung und Vergleichung vieler barometrischer Beobachtungen. Er findet daraus, Mariottes Gesetz der Dichten treffe eigentlich nur in sehr grossen Höhen zu . . . zur Unbequemlichkeit für uns, nur in solchen, wo der Barometerstand etwa 14 Zoll und geringer ist. Näher bey der Erdfläche machen besonders Dünste, und Wärme, Unordnungen darinnen.

Wie Hr. L. dieses zeigt und anwendet, das muß man, mit soviel andern Lehrreichen, in seinem Aufsatze selbst nachlesen. Hie bringe ich nur bey, daß er zur Berechnung anfangs den Satz annimmt, die Dichte verhalte sich wie der Druck,

nach

nach solchem die Höhe berechnet, und die alsdann verbessert.

Nun hat er §. 221. Berge genommen, deren Höhen geometrisch gemessen, auch das Barometer auf ihnen beobachtet worden. Die geometrischen Messungen hatte er schon, in seinem Buche: Les proprietés de la route de la Lumiére par les airs durch die Strahlenbrechung verbessert. Wenn er nun die Barometerstände in Linien ausdruckte, und von jedes Logarithmen, den von 336, des mittlern Barometerstandes am Meere abzog, so fand er, daß der jedesmahlige Unterschied der Logarithmen mit 10000 multiplicirt, und die drey niedrigsten Zifern weggelassen, ziemlich genau die Höhen in Toisen vorstellte, aber doch bey grössern Höhen, merkliche Fehler gab, beym Canigou, wo der Barometerstand 20 Zoll ½ Linie, die geometrische Höhe 1424, 5 Toisen ist, betrug der Fehler 28 Toisen. Er suchte also die kleine nöthige Verbesserung, und giebt folgende Formel. §: 223.

371. Die Barometerstände, in Linien ausgedruckt, seyen a; am Meere, y in einer Höhe von x Toisen so ist

$$10000 . \log (a : y) - \frac{43 . (336 - y)}{43 + (336 - y)} = x$$

Als ein Exempel giebt er y = 300 = 25 Zoll; da ist 10000. log (336 : 300) = 492,1813 Und die Verbesserung

= —

$= - \frac{43 \cdot 36}{43 + 36} = 19, 6$; also $x = 472, 6$ Toisen.

Er findet daß diese Formel zwischen unterschiedenen Beobachtungen das Mittel hält, schränkt sie aber doch auf die Berge ein, für welche sie eigentlich gemacht ist.

Er giebt eine nach ihr berechnete Tafel durch alle Linien von 27 Zoll 11 Linien bis 19 Zoll, und dann noch durch alle halbe Zoll bis 14. Sie steht schon in route d. l. l. p. 114.

Diese Tafel ist auf die mittlere Winterhöhe des Barometers gerichtet, nicht auf den mittlern Stand aus vielen Jahren. Er giebt davon Rechenschaft, und zeigt was alsdenn nöthig wäre.

Uebrigens erinnert Hr. L., daß noch vieles hieben zu untersuchen ist.

372. Die Verbesserung in Hrn. Lamberts Formel (371) ist ein Bruch dessen Zähler 43; der Nenner $\frac{43}{336 - y} + 1$. Dieser Nenner nimmt ab, wenn y abnimmt, folglich nimmt die Verbesserung, zu wenn y abnimmt, und ist also allemahl für den geringsten Barometerstand am größten.

Wenn $y = 14$ Zoll $= 168$ Linien, ist die Verbesserung $- \frac{43 \cdot 168}{43 + 168} = 34, 2$; Aber

a: y

$x : y = 2$ daher $x = 3010, 300 - 34, 2 = 2976, 1$.

373. In den Nouveaux Memoires de l'Acad. Roy. de Prusse für 1772; befindet sich 103 S. eine Abhandlung Hrn. Lambert, über die Dichte der Luft, die aber ihre Absicht vornähmlich auf die Refractionen hat. Indessen zeigt Hr. L. daselbst 13. §.: Es fehle gar viel, daß die Dichte der Luft, so wie die Refractionen sie erfodern, sich wie die Barometerstände verhalte, giebt davon die bekannte Ursache, daß die Dichte mit auf die Wärme ankomme, gesteht aber doch §. 15 zu, Mariottes und Halleys Gesetz, daß sich die Logarithmen der Barometerstände wie die Höhen der Oerter verhalten (ein abgekürzter Ausdruck, statt Unterschiede der Logarithmen), sey der Wahrheit sehr nahe.

**Man kann annehmen, die Höhe zwischen zween Barometerständen lasse sich ohngefähr nach Mayers Regel (227) berechnen.**

374. I. Dieses scheint mir die wichtigste allgemeine Folge aus allen bisherigen Untersuchungen zu seyn.

II. Hr. de Luc (311) und Hr. Lambert, (370) rechnen zuerst nach dieser Regel, jeder verbessert nur alsdenn die Rechnung auf seine eigne Art. Offenbahr

bahr ist jeder, durch eine andere Reihe von Erfahrungen und Schlüssen, auf diese Regel gekommen; Hr. de Luc durch Betrachtung seinen eignen Erfahrungen, Hrn. Lambert durch Vergleichung anderer bekanntgemachten.

III. Auch Celsius (257) Schober (272) Horrebow (62) Halley (69; VI) gehen nicht gar zu weit davon ab. Scheuchzer (84) entfernt sich mehr, aber der Ausdruck seiner Erfahrung in pariser Maasse scheint wenigstens fehlerhaft (101), wenn man auch sonst nichts daran aussetzen will. Mariottes Coefficient (56) käme 8111; aber sein Fehler ist schon (337) angezeigt worden.

IIII. Mayer befriedigte sich ohne Zweifel, wie Bouguer und andre, die Höhe nur mit Ungewisheit einiger Fuß, vielleicht Toisen, anzugeben. Freylich sind nun nach Hrn. de Luc oder Hr. Lambert beträchtliche Verbesserungen zu machen. Indessen werden diese Verbesserungen selbst von ihren Erfindern fernerer Untersuchung und Berichtigung empfohlen, und es sind bey ihnen so viel Anstalten und Vorsichtigkeiten nöthig, daß es oft nützlich seyn kann, in ihrer Ermangelung doch etwas von der Wahrheit nicht allzuentferntes anzugeben zu wissen.

## Nachrichten von einigen Vorrichtungen von Barometern.

375. Die Werkzeuge, deren man sich bey Höhenmessungen mit dem Barometer bedienet, zu beschreiben,

ben, verstattet hie der Raum nicht; und es ist auch destoweniger nöthig, weil ich dieserwegen auf bekannte Schriften verweisen kann.

Die vollkommenste Einrichtung dieser Werkzeuge möchte freylich wohl die seyn, die Hr. de L. in seinem vorhin angeführten Buche umständlich beschrieben hat.

Hr. Sulzer hat in der (180) angeführten Schrift auch von Verfertigung der hiezu brauchbaren Barometer und Thermometer gehandelt.

Schobers seins (259) ist im hamburgischen Magazine a. a. O. beschrieben und abgebildet.

Michael du Crest kleine Schriften von Thermometern und Barometern; a. d. franz. übersetzt und mit einigen Anmerkungen begleitet von M. Joh. Christoph Thenn, Augsp. 1770, enthalten unterschiedenes hieher gehöriges.

Kurze Beschreibung zweyer besonderer und neuer Barometer, welche sich nicht nur verschliessen und sicher von einem Orte zum andern bringen lassen, sondern auch zu Höhenbeobachtungen vorzüglich zu gebrauchen sind, als ein Zusatz zu des Herrn du Crest Sammlung kleiner Schriften . . . von Georg Friedrich Brander, Mechan. in Augsb. der Churf. Bair. Akad. der Wiss. Mitgliede. Augsb. 1772.

Wer

Wer das Drebbelische Thermometer kennt, wird davon gleich folgendes übersehn:

In einem solchen Thermometer, ist die eingeschlossene Luft im Gleichgewichte, mit einer Säule Wasser, Spiritus, oder Quecksilber im offenen Schenkel, und dem Drucke der Atmosphäre auf diese Säule. In dieser Bedeutung ist bekanntermassen das drebbelische Thermometer zugleich Barometer.

Man stelle sich also ein solches Thermometer mit Wasser vor, und bemerke, wenn man es an einen gewissen Ort setzt, wo das Wasser im offenen Schenkel steht. Ich nehme an, dieser offene Schenkel gehe vertical aufwärts, denn es giebt, wie man unter andern in Boerhavens Chymie de igne exp. III. sehen kann, allerley Gestalten des drebbelischen Thermometers. Hieher schickt sich eine, die dort nicht abgebildet ist, ein paar verticale Schenkel, deren einer oben in einer Kugel sich endigt, der andere offen ist. In der Kugel ist zu oberst die eingeschlossene Luft.

Wenn man also das Thermometer an eine etwas höhere Stelle bringt, so druckt da in den offenen Schenkel keine solche lange Säule der Atmosphäre, sondern eine, die um soviel kürzer ist, so viel diese Stelle höher ist. So wird sich die eingeschlossene Luft ausbreiten, und das Wasser im offenen Schenkel höher hinauf treiben.

Und das wird schon bey einer geringen Aenderung der Höhe ziemlich merklich seyn.

Auf diesen Begriffen beruht ein Werkzeug, das Desaguliers angegeben hat, Höhen damit zu messen. Er hat nur noch bey diesem Thermometer Einrichtungen angebracht, die Abmessungen mit einiger Bequemlichkeit und Sicherheit anzustellen; besonders auch, was von der Wärme dabey könnte geändert werden, in Betrachtung zu ziehen. Man findet die Beschreibung in den Philos. Trans. n. 385. p. 165; nach Hr. Prof. Böhms Berichte, der sie in seiner gründlichen Anleitung zur Meßkunst auf dem Felde §. 125 mitgetheilt und erinnert hat, daß seine Quelle die philos. transactions abridged Vol. VI. sind, eine Gewissenhaftigkeit, die manchem Schriftsteller zu empfehlen wäre, der Bücher allegirt, die er nie gesehn hat. Bey Hrn. Prof. B. ist sie eine natürliche Folge seiner philosophischen Denkungsart. Er bemerkt mit Rechte, daß dieses Werkzeug bey grossen Gefällen nicht brauchbar ist, und es scheint mir auch die nicht gar zu schwere Mühe einer vollkommenern Theorie davon, nicht zu verdienen.

## Etwas von der Anwendung solcher Messungen auf die physische Geographie

376. Bekanntermassen urtheilt man so: Der Ort liege höher, wo der mittlere Barometerstand, aus vielen Jahren genommen, geringer ist.

Das ist überhaupt wohl richtig, ziemlich zweifelhaft aber möchte es seyn, ob sich des Ortes eigentliche Höhe mit grosser Genauigkeit so bestimmen läßt.

Genug Barometerbeobachter gestehen, daß es ziemlich schwer ist, Barometer zu haben, die neben einander gehenkt übereinstimmen; Hr. de Luc setzt in der Erreichung dieser Vollkommenheit einen Vorzug seiner Kunstgriffe.

Würden also, von den vielfältigen Barometern, deren mittlere Stände man an unterschiedenen Orten beobachtet, jedes am Meere zum mittlern Stande 28 Zoll haben? Ist dieses nicht, so könnte eine Theorie von Höhenmessungen durchs Barometer geometrisch richtig seyn, und würde doch in der Anwendung zutreffen, wie die Sätze des Euklides bey einem Feldmesser der verbogene, oder fehlerhaft getheilte, Werkzeuge brauchte.

Hat ferner die Wärme einen Einfluß in diese Messungen, so müßte man Verbesserungen, ohngefähr wie Hr. de Luc thut, anbringen, weil die mittlern Barometerstände zweener Oerter, immer nicht, mit einerley Wärme, oder mit Wärme, dabey nach Hrn. de Luc keine Verbesserungen nöthig wären, zusammentreffen werden.

Von den vielen Beobachtungen mittlerer Barometerstände, und den davon gemachten Anwendungen, will ich nur ein Beyspiel beybringen.

## Mittlerer Barometerstand zu Clausthal.

377. Hr. Prof. Hollmann, in den alten Comm. Soc. R. Sc. Gott. ad ann. 1754. p. 92. giebt ihn 26, 2 ped. Paris.

Wenn man dieses liest wie man sonst Angaben von Maassen zu lesen gewohnt ist, so heißt es: Sechs und zwanzig und zwey Zehntheile Pariser Fuß.

Es ist indessen leicht zu sehen, daß die 26 nicht Fuß sondern Zoll bedeuten.

Auch kann man sich durch Rechnung versichern, daß die 2 rechter Hand der 6, nicht $\frac{2}{10}$ sondern 2 Linien, Zwölftheile des Zolls bedeutet.

Also heißt die Angabe 26 pariser Zoll und 2 Linien.

Gegentheils heißt eben daselbst p. 93; 26, 50 ped. Lond. soviel als 26 $\frac{50}{100}$ londner Zolle.

Man braucht kein Mathematicus zu seyn, um einzusehen, daß: Grössen mit Zahlen auszudrucken, die eingeführte Bezeichnung muß beybehalten werden, wenn nicht Mißverstand entstehen soll, und daß es sich nicht schickt, die Zifern nach einem Comma, ohne einige Erinnerung, einmahl Zwölftheile, darnach Zehntheile bedeuten zu lassen.

Das

Das ist freylich eine Kleinigkeit, wie es eine Kleinigkeit ist, b oder d statt p oder t zu schreiben. Da aber Hr. Prof. Hollmann die Bemühungen der Mathematikverständigen immer für sehr unnütz erklärt, so thut diese Kleinigkeit hie so eine Wirkung, als wenn jemand das Lesen der römischen Schriftsteller für unnütz erklärte, und wieder die lateinische Orthographie schlägelte. Von einem solchen würde man wohl urtheilen, er kenne die Sache nicht, die er für unnütz erklärt. Und dabey müßte einem das bekannte Sprüchwort einfallen: Ars non habet osorem nisi ignorantem. Daß sonst dieser Schriftsteller das Allergemeinste der mathematischen Sprache nicht recht oder gar nicht kennt, zeigen viel Stellen seiner Physik, ob er gleich da einen Jargon immer getrost wegparlirt, den seine Schüler für mathematische Sprache halten mögen.

378. Hr. Prof. H. schreibt die Höhe über das Meer, welche diesem Barometerstande gehört, aus zwo Tafeln ab; Aus Hr. Sulzers seiner (180) und aus einer die ihm Mayer schon vor einigen Jahren mitgetheilt; Jener Tafel Zahl ist 1868 pariser Fuß, dieser 2076; Hr. Pr. H. hat nähmlich die 346 Toisen, die in Mayers erster Tafel bey 26 Zoll 2 Linien stehen, zu Fussen gemacht.

379. Da M. erste Tafel für den Horizont gerechnet ist wo das Barometer bey 28 Zoll 4 Linien = 340 Linien steht, und 26 Z. 2 Lin. = 314 Lin.

so ist log (340 : 314) = 0, 0345493 woraus die Höhe 345, 493 Toisen folgt, statt der M. in die Tafel 346 gesetzt hat.

380. Hr. S. Tafel ist nicht völlig für einerley Horizont mit Mayers seiner berechnet, sondern für einen etwas niedrigern. (180) Weil eine Linie Quecksilber in dieser Gegend etwa 60 Fuß beträgt, so würde Hr. Sulzer jede Höhe etwa 40 Fuß grösser angeben, wenn beyde völlig nach einer Regel gerechnet hätten, welches sie freylich nicht gethan haben.

381. Diese Bemerkung erinnere die, welche nur aus berechneten Tafeln abschreiben, was gewissen Barometerständen für Höhen zugehören, daß sie auch auf den Horizont der Tafeln acht geben.

Hie wäre die Höhe aus Hr. Sulzers Tafel über Mayers Horizont noch kleiner als über Sulzers seinen, folglich noch mehr von Mayers Höhe unterschieden als (378; 379) weil nähmlich beyde Tafeln nach unterschiedenen Regeln berechnet sind.

382. Da Mayers Regel zuverlässiger scheint (374) so kann man, vorausgesetzt die mittlere Barometerhöhe am Meere sey wie M. erste Tafel sie annimmt, mit der (378) gegebenen Zahl noch folgendes vornehmen:

Man setze (völlig wahr wird es freylich nicht seyn) die Stelle, für welche der clausthalische mittlere

lere Barometerstand angegeben ist, sey in einem Horizonte mit demjenigen, unter welchem die Teufe der Dorothee ist berechnet worden (2. Anmerk. über die Markscheidek. 36.) So ist das dortige Tiefste der Dorothee, noch 1868 — 960 = 908 Fuß über dem Horizonte des Meeres.

383. Ausser der Unsicherheit der Regel, möchten auch wohl die hiebey gebrauchten Werkzeuge, nicht so beschaffen seyn, daß sie die größte Schärfe versprächen. Ich muß bey dieser Gelegenheit ein paar Worte davon sagen:

Das Barometer ist eine gerade Röhre, unten in eine hölzerne Büchse gesteckt. In diese Büchse sinkt das Quecksilber aus der Röhre, und tritt wieder aus der Büchse in die Röhre. Ich lasse jetzo unentschieden, ob der Druck der Luft völlig so frey durch die Zwischenräume des Holzes wirkt, als durch eine grössere, sichtbare Oeffnung. Man dürfte wenigstens deßwegen etwas daran zweifeln, weil diesem gemäß, keine hölzerne Pumpenröhren brauchbar seyn sollten. Es müßte denn das Wasser in den Plumpen auch steigen, wie in dem Heber auf der hollmannischen Luftpumpe, durch die Cohäsion. Aber das beyseite gesetzt, so ist der Hauptumstand, daß man nicht sehen kann, wo das Quecksilber in der Büchse stehe, also die Oberfläche nicht sieht, von der man den Barometerstand

terstand rechnen muß; Das ist zumahl bey Höhenmessungen mit dem Barometer doch wesentlich, destomehr, da bey diesen Barometern die Röhren nicht gar zu enge sind, und man gar nicht annehmen darf, die Oberfläche des Quecksilbers in der Büchse ändere sich beym Steigen und Fallen nicht merklich.

Das Thermometer hat wie billig die fahrenheitische Scale. Derselben o aber durch Salmiak zu bestimmen, ist wegen der Verschiedenheit des Salmiaks unsicher. Es sollte der Eyspunkt unmittelbar bestimmt, und o darunter in gehöriger Entfernung gesetzt werden. Diese Erinnerung hat auch Hr. Prof. Titius gemacht, Wittenbergisches Wochenblatt 1772. I. Stück, und berichtet daß manche Physiker den Eyspunkt für ungewiß halten, anstatt daß sie einsehen sollten ihr Salmiakpunkt sey ungewiß. Das sind nun freylich solche Physiker, die haben wollen, die Natur soll sich nach ihrer Ignoranz richten, weil sie sehn, daß Dumköpfe diese Ignoranz für Weisheit halten. Das Quecksilberbehältniß dieses Thermometers ist nicht ringsherum frey, sondern liegt hinten am Brete an, in einer Vertiefung des Bretes.

Dieses Thermometer zeigt also nicht die Wärme der umliegenden Luft an, sondern grössentheils mit die Wärme des anliegenden Bretes. Beyde sind nicht völlig einerley, weil sich einmahl erlangte Wärme im Brete langsamer ändert als in der Luft.

Gerade

Gerade hinter dem Quecksilberbehältnisse ist ein Petschaft aufgedruckt; Das soll versichern das Thermometer sey aus der gehörigen Fabrik. Weil man aber das Thermometer vom Brete nehmen, und ein anderes daran bringen, selbst die Scale ändern kann, ohne das Petschaft zu berühren, so versichert die Versiegelung nur; Es sey von hintenzu dat egte opregte Berdeken.

Quacksalber drücken wohl ihr Petschaft auf ihre Büchsen, der Philosoph aber, der ihnen hierinnen nachahmt, hat nicht einmahl soviel Nachdenken, daß sich sein Nostrum nicht wohl versiegeln läßt.

Uebrigens erinnert mich dieses hinten besiegelte Bret an ein Stückchen aus der Chronika der Schildbürger. Bey Gefahr eines feindlichen Einfalls versenkten sie ihre Glocke ins Wasser. Damit sie nun solche wieder zu finden wüßten, schnitten sie an dem Orte, wo sie die Glocke hinabgelassen hatten, eine sehr kenntliche Kerbe ins Schiff, und fuhren mit dem Schiffe wieder davon.

Daß meine bisherigen Erinnerungen keine ungegründete Spitzfündigkeiten sind, kann sich jeder leicht durch die Erfahrung versichern, der sonst gute Barometer und Thermometer, ansehen, oder die Vorschriften zu ihrer Verfertigung lesen will. Er wird finden, daß sie gerade in den angeführten Umständen anders sind, als die göttingischen.

 Die

Die Schuld hievon ist nicht dem Künstler, Oliver, zuzuschreiben. Der besitzt alle erfoderliche Geschicklichkeit. Ein unglückliches Schicksaal aber hat ihn genöthiget, sich nach einem Manne zu richten, dem es nicht nur an mathematischen Kenntnissen, sondern auch an der natürlichen Mathematik, die ein beträchtlicher Theil des gesunden Menschenverstandes ist, und oft den Mangel gelernter Mathematik ersetzt, fehlet, der also davon gar keinen Begriff zu haben fähig ist, was zu richtigen Versuchen und Beobachtungen gehört, gleichwohl solche Dinge anordnen will, und den Eigensinn hat, bessere Rathschläge nicht anzunehmen.

Wenn der Künstler sonst nicht weiß, wie er seine Werkzeuge richtig machen soll, so wird er es von einem solchen Manne nicht lernen, der eher das Gute, das der Künstler aus eignem Nachdenken anbringen wollte, hindert, als was taugliches anzugeben versteht.

Man kann denken was das für Köpfe seyn müssen, die, wenn sie ein Thermometer kaufen wollen, erst einen solchen Physikus um Rath fragen und nicht eher glauben, daß ein Ding vorne was taugt, bis ein ganz ander Ding hinten zugesiegelt ist.

384. Weil ich geneigt bin, das Böse immer so gering als möglich zu denken, so will ich doch hoffen, der sich so dünkende Physikus werde durch seine Vorschriften des Künstlers Werk nicht so gar

sehr

sehr verhunzt haben, daß sie nicht noch zu groben Bemerkungen brauchbar wären.

Also glaube ich, ungeachtet der Unvollkommenheit der Werkzeuge, der Fehler der Beobachter, und der Unsicherheit der Regel, kann man doch annehmen, das (382) angezeigte Tiefste sey noch über dem Horizonte des Meeres.

Das wird zugleich erläutern, in welcher Bedeutung man sagen kann: Bergwerke lehren uns das Innere der Erde kennen. Die Erde, als Kugel betrachtet, hat einerley Halbmesser mit der Kugelfläche die das Meer begränzt . . . . und so mutatis mutandis, das Sphäroid das eigentlich die Erde ist. In das Innere dieses Körpers ist vielleicht noch kein Bergmann gekommen, wo nicht etwa in Polen. (274)

Mathesius, Sarepta II. Predigt fol. XXII b der Ausg. 1562 führt als die damaligen tiefsten Schächte die zum Kuttenberge an, wo man über 500 Lachter gesunken; Daher der Bergschwank gekommen: Die von Hungern haben den von Kuttenberg Wassergeld geben müssen, welches nähmlich in Bergwerken ein Gebäude dem andern giebt, das ihm das der Grubenarbeit hinderliche Wasser abnimmt.

Also setzt dieser Bergschwank zum voraus: das tiefste der Kuttenberger Gruben, sey näher beym Mittelpunkte der Erde als das Tiefste der ungarischen.

Die

Die Voraussetzung könnte doch unrichtig seyn, wenn die dortigen Gebürge etwa viel höher wären als die ungarischen.

Aber wieviel Schwänke würden eine solche geometrische Prüfung aushalten?

## Hr. Prof. Hollmanns Regel zu Vergleichung der Höhen, und Unterschiede der Barometerstände.

385. Der Gebrauch, den ich nur nächst zuvor von einigen Aufsätzen Hr. Prof. Hollmanns gemacht habe, veranlaßte mich nachzusehen, ob er in seiner Physik was von diesem Gegenstande vortrage (Philosophiae naturalis primae lineae auct. Sam. Christian. Hollmanno . . Gotting. 1753)

Ich fand daselbst folgendes §. 251; Die respectiven Erhöhungen unterschiedener Oerter über einen und denselben Horizont zu bestimmen.

"Diese Höhen verhalten sich beynahe, wie die Unterschiede der Barometerstände, unter einerley Umständen. So verhält sich z. E. der Unterschied des Barometerstandes auf dem Hainberge, zu dem auf dem Berge bey Dransfeld, ohngefähr wie 7 : 10 und zu der, welche ich den 10. Jul. 1741 auf dem höchsten Gipfel des Blocksbergs beobachtet habe, wie 7 : 35. Also verhalten sich die Höhen dieser Berge über den Horizont unserer Stadt

Stadt ohngefähr wie 7: 10, wie 7: 35; wie 10: 35."

Die lateinischen Worte sind: Sunt . . *altitudines* fere inter se a data superficie vt *differentiae* altitudinum *barometricar.* sub iisdem circumstantiis. Ita v. c. differentia altitudinis barometricae in summo, montis vrbi nostrae proxime adiacentis vertice, *dem Haynberg* ad eam, quae in summo montis non procul *Dransfelda*, oppido propinquo siti iugo obseruatur, ceteris omnibus paribus est vt 7: 10 circiter, et ad eam quae in summo apice montis Bructerorum, *dem Brocks*- oder Blocksberg, d. 10. Iul. 1741 a nobis obseruata est, vt 7: 35. Sunt ergo montium illorum altitudines supra horizontem huius ciuitatis circiter inter se, vt 7: 10 item vt 7: 35, et vt 10: 35.

386. Diese Vorschrift nimmt offenbahr an, wenn das Barometer gleichviel fallen soll, müsse man allemahl gleichviel steigen, von welcher Stelle man auch zu steigen anfange.

Man theile den Unterschied zwischen den Barometerständen zu Göttingen und auf dem Blocksberge in 35 gleiche Theile ein. Wenn man so weit gestiegen ist, daß es um die ersten 7 gefallen ist, befindet man sich im Horizonte des Haynberges; Das soll nach Hrn. Prof. H. den fünften Theil der Höhe ausmachen, durch welche man

von

von Göttingen steigen muß auf den Blocksberg zu kommen.

387. Die Luftsäule von Göttingen bis an den Horizont des Gipfels vom Blocksberge, druckt fünfmahl so stark, als die von Göttingen bis an den Horizont durch den Gipfel des Hainberges; Das folgt aus Hrn. Prof. Hollmanns Zahlen 7:35.

Ist aber deswegen jene auch fünfmahl so lang als diese?

Wenn man von Göttingen auf den Hainberg steigt, so erhebt man sich, aus Luft so dichte als die göttingische ist, in dünnere. Steigt man vom Hainberge bis dahin, wo das Barometer um die zweyten sieben Theile der genannten 35 fällt, so fängt man an aus Luft nur so dicht als sie auf dem Haynberge ist, zu steigen, wieder durch immer dünnere Luft. Diese zweyte Luftsäule aus dünnerer Luft ist also länger, als die erste aus dichterer Luft, wenn sie eben so stark druckt. Und so kann man sich für jeden Fall um 7 Theile der 35; eine Luftsäule vorstellen, da die folgende immer länger als die vorhergehende, die letzte bis an den Horizont des Gipfels vom Blocksberge am längsten ist.

Wenn die zweyte dieser fünf Säulen länger ist als die erste, die dritte länger als die zweyte u. s. f. so sind alle fünf zusammen, mehr als fünfmahl

mahl so lang als die erste; Oder die Höhe des Blocksbergs über Göttingen ist grösser als fünfmahl die Höhe des Hainbergs über Göttingen.

388. Eben so kann man sich für die 35 genannten Theile, soviel Luftsäulen vorstellen, immer die folgende länger als die vorhergehende, die Summe der Längen aller 35 zusammen verhält sich also gewiß nicht zur Summe der Längen der ersten 10 wie 35 : 10, sondern wie was grösseres als 35 zu 10.

389. Solche Betrachtungen sind schon längst bekannt. Mariottens (59) und Horrebows (62) Schichten beruhen darauf, hollmannische Luftschichten, gleich dick wenn sie gleich stark drucken, sind niemanden eingefallen, der gewußt hat daß die Luft elastisch ist.

390. Folglich ist Hrn. Prof. Hollmanns Vorschrift (385) nur in dem Maasse circiter wahr, in dem es circiter wahr ist, daß die Luft nicht elastisch ist.

391. Ob der Erfinder dieses Satzes an die Elasticität der Luft nicht gedacht hat? ob Er geglaubt hat: Was wahr wäre wenn die Luft nicht elastisch wäre, könnte wohl circiter wahr seyn, wenn sie gleich elastisch ist, ob Er etwa gelesen hat, daß sich die Höhen über einen Horizont, wie die Unterschiede der Logarithmen der Barometerstände verhalten,

ten, und nun Unterschiede der Logarithmen mit Unterschieden der Zahlen verwechselt hat, vielleicht gar gewußt hat, daß man oft annimmt: Unterschiede der Logarithmen verhalten sich wie Unterschiede ihrer Zahlen, nur nicht gewußt hat unter was für Umständen man das annimmt, diese Hypothesen, und andere die man zu Erklärung der Begebenheit erdenken könnte, untersuche jemand, der untersuchen will, wie sich Ignoranz und Dünkel begatten, und Irrthümer zeugen.

392. Die Barometerstände zu Göttingen und auf dem Blocksberge sind 331 und 297, 25 pariser Linien, nach Hrn. Pr. Hollmanns Angabe. Comm. Soc. Sc. Gott. Tom. IIII. p. 92; 93.

Ihr Unterschied ist 33, 75 Linien.

Der fünfte Theil davon ist der Unterschied zwischen den Barometerständen auf dem Hainberge und zu Göttingen (385).

Also der Barometerstand auf dem Hainberge 324, 25 Linien.

393. Nach 276; IIII; verhalte sich also die Höhe des Hainbergs und des Blocksbergs über Göttingen, wie log (331: 324, 25): log (331: 297, 25) = 0, 0089481: 0, 0467062 = 1: 5, 219.

Nach Hr. Prof. Hollmanns Satze, wäre die Verhältniß dieser Höhen circiter 1: 5;

Schwer-

Schwerlich wird jemand, der 52 Thaler bekommen soll, sich mit einem circiter befriedigen lassen, statt derselben 50 zu nehmen.

394. Es ist indessen sonderbar daß am (392) angeführten Orte Zahlen stehen, bey denen Hrn. Prof. Hollmanns Vorschrift so ziemlich genau zutreffen würde. Er giebt nähmlich die Barometerstände

| | |
|---|---|
| zu Göttingen | 331 Lin. |
| Clausthal | 314 |
| auf dem Blocksb. | 297, 25 |

Der ersten beyden Unterschied ist 17; des ersten und des letzten 33, 75 beynahe das Doppelte jenes Unterschiedes.

Auch ist log (331 : 314) = 0, 0228944 und log (331 : 297, 25) = 0, 0467062, beynahe das Doppelte des ersten Logarithmen.

Das beruht auf einem besondern Verhalten dieser drey Barometerstände. Die dritte geometrische Proportionalzahl zu den ersten beyden ist 297, 87; und die mittlere Arithmetische zwischen dem ersten und letzten ist 314, 125. Also sind diese drey Barometerstände beynahe zugleich in einer zusammenhängenden geometrischen, und in einer zusammenhängenden arithmetischen, Proportion, folglich ist der Unterschied beym ersten und dritten beynahe noch einmahl so groß als beym ersten und zweyten, man mag die Barometerstände selbst, oder ihre Logarithmen, von einander abziehn.

Ich mußte dieses hie auseinander setzen, damit nicht etwa jemand, dem die falsche Regel in diesem Exempel zuträfe, sich auf eine solche Erfahrung berufte. Es würde ihm alsdenn gehen wie manchem Naturforscher, der sich auch auf Erfahrung beruft, aber aus Unwissenheit der Mathematik nicht versteht, daß seine Erfahrung nur unter besondern Umständen zutrifft und allgemeine Schlüsse nicht verstattet.

395. Daß sich die Höhen wie die Unterschiede der Logarithmen der Barometerstände verhalten, gründet sich auf die allgemeinen Eigenschaften der Luft; Wenn es also auch wegen Wärme und anderer Ursachen Berichtigungen bedürfte, so wäre es doch noch was ganz anders, als eine circiter Vorschrift die der Natur wiederspricht.

Der Markscheider verwahrt sich bey seinen Angaben mit der Clausel: Wenn der Gang sein Streichen und Fallen behält; Das setzt ihn aber nicht zum Ruthengänger herab, auf dessen Hände leichtgläubige Einfalt gafft.

## Barometrische Beobachtungen auf dem Brocken, und in Gruben des Harzes von Hrn. Prof. Zimmermann.

396. Ich hatte Alles, was zu gegenwärtiger Abhandlung bestimmt war, schon dem Drucker überliefert, als ich noch Beobachtungen von Hrn. Pr. Zimmermann erhielt, die ich hie beyzufügen für nothwendig achte.

397. Er

397. Er hat zwey de Lucsche Thermometer wie er vorerzählter maassen zu Braunschweig auf dem Andreasthurme gebraucht, an die Oerter, welche die Ueberschrift gegenwärtigen Absatzes nennt, gebracht. Jedes war mit einem Vernier oben und unten versehen, so daß er Zwölftheile einer Linie angeben konnte. Es versteht sich also wohl, ob er mir dieses gleich nicht ausdrücklich gemeldet hat, daß er eines dieser Barometer an einer Gränze der Höhe gelassen hat, wo es ist beobachtet worden, das andere hat er mit sich genommen.

Der Erfolg der braunschweigischen Beobachtungen, hatte des Herzogs von Braunschweig Durchl. veranlaßt, gegenwärtige zu verordnen.

398. Auf dem Brocken sind von ihm acht Beobachtungen angestellt worden, jeder eine zugehörige zu Ilsenburg. Aus jedem Paare dieser Beobachtungen hat er die Höhe des Brocken über Ilsenburg berechnet, wie er zuvor beym Andreasthurme verfahren. Ich will zur Probe das erste Paar hersetzen. Es war den 11. Jul.

| | Barom. | Therm. reaum. |
|---|---|---|
| Ilsenb. | 27 Zoll $8\frac{11}{12}$ L. | 17 |
| Brocken | 25 $0\frac{5}{12}$ | 11, 5 |

10000. log (332, 92 : 300, 42) = 446, 1.

Soviel Toisen ist die unverbesserte Höhe.

Also 2676, 6 pariser Fuß.

Die halbe Summe der Thermometerstände ist 14, 25.

Und 16, 75 — 14, 25 = 2, 5.

 Also

Also die Verbesserung der Höhe

$$= \frac{2676, 6. 2, 5}{215} = 31, 12;$$ abzuziehen.

Also die verbesserte Höhe 2645, 48 pariser Fuß.

Diese mit $\frac{8}{7}$ multiplicirt geben in Braunschweiger Maasse die Höhe 3023 Fuß 4 Zoll 10 Linien.

399. So berechnet Hr. Pr. Z. jedes Paar seiner Beobachtungen. Ich will von dem was er findet das größte und kleinste hersetzen.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| III. Beob. | 3043 F. | 8 Z. | 5 L. | Br. |
| V. | 2973 | 9 | | |
| Unterschied | 69 | 11 | 5 | |

Das Mittel aus allen achten ist
3011 F. 8 Z. 9 L. Br.

400. Des Brockens höchster Gipfel ist ohngefähr noch 10 bis 11 Fuß höher als der Platz wo das Barometer hing.

401. Hr. Pr. Z. meldet, Ritter (Relatio historico curiosa de iterato itinere in hercyniae montem famosiss. Bructerum Helmst. 1740; 4°) gebe die Höhe des Brocken über 2933 Fuß an, habe aber nur mit einem Astrolabio gemessen, das wahrscheinlicher Weise nicht bis auf Minuten getheilt gewesen.

402. Barometerstände auf dem Brocken sind ohne Zweifel noch allgemeiner lehrreich, als des Brockens Höhe über Ilsenburg. Ich setze also

Hrn.

Hrn. Prof. Z. acht Beobachtungen auf dem Brocken hieher.

| | | | Barometer. | Reaum. Therm. |
|---|---|---|---|---|
| I | 11 | Jul. | 25 Zoll 5 Zwölfth. Lin. | 15, 5 |
| II | 12 | 9 Uhr | — 9 | 12, 5 |
| III | 12 | 12 Uhr | — 6 | 13 |
| IIII | 12 | 3 Nachm. | — 4 | 12 |
| V | 12 | 6 Ab. | — 9 | 12, 5 |
| VI | 13 | 9 — | — 3 | 9, 5 |
| VII | 13 | 12 — | — 7 | 11, 75 |
| VIII | 13 | 3 Nachm. | — 4 | 12 |

403. Heinrichshöhe ist ein Torfwerk auf dem kleinen Brocken. Das Barometer stand da den 12. Jul. 25 Zoll $3\frac{11}{12}$ Lin. Thermometer $15\frac{3}{4}$; In Ilsenburg Bar. 27 Zoll 9 Lin. Therm. $16\frac{3}{4}$. Woraus Heinrichshöhe über Ilsenburg 2374, 66 pariser Fuß folgt.

404. Zu Clausthal, auf der Anna Eleonora, d. 22. Jul. 1775, um $4\frac{1}{2}$ Uhr Nachm. stand das Barometer im Einfahrtshause 27 Zoll; Das reaumurische Therm. 16 Gr. Um $6\frac{1}{2}$ Uhr kam Hr. Pr. Z. in das Gesenk. Da, Bar. 28 Zoll $4\frac{5}{6}$ Lin. Therm. 13 Gr.

Daraus berechnete Teufe unter dem ersten Stande 1258, 69 pariser Fuß = 1438, 5 Braunschweigksche.

Der Hr. Markscheider Rausch gab diese Teufe 216 Lachter an = 1440 braunschweiger Fuß. Eine nicht zu erwartende Uebereinstimmung!

Die Verwandlung der Lachter in Fuß sehe man 2. Anm. über die Marksch. 10.

405. Zu Zellerfeld, auf dem Haus Zelle, den 24. Jul Morgens zwischen 6 u. 7 Uhr,

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Im Einf. H. B. | 26 Z. | 11 L. | Therm. | $20\frac{1}{2}$ |
| Unten | 27 | $4\frac{10}{12}$ | . . | $10\frac{1}{2}$ |

Teufe 464, 09 P. F. = 530, 389 Br. F.

Der Abstand dieser Stellen, ward Hr. Pr. Zimmermann 80 Lachter = $533\frac{1}{3}$ Br. F. Donlege angegeben. Aber dabey nicht das Fallen. Also läßt sich aus der Donlege allein, nichts von der Seigerteufe bestimmen Wäre das Fallen 80 Grad, so gäbe diese Donlege etwa 525 Fuß Seigerteufe.

406. Auf der englischen Treue in Clausthal, den 22 Jul. $4\frac{1}{2}$ Uhr Nachmitt.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Im Einf. H. B. | 27 Zoll | | Th. 16 |
| In der Grube | 27 | $7\frac{1}{2}$ L. | Th. 10. |

Teufe 586 Par. F. = $669\frac{1}{7}$ Br.

Die Markscheider gaben sie 100 Lachter $\frac{7}{8}$ = 668 F. 4 Z. Br.

407. Rammelsberg bey Goslar; d. 26. Jul. Morgens um 9 Uhr.

Bey der Einfahrt B. 27 Z. $8\frac{6}{12}$ L. Th. $16\frac{1}{2}$.

Im

Im Gesenke B. 28 Z. $2\frac{10}{12}$ L. $15\frac{1}{2}$ Therm.

Teufe 489, 69 P. F. = 559, 646 Br.
Man gab sie 90 Lachter = 600 Fuß.

408. Im Breitlingen, im Rammelsberge; An einer Stelle, wo erst vor zween Tagen, das Gebirge durch Feuersetzen losgebrannt war.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Bey der Einfahrt B. 27 Z. | $8\frac{6}{12}$ L. | Th. | $16\frac{1}{2}$ |
| An erwähnter Stelle 27 | 11 | | 29 |

Teufe 200, 44 P. F. = 229 F. 0 Z. 11 L. Braunschw.

Sie ward angegeben 38 Lachter = $253\frac{1}{3}$ Br. Fuß.

409. In (407; 408;) weicht also die Messung mit dem Barometer sehr von den Angaben ab; Und verhältnißmässig in (408) am meisten. Nämlich in (407) gab das B. bey 600 Fussen; 40 zu wenig, aber in (408), bey noch nicht der Hälfte vom vorigen, 229 Fuß, mehr als die Hälfte vom vorigen 40 zu wenig.

410. Hr. Prof. Z. erinnert, das B. habe in den kalten Gruben, wo kein Vitriol und Kupferrauch war (404 . . 406), so vorzüglich richtig gemessen Es müßten also die besondern Dünste, bey den letzten Messungen, den Druck der Luft geändert haben; Hierüber wünscht er mit Rechte mehr Beobachtungen.

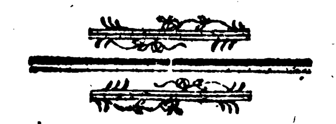
411. Ue-

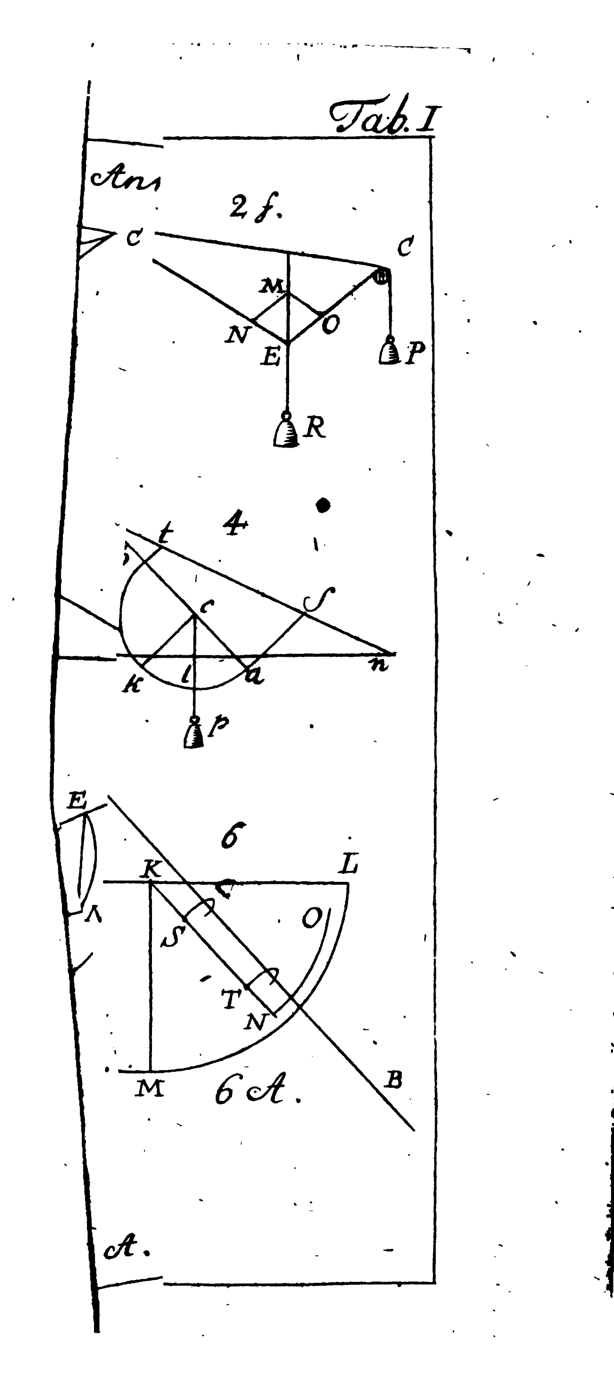
411. Uebrigens ist im Breitlingen die Hitze so groß, daß ein ganz nackender Mensch nur eine Stunde in einem fortarbeiten kann; die Beobachter hielten es in ihren Kleidern dem Barometer zu Gefallen doch eine halbe Stunde aus. Ueberhaupt kam ihm die Luft im Rammelsberge viel unangenehmer vor, als in allen vorhin befahrnen Gruben, ob er gleich sonst leichter zu befahren ist.

412. Noch hat Hr. Pr. Z. auf dem Rammelsberge beobachtet. Den 27. Jul.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| In Goslar 9 Uhr V. | 27 Z. | $8\frac{4}{12}$ L. | Th. | $17\frac{1}{2}$. |
| 12 | 27 | $8\frac{5}{12}$ | | |
| Auf der Spitze des R. B. | 26 | $6\frac{6}{12}$ | . . . | 20 |

Von den beyden Ständen zu Goslar, ist der erste beobachtet worden, ehe man auf den Berg gestiegen, der letzte nach der Zurückkunft. Hr. Pr. Z. nimmt aus beyden das Mittel 27 Zoll $8\frac{3}{8}$ Lin. und berechnet daraus die Höhe des Rammelsberges über Goslar 1122, 14 Pariser Fuß = 1282 F. 5 Zoll 4 L. Braunschw.





Tab. I
2 f.
C
C
M
N
O
E
P
R
4
t
c
n
k
l
a
p
E
6
K
L
O
S
T
N
M
6 A.
B
A.



Tab. II

10
B
p
k
A
Mer.
P
O
K
q
Q
Occ.
Sup.
11
p
q
O
F
f
G
A
c
p
B
12
C
a
q
q
S
15
K
D
E
M
N
90
C
90
F
8 A.
L
16
E
R
C
N



Tab III

18 19

e c d b

11 A.

P T L R K

22

p t q o r s m

23

r s p q t

g q h v w V W

28

I K L

I II G B 1 2

18 A.

Tab. IV

30 19 A.

31 21 A. 20 A.

35 25 A.

38 28 A.

39

42 31 A.

